

МИКРОСКОПИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УЧЕТА СЛОЖНЫХ КОНФИГУРАЦИЙ ДЛЯ ПИГМИ- И ГИГАНТСКИХ РЕЗОНАНСОВ

© 2021 г. С. П. Камерджиев^{1)*}, М. И. Шитов¹⁾

Поступила в редакцию 17.02.2021 г.; после доработки 17.02.2021 г.; принята к публикации 01.04.2021 г.

В рамках ядерной квантовой теории многих тел рассмотрена микроскопическая модель учета квазичастично-фононного взаимодействия в магических ядрах, которая представляет интерес для микроскопической теории пигми- и гигантских мультипольных резонансов, прежде всего, для описания их тонкой структуры. Работа является продолжением и развитием предыдущей статьи авторов [1]. Подтверждены основные физические результаты этой статьи и получены новые результаты: 1) найдены и использованы точные (а не приближенные, как в [1]) выражения для первой и второй вариации от вершины в поле фонона, 2) получено новое уравнение для главной величины в теории конечных ферми-систем — вершины, содержащее не только известное эффективное взаимодействие, но и полную амплитуду частично-дырочного взаимодействия, 3) последний результат позволил получить необходимые двухфононные конфигурации. Новейшее уравнение для вершины теперь содержит сложные как $1p1h \otimes$ фонон-, так и двухфононные конфигурации вместе с многочисленными корреляциями в основном состоянии.

DOI: 10.31857/S0044002721050093

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние десятилетия в области теоретической ядерной физики низких энергий предпринимались большие усилия для единообразного описания характеристик как основного, так и возбужденных состояний до энергий 30–35 МэВ [2–6], прежде всего, характеристик пигми-дипольного и гигантских мультипольных резонансов (ПДР и ГМР). Главный тренд развития состоял в применении и развитии самосогласованных подходов, основанных на использовании энергетического функционала плотности. Это позволило единообразно и в целом достаточно успешно описывать указанные характеристики с помощью небольшого количества параметров, см. обзоры [3–5]. Однако в связи с активным развитием экспериментальной базы в этой области [4, 7, 8], особенно в энергетической области ПДР, появляются все новые вопросы к микроскопической теории [3, 9], например, объяснение загиба радиационной силовой функции в области 1–3 МэВ [8]. Особенно следует отметить проблему описания тонкой структуры ПДР и ГМР [7], в которой важны любые детали теории, приводящие к перераспределению силы [10, 11].

С физической точки зрения задача понятна, но только в принципе: необходимо надежно

учитывать связь с фононами, или квазичастично-фононное взаимодействие (КФВ) в дополнение к стандартным методам хаотических фаз (МХФ) и квазичастичному МХФ. Эта задача подробно обсуждалась в теории, однако существует большое пространство для улучшения существующих подходов. Мы думаем, что развитие в рамках последовательного метода многих тел, прежде всего, метода квантовых функций Грина (ФГ) на базе обобщения самосогласованной Теории Конечных Ферми-Систем (ТКФС) [12–14] является многообещающим подходом. Это есть общая цель нашей работы и, возможно, нескольких будущих работ.

В области самосогласованного описания характеристик основного и нескольких низколежащих коллективных состояний большая работа была выполнена группой Курчатовского института, так что можно говорить о втором этапе развития ТКФС [5, 15, 16]. Здесь использовался в основном метод эффективного функционала плотности с параметрами Фаянса [15]. Было показано, что во всех рассмотренных многочисленных задачах роль КФВ достаточно велика и необходима для объяснения экспериментальных данных. Важной причиной этих успехов, по мнению авторов, было использование квантового метода многих тел, точнее, метода ФГ.

Одновременно с указанными работами метод ФГ применялся для описания ПДР и ГМР, как в рамках несамосогласованных [6, 17, 18], так и самосогласованных [19, 20] подходов. Отличие

¹⁾Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, Москва, Россия.

*E-mail: kamerdzhiev_sp@nrcki.ru

между [17] и [18] состояло в том, что в [18] недостаток метода [17] был исключен, именно, был предложен приближенный метод хронологического разделения диаграмм (МХРД), или (используя более современную терминологию) приближение временного блокирования (ПВБ). Указанный недостаток был не важен для объяснения свойств М1-резонанса, находящегося в области энергий ПДР [21, 22]. Более того, фактически ранее он применялся в рамках Теории Ядерных Полей (ТЯП) и для электрических ГМР [23, 24] с использованием параметра усреднения 600 кэВ. Позднее этот метод был значительно модифицирован и для задач в ядрах со спариванием был назван квазичастичным ПВБ [25–27]. Однако главное физическое содержание этого метода, т.е. включение КФВ только в частично-дырочный пропагатор (на языке ТКФС), сохранялось всегда, несмотря на тот факт, что при выводе использовался другой подход, основанный на уравнении Бете–Солпитера.

В статье [1] был рассмотрен новый подход в теории ПДР и ГМР, основанный на последовательном включении эффектов КФВ в ТКФС с целью ее обобщения в область энергий ПДР и ГМР для магических ядер. В этой работе учитывались только сложные конфигурации с фононами вида $1p1h \otimes$ фонон. Несмотря на ограниченность такого подхода, например, отсутствие двухфононных конфигураций, см. [28], удалось получить ряд новых эффектов: динамический эффект тэдпола, фонон-обменное эффективное взаимодействие, обусловленное обменом фононами в различных каналах, первая и вторая вариации эффективного взаимодействия в поле фонона. В [1] использовалось существенное предположение для первой $\delta^{(1)}V$ и второй $\delta^{(2)}V$ вариаций вершины в поле фононов, именно, учитывались лишь свободные члены уравнений для этих вариаций вершин. Это приближение привело к учету только сложных конфигураций $1p1h \otimes$ фонон. В настоящей работе мы отказываемся от этого приближения, т.е. получаем и используем точные выражения для $\delta^{(1)}V$ и $\delta^{(2)}V$ и с их помощью получаем новые уравнения для вершины.

В работе [1] был получен в некотором смысле неожиданный результат: благодаря одной из двух использованных g^2 -поправок к вершине, которая содержала амплитуду рождения фонона g , новая вершина зависела от энергетической переменной ε_1 , т.е. зависела от ε_1 не на массовой поверхности $\varepsilon_1 = \varepsilon_{\lambda_1}$. Такая зависимость интересна сама по себе и не содержится в главных наблюдаемых характеристиках — энергиях и вероятностях переходов. Однако представляется полезным упростить задачу и изучить модель, в которой эта зависимость отсутствует. Это есть “модельность” нашей модели, т.е. использование одной (и главной!) поправки

к вершине. Как мы увидим, такой подход позволяет прояснить ситуацию с учетом КФВ, по крайней мере, в широких рамках обобщения стандартной ТКФС.

В этой статье рассматриваются только $1p1h \otimes$ фонон- и двухфононные конфигурации в магических ядрах. Как обычно, мы используем факт существования малого g^2 -параметра. Очень часто мы символически записываем наши формулы, большая часть которых представляется в виде диаграмм Фейнмана, так что окончательные формулы могут быть легко получены.

2. НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ САМОСОГЛАСОВАННОЙ ТКФС

В стандартной ТКФС основной величиной в задачах, связанных с взаимодействием ядра и внешнего поля $V^0(\omega)$ с энергией ω , является эффективное поле (вершина) V , описывающее ядерную поляризуемость и удовлетворяющее уравнению в символической форме [12]:

$$V = e_q V^0 + FAV, \quad (1)$$

где

$$A_{12}(\omega) = \int G_1(\varepsilon)G_2(\varepsilon - \omega)d\varepsilon. \quad (2)$$

Полная амплитуда частично-дырочного взаимодействия Γ удовлетворяет уравнению

$$\Gamma = F + F\Gamma. \quad (3)$$

Амплитуда рождения g фонона в ТКФС удовлетворяет однородному уравнению (в символическом виде) [12]:

$$g = FAg. \quad (4)$$

В уравнениях (1), (3) и (4) F — эффективное взаимодействие Ландау–Мигдала, которое в самосогласованной ТКФС [15] определяется как вторая вариационная производная по плотности от функционала, A — частично-дырочный пропагатор, представляющий собой интеграл от двух ФГ. Эти уравнения соответствуют обычному МХФ для магических ядер, сформулированному на языке ФГ. Нижние индексы означают набор одночастичных квантовых чисел $l \equiv (n_1, j_1, l_1, m_1) \equiv \lambda_1$.

В работах [13, 29, 30] была введена величина, которую мы назвали фононным тэдполем [31]. Эта величина, вообще говоря, представляет собой вариацию амплитуды рождения фонона g_1 с моментом L_1 в поле другого фонона g_2 с моментом L_2 , но в фононный тэдпол, по определению, входит g_{12} с $L_1 = L_2 = L$. Уравнение для амплитуды рождения двух фононов g_{12} получается варьированием

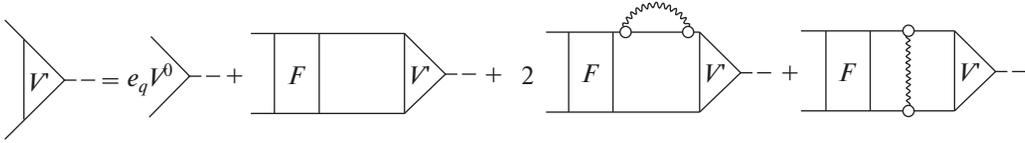


Рис. 1. Уравнение для вершины V' , содержащее простейший пропагатор с КФВ [17, 21]. Прямые и волнистые линии соответствуют ФГ G и D , кружки с одной волнистой линией — амплитуда рождения фонона g . Прямоугольник — эффективное взаимодействие F .

уравнения (4) для амплитуды рождения фонона g_1 в поле фонона g_2 :

$$g_{12} = \delta_1 F A g_2 + F(\delta_1 A) g_2 + F A g_{12}, \quad (5)$$

где

$$\delta_1 A = G g_1 G G + G G g_1 G. \quad (6)$$

Уравнение (5) есть интегральное уравнение с двумя свободными членами. Оно решалось только в координатном представлении в указанных работах группы Курчатовского института. В остальных работах группы использовалась реалистическая оценка для величины g_{11} , определяющей тэдпол. Она была основана на предположении для величины $\delta_1 F \equiv \delta F$, входящей в уравнение (5):

$$\delta F = \left(\frac{\delta F}{\delta \rho} \right) A g. \quad (7)$$

Как говорилось во Введении, физическое содержание предыдущих работ, использующих метод ФГ, состоит в том, что g^2 -поправка была включена только в частично-дырочный пропагатор (2). Если пользоваться языком ТКФС, то это означало, что решалось уравнение для вершины V' , показанное на рис. 1. Физически оно также соответствует подходу в рамках ТЯП [23, 24] для ГМР. Здесь и в дальнейшем цифра 2 перед графиком или соответствующей формулой означает, что имеются два однотипных графика или формулы. Для более точного описания необходимо использовать рецепт улучшения такого подхода, предложенный в работе [18], т.е. МХРД, или ПВБ, основанный на

введении в соответствующее уравнение функции Хевисайда. Обобщенный МХРД-пропагатор имеет довольно сложный вид и подробно описан в [6].

На рис. 1 диаграммы без фононов соответствуют МХФ, сформулированному на языке стандартной ТКФС, т.е. уравнению (1) с пропагатором (2).

3. ТОЧНЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ ПЕРВОЙ И ВТОРОЙ ВАРИАЦИЙ ВЕРШИНЫ $\delta^{(1)}V$ И $\delta^{(2)}V$

Чтобы получить g^2 -поправку для вершины V (1), мы используем, как и в [1], следующее выражение:

$$\tilde{V} = V + \Delta V(g, V), \quad (8)$$

где, согласно нашей модели,

$$\Delta V = \delta^{(2)} V D. \quad (9)$$

Здесь $\delta^{(2)}V$ — вариация второго порядка в поле фонона от вершины V (1), она показана на рис. 2.

Прежде всего получим величину $\delta^{(2)}A$ для нашего случая одинаковых фононов в $\delta^{(2)}V$. Чтобы не спутать индекс фононов в величине g с одночастичными индексами, введем для фононов обозначение $\tilde{1}$. В нашем случае $\tilde{1} = \tilde{2}$ (рис. 2), что соответствует $\delta^{(2)}V = \delta^{\tilde{1}} \delta^{\tilde{1}} V$. Варьируя величину $\delta^{(2)}A$, получаем пять слагаемых, показанных на рис. 3:

$$\delta^{(2)}A = \delta^{\tilde{1}} \delta^{\tilde{1}} G_1 G_2 = 2G_1 g_{\tilde{1}} G_4 g_{\tilde{1}} G_3 G_2 + 2G_1 g_{\tilde{1}\tilde{1}} G_3 G_2 + G_1 g_{\tilde{1}} G_3 G_2 g_{\tilde{1}} G_4. \quad (10)$$

Уже отсюда видно, что график в центре соответствует будущему эффекту тэдпола, которого нет на рис. 1.

Величины $\delta^{(1)}V$ и $\delta^{(2)}V$ получаются варьированием уравнения (1) в поле фонона [1]:

$$\delta^{(1)}V = \delta^{(1)} F A V + F \delta^{(1)} A V + F A \delta^{(1)} V, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \delta^{(2)}V &= \delta^{(1)} \delta^{(1)} V = F \delta^{(2)} A V + \\ &+ 2\delta^{(1)} F \delta^{(1)} A V + 2\delta^{(1)} F A \delta^{(1)} V + \\ &+ 2F \delta^{(1)} A \delta^{(1)} V + \delta^{(2)} F A V + F A \delta^{(2)} V. \end{aligned}$$

В [1] величины $\delta^{(1)}V$ и $\delta^{(2)}V$ учитывались приближенно, именно, рассматривались только

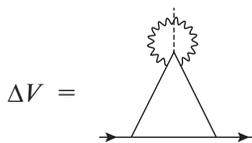


Рис. 2. g^2 -поправка (9) для вершины V (1).

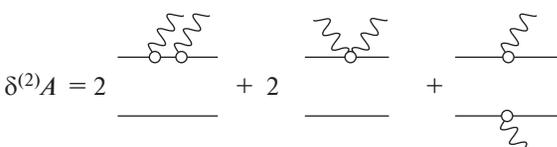


Рис. 3. Выражение (10) в диаграммном виде.

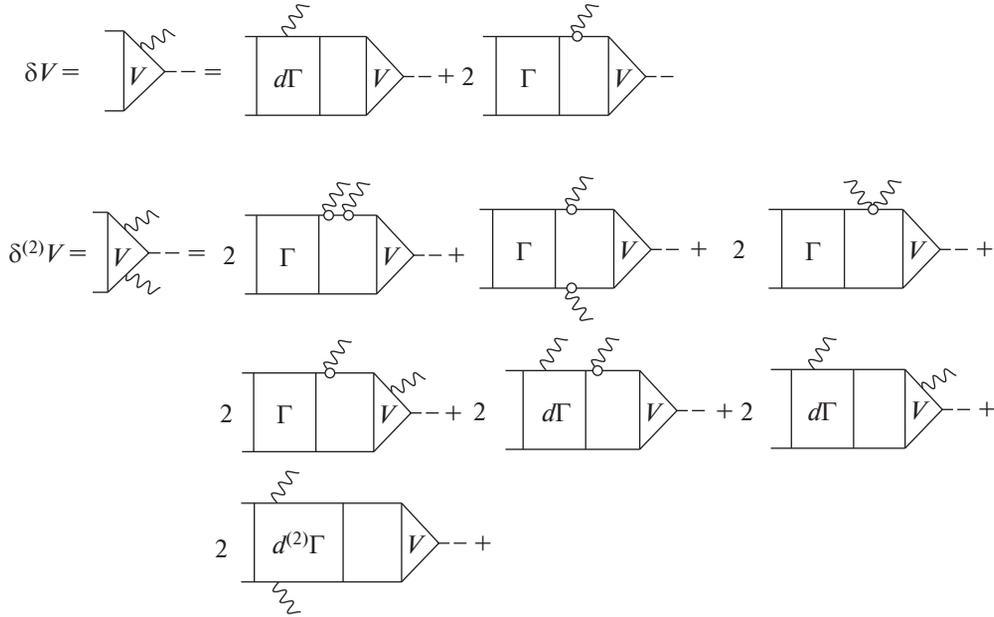


Рис. 4. Точные выражения для первой и второй вариаций вершины V $\delta^{(1)}V$ и $\delta^{(2)}V$ в фоновом поле. Прямоугольники с Γ , $d\Gamma$ и $d^{(2)}\Gamma$ обозначают величины Γ (4), $d\Gamma$ (14) и $d^{(2)}\Gamma$ (17).

свободные члены уравнений (11). Это приближение привело к учету только конфигураций $1p1h \otimes$ фонов.

В настоящей статье мы отказываемся от такого приближения и преобразуем уравнения (11) к *точным выражениям* для $\delta^{(1)}V$ и $\delta^{(2)}V$.

Перепишем уравнения (11) для $\delta^{(1)}V$ и $\delta^{(2)}V$ в следующем виде (символически, как обычно):

$$(1 - FA)\delta^{(1)}V = (\delta^{(1)}V)_0, \quad (12)$$

$$(1 - FA)\delta^{(2)}V = (\delta^{(2)}V)_0,$$

где $(\delta^{(1)}V)_0$ и $(\delta^{(2)}V)_0$ — свободные члены уравнений (11). Или в другой форме:

$$\delta^{(1)}V = (1 - FA)^{-1}(\delta^{(1)}V)_0, \quad (13)$$

$$\delta^{(2)}V = (1 - FA)^{-1}(\delta^{(2)}V)_0.$$

Следуя [30], введем величину $d\Gamma$ (чтобы избежать смешивания с обычной вариацией для Γ (3), мы переопределили ее вместо $\delta\Gamma$ в [30]):

$$d\Gamma = \delta^{(1)}F + FAd\Gamma. \quad (14)$$

Далее используем следующие символические выражения, полученные из уравнений (3) и (14):

$$\Gamma = (1 - FA)^{-1}F, \quad (15)$$

$$d\Gamma = (1 - FA)^{-1}\delta^{(1)}F.$$

Подставляя свободные члены $(\delta^{(1)}V)_0$ и $(\delta^{(2)}V)_0$ уравнений (11) в (13) и используя (15), получаем точные выражения для $\delta^{(1)}V$ и $\delta^{(2)}V$:

$$\delta^{(1)}V = d\Gamma AV + \Gamma\delta AV, \quad (16)$$

$$\delta^{(2)}V = \Gamma\delta^{(2)}AV + 2d\Gamma\delta AV + 2d\Gamma A\delta^{(1)}V + 2\Gamma\delta A\delta^{(1)}V + d^{(2)}\Gamma AV,$$

которые содержат уже Γ и $d\Gamma$ вместо F и δF . Мы вводим новую величину

$$d^{(2)}\Gamma = \delta^{(2)}F + FAd^{(2)}\Gamma, \quad (17)$$

или

$$d^{(2)}\Gamma = (1 - FA)^{-1}\delta^{(2)}F. \quad (18)$$

Полученные точные выражения для $\delta^{(1)}V$ и $\delta^{(2)}V$ показаны на рис. 4.

Следует отметить, что “точность” для $\delta^{(1)}V$ и $\delta^{(2)}V$ состоит в том, что они содержат именно величины ТКФС: для вершины V (1), амплитуды Γ (3), амплитуды рождения фонов g (4) и $d\Gamma$ (14), т.е. в этом смысле все полностью соответствует исходным идеям ТКФС [12]. Принципиальное отличие от [1] в том, что далее используются точные выражения (16) для $\delta^{(1)}V$ и $\delta^{(2)}V$, рис. 4, вместо свободных членов уравнений (11) для них. Выражения (16), рис. 4, представляют *первый главный результат* нашей работы.

4. НОВОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ЭФФЕКТИВНОГО ПОЛЯ

4.1. $1p1h \otimes$ фонов-конфигурации и полная амплитуда взаимодействия Γ

Рассмотрим нашу исходную формулу для вершины (8). Можно видеть, что выражение (8) есть

первая итерация следующего уравнения (если $V(1)$ является нулевой итерацией):

$$\tilde{V} = V + \Delta V(g, \tilde{V}), \quad (19)$$

где $\Delta V(g, \tilde{V})$ содержит уже новую вершину \tilde{V} в величинах $\delta^{(1)}V$ и $\delta^{(2)}V$ из (16). Тогда, используя (1) и (19), можно получить

$$\tilde{V} = V^0 + FA\tilde{V} + (1 - FA)\Delta V(g, \tilde{V}). \quad (20)$$

Подставим в (20) точные выражения $\delta^{(1)}V$ и $\delta^{(2)}V$ (16) (которые уже содержат \tilde{V}) и используем соотношения (15) и (18). В результате получаем новое уравнение для \tilde{V} :

$$\begin{aligned} \tilde{V} = e_q V^0 + FA\tilde{V} + 2FGgDGgGG\tilde{V} + & (21) \\ + FGgGDGgG\tilde{V} + 2FGg_{i\bar{i}}DGG\tilde{V} + & \\ + 4FGGgGTGDgGG\tilde{V} + 2FGgGGDd\Gamma GG\tilde{V} + & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} + 2\delta FDGgGG\tilde{V} + 2\delta FDGG\Gamma GgGG\tilde{V} + & \\ + \delta FDGGd\Gamma GG\tilde{V} + \delta^{(2)}FGG\tilde{V}. & \end{aligned}$$

Это уравнение содержит 10 интегральных слагаемых вместо 12 в уравнении (16) в [1] (заметим, что в его аналитической форме мы пишем цифру 4 в третьей линии уравнения (21) вместо цифры 2 в его графическом представлении). Уравнение (21) можно записать в диаграммном виде. Однако для нашей цели включения двухфононных конфигураций лучше использовать не величину $d\Gamma$ в уравнении (21), а амплитуду Γ . Поэтому преобразуем уравнение для $d\Gamma$ (14) в выражение для него:

$$d\Gamma = \delta F + \Gamma \delta F = \delta F + \Gamma GG \delta F. \quad (22)$$

Подставляя (22) в (21), получаем уравнение для \tilde{V} , которое содержит только δF и Γ :

$$\begin{aligned} \tilde{V} = e_q V^0 + FA\tilde{V} + 2FGgDGgGG\tilde{V} + FGgGDGgG\tilde{V} + & (23) \\ + 2FGg_{i\bar{i}}DGG\tilde{V} + & \\ + 4FGGgGTGDgGG\tilde{V} + 2FGGgDG\delta FGG\tilde{V} + & \\ + 2\delta FDGgGG\tilde{V} + 2FGGgDG\Gamma GG\delta FGG\tilde{V} + & \\ + 2\delta FDGG\Gamma GgGG\tilde{V} + \delta FDGG\delta FGG\tilde{V} + & \\ + \delta FDGG\Gamma GG\delta FGG\tilde{V} + \delta^{(2)}FGG\tilde{V}. & \end{aligned}$$

Оно показано на рис. 5.

Уравнение (23), рис. 5, есть *второй главный результат* нашей статьи.

Мы получили существенное обобщение уравнения (16), рис. 6 в [1]. Сравним это с полученным уравнением (23), рис. 5. Для простоты пронумеруем наши формулы в соответствии с их линиями в уравнении (23) и рис. 5:

$$\tilde{V} = \tilde{V}^1 + \tilde{V}^{\text{tad}} + \tilde{V}_n^2 + \tilde{V}_n^3 + \tilde{V}_n^4 + \tilde{V}_n^5, \quad (24)$$

где верхний индекс означает только линии в уравнении (23), рис. 5. Нижний индекс n в четырех слагаемых означает, что эти слагаемые содержат новые части по сравнению с [1].

1. Мы получили полное совпадение с [1] в линии 1 и в линии 2 для слагаемого \tilde{V}^{tad} .

2. Однако имеются значительные отличия. Как и следовало ожидать, слагаемые, которые содержат сначала амплитуду g , у нас не наблюдаются из-за отсутствия первой g^2 -поправки к вершине вида $gGD\delta^{(1)}V$. Но кроме слагаемых, содержащих F и

δF (как в [1]), у нас появилось пять слагаемых, содержащих полную амплитуду взаимодействия Γ . Это дает возможность получить двухфононные конфигурации, см. следующий раздел.

4.2. $1p1h \otimes$ фонон- и двухфононные конфигурации

Уравнение (23) дает возможность ввести двухфононные конфигурации, если воспользоваться разложением амплитуды Γ по фононам:

$$\Gamma(\omega) = \sum_s \frac{g^s g^{s*}}{\omega - \omega_s}, \quad (25)$$

где g^s удовлетворяет уравнению (4). Это разложение годится именно для расчетов ПДР и ГМР, поскольку в них, как правило, используется огромное количество фононов, так что разложение (25) исчерпывает почти всю амплитуду Γ . В принципе, следовало добавить регулярную часть амплитуды Γ . Однако такой подход приводит к значительным осложнениям, связанным с задачей нахождения регулярной части амплитуды, и является на данном

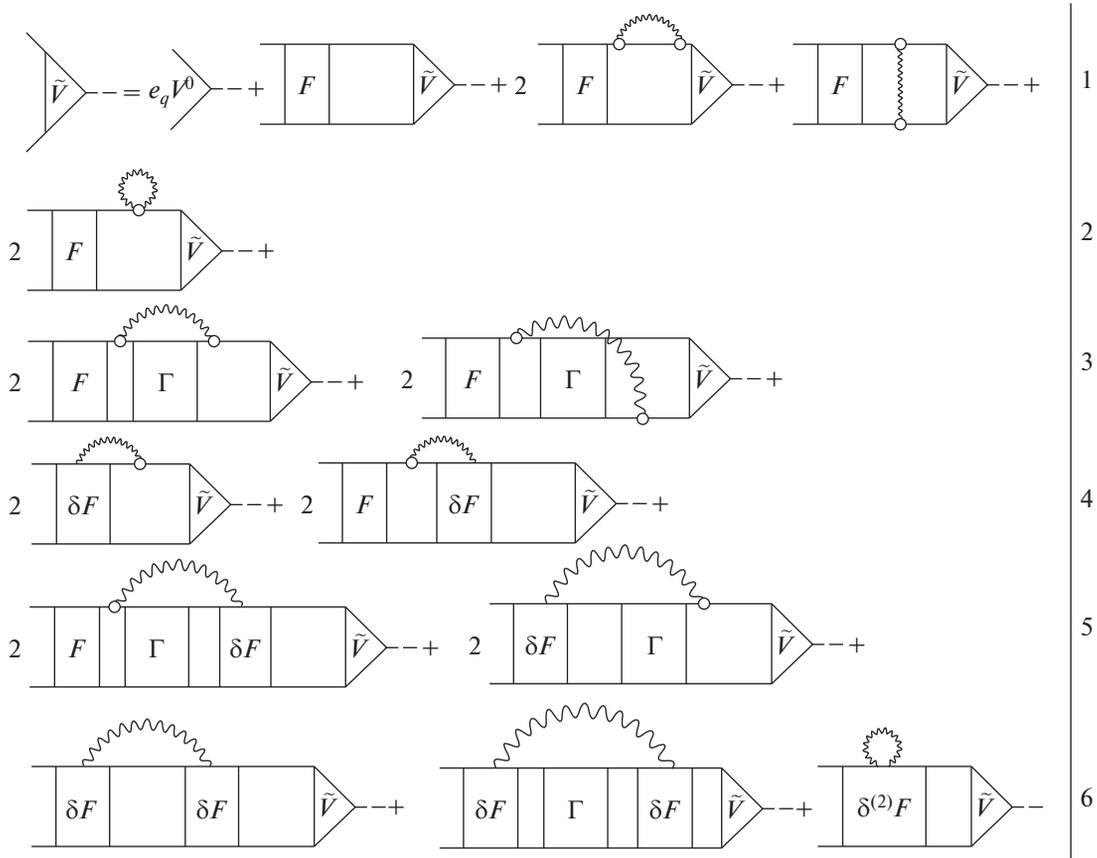


Рис. 5. Графическое изображение уравнения (23).

этапе неконструктивным. Он будет рассмотрен в ближайшем будущем.

Подставляя разложение (25) в величину $2gD\Gamma Gg$, которая играет роль фонон-обменного взаимодействия, имеем (символически):

$$gD\Gamma Gg = gGgDDgGg, \quad (26)$$

что показано на рис. 6.

Для получения нового уравнения для вершины \tilde{V} необходимо подставить выражение (25) во все пять членов уравнения (23), рис. 5, которые содержат амплитуду Γ . Получаем результат, показанный на рис. 7:

$$\begin{aligned} \tilde{V} = & e_q V^0 + FA\tilde{V} + 2FGgDGgG\tilde{V} + FGgGDGg\tilde{V} + \\ & + 2FGg_{\bar{1}\bar{1}}DGG\tilde{V} + \\ & + 4FGGgGgDDgGgG\tilde{V} + 2FGGgD\delta FGG\tilde{V} + \\ & + 2\delta F DGgG\tilde{V} + 2\delta F DGg\delta FGG\tilde{V} + \\ & + \delta^{(2)}FDGG\tilde{V} + \delta FGGgDDgGG\delta FGG\tilde{V} + \\ & + 2FGGgGgDDgGG\delta FGG\tilde{V} + \\ & + 2\delta FGGgDDgGgG\tilde{V}. \end{aligned} \quad (27)$$

Линии уравнения (27) и рис. 7 соответствуют друг другу.

Рисунок 7, уравнение (27), есть *третий главный результат нашей статьи*.

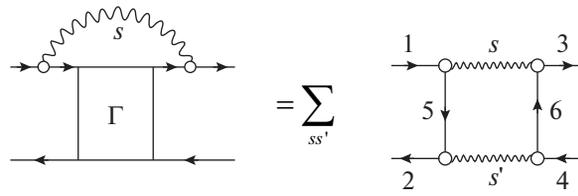


Рис. 6. Соотношение (26) в диаграммном представлении.

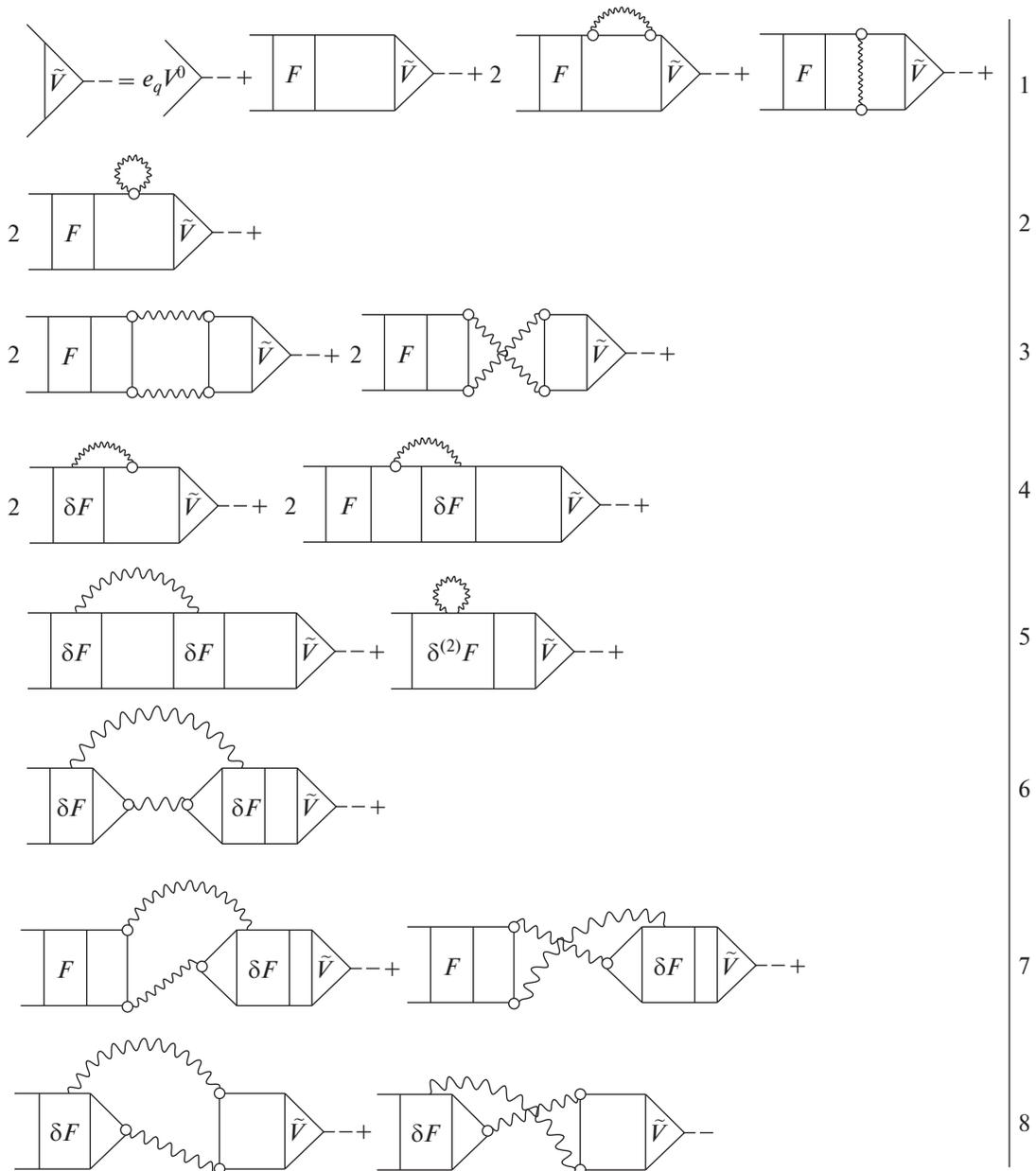


Рис. 7. Уравнение (27) в диаграммном представлении.

5. ОБСУЖДЕНИЕ НОВОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ЭФФЕКТИВНОГО ПОЛЯ \tilde{V}

5.1. Общее описание. Сравнение со статьей [1]

Используя стандартную диаграммную технику, можно видеть, что уравнение (27), рис. 7, содержит как $1p1h \otimes$ фонон-конфигурации во всех линиях, кроме МХФ-части уравнения (1) в линии 1, так и двухфононные конфигурации в линиях 3, 6, 7, 8 уравнения (27). Это также можно понять, если мысленно сделать поперечные разрезы слагаемых на рис. 7.

Пронумеруем слагаемые уравнения (27), рис. 7 в соответствии с их линиями:

$$\tilde{V} = \tilde{V}^1 + \tilde{V}^{\text{tad}} + \tilde{V}_{2\text{phon}}^3 + \quad (28)$$

$$+ \tilde{V}^4 + \tilde{V}^5 + \tilde{V}_{2\text{phon}}^6 + \tilde{V}_{2\text{phon}}^7 + \tilde{V}_{2\text{phon}}^8,$$

где верхние индексы 1–8 означают только номер линии в уравнении (27), рис. 7. Нижние индексы 2phon означают, что эти слагаемые содержат двухфононные конфигурации. Некоторые члены в (28) включают два слагаемых.

1. Мы получили полное совпадение между уравнением (16), рис. 6, в [1] и уравнением (27), рис. 7, в линии 1 и в линии 2 для слагаемых \tilde{V}^{tad} .

2. Четыре слагаемых в линиях 4 и 5 совпадают со слагаемыми в линиях 4 и 6 на рис. 6 в [1], там они были получены и обсуждены.

3. Слагаемые в линиях 6, 7, 8, т.е. $\tilde{V}_{2\text{phon}}^6 + \tilde{V}_{2\text{phon}}^7 + \tilde{V}_{2\text{phon}}^8$, содержат двухфононные конфигурации и величины $(\delta F)^2 g^2$ и $\delta F g^3$.

Все слагаемые в линиях 4–8 содержат величины δF . Эта величина выражается через амплитуду трехквaziчастичного эффективного взаимодействия [13]:

$$\delta_s F = W G g_s G. \quad (29)$$

Как известно, роль этого взаимодействия в целом невелика. Поэтому можно думать, что количественный вклад этих слагаемых мал. Для задачи изучения статических характеристик это было показано прямым расчетом с использованием формулы (7) в [16]. Поэтому мы не будем обсуждать эти

слагаемые и далее рассмотрим только слагаемые с $\tilde{V}_{2\text{phon}}^3$, см. следующий раздел. Мы получим общие формулы для них, но прежде всего и в более детальной форме рассмотрим новые двухфононные фонон-обменные взаимодействия, обусловленные обменом двух фононов, которые играют роль нового эффективного взаимодействия между нуклонами.

5.2. Слагаемые $\tilde{V}_{2\text{phon}}^3$ (линия 3). Двухфононные конфигурации. Сравнение с моделью ПВБ

Двухфононные слагаемые в линии 3 имеют вид

$$\tilde{V}_{2\text{phon}}^3 = F G G F_{\text{ind}_1}^{2\text{phonon}} G G \tilde{V} + \quad (30)$$

$$+ F G G F_{\text{ind}_2}^{2\text{phonon}} G G \tilde{V}.$$

Здесь мы ввели двухфононные фонон-обменные взаимодействия $F_{\text{ind}_1}^{2\text{phonon}}$ и $F_{\text{ind}_2}^{2\text{phonon}}$. Для первого из двухфононных графиков на рис. 7:

$$(F_{\text{ind}}^{2\text{phonon}})_{1234_1}(\varepsilon_1, \varepsilon_3, \omega) = \quad (31)$$

$$= \sum_{56ss'} g_{15}^s g_{63}^{s*} g_{52}^{s'} g_{46}^{s'*} I_{56ss'_1} \delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_4 - \varepsilon_3),$$

$$I_{56ss'_1}(\varepsilon_1, \varepsilon_3) = \int G_5(\varepsilon_1 - \omega_1) \times \quad (32)$$

$$\times G_6(\varepsilon_3 - \omega_1) D_s(\omega_1) D_{s'}(\omega_1 - \omega) d\omega_1,$$

где мы ввели $(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) = (\varepsilon_3 - \varepsilon_4) = \omega$. Результат интегрирования дается формулой (35).

Для второго $F_{\text{ind}}^{2\text{phonon}}$, который входит в “перекрестный” график на линии 3, рис. 7:

$$(F_{\text{ind}}^{2\text{phonon}})_{1234_2}(\varepsilon_1, \varepsilon_4, \omega) = \quad (33)$$

$$= \sum_{56ss'} g_{15}^s g_{46}^{s*} g_{52}^{s'} g_{63}^{s'*} I_{56ss'_2} \delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_4 - \varepsilon_3),$$

где

$$I_{56ss'_2}(\varepsilon_1, \varepsilon_4) = \int G_5(\varepsilon_1 - \omega_1) \times \quad (34)$$

$$\times G_6(\varepsilon_4 + \omega_1) D_s(\omega_1) D_{s'}(\omega_1 - \omega) d\omega_1,$$

$$I_{56ss'_1} = \frac{(1 - n_5)n_6}{(\varepsilon_3 + \varepsilon_5 - \varepsilon_6 - \varepsilon_1)(\varepsilon_1 - \varepsilon_5 - \omega_s)(\varepsilon_1 - \varepsilon_5 - \omega - \omega'_s)} - \quad (35)$$

$$- \frac{n_5(1 - n_6)}{(\varepsilon_3 + \varepsilon_5 - \varepsilon_6 - \varepsilon_1)(\varepsilon_1 - \varepsilon_5 + \omega_s)(\varepsilon_1 - \varepsilon_5 - \omega + \omega'_s)} +$$

$$+ \frac{(1 - n_5)n_6}{(\varepsilon_3 + \varepsilon_5 - \varepsilon_6 - \varepsilon_1)(\varepsilon_3 - \varepsilon_6 + \omega_s)(\varepsilon_3 - \varepsilon_6 - \omega + \omega'_s)} -$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{n_5(1-n_6)}{(\varepsilon_3 + \varepsilon_5 - \varepsilon_6 - \varepsilon_1)(\varepsilon_3 - \varepsilon_6 - \omega_s)(\varepsilon_3 - \varepsilon_6 - \omega - \omega'_s)} + \frac{(1-n_5)(1-n_6)}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_5 - \omega_s)(\varepsilon_3 - \varepsilon_6 - \omega_s)(\omega_s + \omega'_s - \omega)} + \\
 & + \frac{n_5 n_6}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_5 + \omega_s)(\varepsilon_3 - \varepsilon_6 + \omega_s)(\omega_s + \omega'_s + \omega)} + \frac{(1-n_5)(1-n_6)}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_5 - \omega - \omega'_s)(\varepsilon_3 - \varepsilon_6 - \omega - \omega'_s)(\omega_s + \omega'_s + \omega)} + \\
 & \quad + \frac{n_5 n_6}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_5 - \omega + \omega'_s)(\varepsilon_3 - \varepsilon_6 - \omega + \omega'_s)(\omega_s + \omega'_s - \omega)} + \\
 & \quad + \frac{(1-n_5)(1-n_6)}{(\varepsilon_3 + \varepsilon_5 - \varepsilon_6 - \varepsilon_1)(\varepsilon_1 - \varepsilon_5 - \omega_s)(\varepsilon_1 - \varepsilon_5 - \omega - \omega'_s)} - \\
 & \quad - \frac{n_5 n_6}{(\varepsilon_3 + \varepsilon_5 - \varepsilon_6 - \varepsilon_1)(\varepsilon_1 - \varepsilon_5 + \omega_s)(\varepsilon_1 - \varepsilon_5 - \omega + \omega'_s)} + \\
 & + \frac{(1-n_5)n_6}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_5 - \omega_s)(\varepsilon_3 - \varepsilon_6 - \omega_s)(\omega_s + \omega'_s - \omega)} + \frac{n_5(1-n_6)}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_5 + \omega_s)(\varepsilon_3 - \varepsilon_6 + \omega_s)(\omega_s + \omega'_s + \omega)} + \\
 & + \frac{(1-n_5)n_6}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_5 + \omega_s)(\varepsilon_3 - \varepsilon_6 + \omega_s)(\omega_s + \omega'_s + \omega)} + \frac{n_5(1-n_6)}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_5 - \omega_s)(\varepsilon_3 - \varepsilon_6 - \omega_s)(\omega_s + \omega'_s - \omega)}
 \end{aligned}$$

и аналогично для $I_{56ss'_2}$. Мы видим, что двухфононные знаменатели $[\omega \pm (\omega_s + \omega'_s)]^{-1}$ входят как в $pp(n_{\lambda_5}n_{\lambda_6})$, $hh(1-n_{\lambda_5})(1-n_{\lambda_6})$, так и в $hp((1-n_{\lambda_5})n_{\lambda_6})$, $ph(n_{\lambda_5}(1-n_{\lambda_6}))$ -члены, где $pp(hh)$ соответствуют двум частицам (дыркам) выше (ниже) поверхности Ферми и $hp(ph)$ соответствуют дырке и частице, находящимся по разную сторону от поверхности Ферми.

Двухфононные слагаемые на линии 3 в формуле (35) содержат сложные $1p1h \otimes$ фонон- и двухфононные конфигурации. Эти конфигурации, включая те, которые соответствуют корреляции в основном состоянии (КОС), можно увидеть, если мысленно сделать поперечные сечения соответствующих графиков. Наши двухфононные конфигурации также содержат двухфононные КОС со знаменателями $[\omega + (\omega_s + \omega'_s)]^{-1}$. Таким образом, кроме линии 1, $1p1h \otimes$ фонон-конфигурации присутствуют и в линии 3 на рис. 7, т.е. мы получили значительное усложнение по сравнению с [1].

Формула (35) содержит как $1p1h \otimes$ фонон-, так и двухфононные конфигурации, и является весьма громоздкой. Чтобы упростить ее и сравнить с ПВБ [19, 32], мы попытались (безуспешно!) привести их с помощью компьютера к виду, содержащему только члены с $[\omega \pm (\omega_s + \omega'_s)]^{-1}$. Результат преобразования *обеих* формул имеет вид (36) и (37),

$$\begin{aligned}
 I_{56ss'_1}(\varepsilon_1, \varepsilon_3, \omega) &= \frac{1}{(\varepsilon_3 + \varepsilon_{\lambda_5} - \varepsilon_{\lambda_6} - \varepsilon_1)} \times \quad (36) \\
 &\times \left(\frac{1-n_{\lambda_5}}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_{\lambda_5} - \omega_s)(\varepsilon_1 - \varepsilon_{\lambda_5} - \omega - \omega'_s)} - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{n_{\lambda_5}}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_{\lambda_5} + \omega_s)(\varepsilon_1 - \varepsilon_{\lambda_5} - \omega + \omega'_s)} + \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{(1-n_{\lambda_5})n_6}{(\varepsilon_3 - \varepsilon_{\lambda_6} + \omega_s)(\varepsilon_3 - \varepsilon_{\lambda_6} - \omega + \omega'_s)} - \\
 & - \frac{n_{\lambda_5}(1-n_6)}{(\varepsilon_3 - \varepsilon_{\lambda_6} - \omega_s)(\varepsilon_3 - \varepsilon_{\lambda_6} - \omega - \omega'_s)} \Big) + \\
 & + \frac{1}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_{\lambda_5} + \omega_s)(\varepsilon_3 - \varepsilon_{\lambda_6} + \omega_s)(\omega_s + \omega'_s + \omega)} + \\
 & + \frac{1}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_{\lambda_5} - \omega_s)(\varepsilon_3 - \varepsilon_{\lambda_6} - \omega_s)(\omega_s + \omega'_s - \omega)}, \\
 I_{56ss'_2}(\varepsilon_1, \varepsilon_4, \omega) &= \frac{1}{(\varepsilon_4 + \varepsilon_1 - \varepsilon_{\lambda_6} - \varepsilon_{\lambda_5})} \times \quad (37) \\
 &\times \left(\frac{1-n_{\lambda_5}}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_{\lambda_5} - \omega_s)(\varepsilon_1 - \varepsilon_{\lambda_5} - \omega - \omega'_s)} - \right. \\
 &\quad - \frac{n_{\lambda_5}}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_{\lambda_5} + \omega_s)(\varepsilon_1 - \varepsilon_{\lambda_5} - \omega + \omega'_s)} - \\
 &\quad - \frac{(1-n_{\lambda_5})(1-n_6)}{(\varepsilon_{\lambda_6} - \varepsilon_4 + \omega_s)(\varepsilon_{\lambda_6} - \varepsilon_4 - \omega + \omega'_s)} + \\
 &\quad \left. + \frac{n_{\lambda_5}n_6}{(\varepsilon_{\lambda_6} - \varepsilon_4 - \omega_s)(\varepsilon_{\lambda_6} - \varepsilon_4 - \omega - \omega'_s)} \right) + \\
 & + \frac{1}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_{\lambda_5} + \omega_s)(\varepsilon_4 - \varepsilon_{\lambda_6} - \omega_s)(\omega_s + \omega'_s + \omega)} + \\
 & + \frac{1}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_{\lambda_5} - \omega_s)(\varepsilon_4 - \varepsilon_{\lambda_6} + \omega_s)(\omega_s + \omega'_s - \omega)}.
 \end{aligned}$$

Здесь можно видеть значительное отличие от двухфононной версии работ с ПВБ [19, 32]. С одной стороны, наш метод введения двухфононных конфигураций, рис. 7, дает более сложную зависимость от ω и позволяет включить как $1p1h \otimes$ фонон, так и двухфононные конфигурации. С другой стороны, в 3-й линии мы получили естественное для нашей модели усложнение графиков

1-й линии: график $FGGgDg$ в линии 1 дополняется графиком $FGGF_{\text{ind}}^{2\text{phon}}$, т.е. обмен одним фононом дополняется обменом двумя фононами. Однако соответствующие формулы в линии 3, формула (30), будут очень громоздкими. Поэтому прежде всего необходимо рассмотреть другие модели включения $1p1h \otimes$ фонон- и двухфононных конфигураций в уравнение для вершины.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Настоящая работа выполнена в рамках ядерной квантовой теории многих тел, точнее, метода квантовых функций Грина и является продолжением и развитием статьи [1]. Изучена модель, в которой использовалась только одна, но главная g^2 -поправка для вершины V — основной величины в ТКФС. (В этом заключается “модельность” нашей работы.) Как и в [1], подтвердилась, т.е. получена, как частный случай, предыдущая модель учета сложных конфигураций [17] и модель ПВБ [18] (последняя — при условии, что будет использован рецепт ПВБ, если необходимо). Вместе с этим естественно подтвердились новый динамический эффект тэдпола и наличие слагаемых, содержащих вариации эффективного взаимодействия в поле фонона δF , полученные ранее в [1]. Этими двумя последними эффектами наш подход отличается от всех предыдущих моделей и методов. В работе получены следующие новые результаты: 1) В отличие от [1], получены и использованы не приближенные, а точные выражения для двух вариаций вершины в поле фонона. 2) Это позволило получить уравнение для вершины \tilde{V} , которое содержит не только обычное эффективное взаимодействие F в ТКФС, но и полную амплитуду частично-дырочного взаимодействия G . 3) Используя разложение этой амплитуды по МХФ-фононам, получено новое уравнение для \tilde{V} , которое содержит сложные как $1p1h \otimes$ фонон-, так и двухфононные конфигурации. Эти результаты принципиально важны для дальнейшего развития обобщенной ТКФС. Однако полученные слагаемые с двухфононными конфигурациями оказались весьма громоздкими для окончательного анализа, не говоря уже о расчетах. Это означает, что наша рассмотренная модель нуждается в дополнительном анализе, который предполагается выполнить в ближайшее время.

Мы благодарны В.А. Ходелю и В.И. Целяеву за полезные обсуждения. С.К. благодарит доктора С. Ларсен (А.С. Larsen) и группу из Осло за продуктивное сотрудничество в области ПДР. Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-31-90186 и поддержано Российским научным фондом, проект № 16-12-10155.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. S. P. Kamerzhiev and M. I. Shitov, Eur. Phys. J. A **56**, 265 (2020).
2. D. Savran, T. Aumann, and A. Zilges, Prog. Part. Nucl. Phys. **70**, 210 (2013).
3. N. Paar, D. Vretenar, E. Khan, and G. Colo, Rep. Prog. Phys. **70**, 691 (2007).
4. A. Bracco, E. G. Lanza, and A. Tamii, Prog. Part. Nucl. Phys. **106**, 360 (2019).
5. С. П. Камерджиив, О. И. Ачаковский, С. В. Толоконников, М. И. Шитов, ЯФ **82**, 320 (2019) [S. P. Kamerzhiev, O. I. Achakovskiy, S. V. Tolokonnikov, and M. I. Shitov, Phys. At. Nucl. **82**, 366 (2019)].
6. S. Kamerzhiev, J. Speth, and G. Tertychny, Phys. Rep. **393**, 1 (2004).
7. A. Tamii, I. Poltoratska, P. von Neumann-Cosel, Y. Fujita, T. Adachi, C. A. Bertulani, J. Carter, M. Dozono, H. Fujita, K. Fujita, K. Hatanaka, D. Ishikawa, M. Itoh, T. Kawabata, Y. Kalmykov, A. M. Krumbholz, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **107**, 062502 (2011).
8. A. C. Larsen, J. E. Midthø, M. Guttormsen, T. Renstrøm, S. N. Liddick, A. Spyrou, S. Karampagia, B. A. Brown, O. Achakovskiy, S. Kamerzhiev, D. L. Bleuel, A. Couture, L. Crespo Campo, B. P. Crider, A. C. Dombos, R. Lewis, *et al.*, Phys. Rev. C **97**, 054329 (2018).
9. A. Repko, V. O. Nesterenko, J. Kvasil, and P.-G. Reinhard, Eur. Phys. J. A **55**, 242 (2019).
10. N. Ryezayeva, T. Hartmann, Y. Kalmykov, H. Lenske, P. von Neumann-Cosel, V. Yu. Ponomarev, A. Richter, A. Shevchenko, S. Volz, and J. Wambach, Phys. Rev. Lett. **89**, 272502 (2002).
11. Н. А. Люторович, В. И. Целяев, О. И. Ачаковский, С. П. Камерджиив, Письма в ЖЭТФ **107**, 699 (2018) [N. A. Lyutorovich, V. I. Tselyaev, O. I. Achakovskiy, and S. P. Kamerzhiev, JETP Lett. **107**, 659 (2018)].
12. А. Б. Мигдал, *Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер* (Наука, Москва, 1965; Intersci., New York, 1967).
13. V. A. Khodel and E. E. Saperstein, Phys. Rep. **92**, 183 (1982).
14. А. Б. Мигдал, *Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер*, 2-е изд. (Наука, Москва, 1983).
15. Э. Е. Саперштейн, С. В. Толоконников, ЯФ **79**, 703 (2016) [E. E. Saperstein and S. V. Tolokonnikov, Phys. At. Nucl. **79**, 1030 (2016)].
16. D. Voitenkov, S. Kamerzhiev, S. Krewald, E. E. Saperstein, and S. V. Tolokonnikov, Phys. Rev. C **85**, 054319 (2012).
17. С. П. Камерджиив, ЯФ **38**, 316 (1983) [S. P. Kamerzhiev, Sov. J. Nucl. Phys. **38**, 188 (1983)].

18. В. И. Целяев, ЯФ **50**, 1252 (1989) [V. I. Tselyaev, Sov. J. Nucl. Phys. **50**, 780 (1989)].
19. V. Tselyaev, Phys. Rev. C **75**, 024306 (2007).
20. A. Avdeenkov, S. Goriely, S. Kamerdzhiev, and S. Krewald, Phys. Rev. C **83**, 064316 (2011).
21. S. P. Kamerdzhiev and V. N. Tkachev, Z. Phys. A **334**, 19 (1989).
22. S. P. Kamerdzhiev and V. N. Tkachev, Phys. Lett. B **142**, 225 (1984).
23. P. F. Bortignon and R. A. Broglia, Nucl. Phys. A **371**, 405 (1981).
24. P. F. Bortignon, R. A. Broglia, G. F. Bertsch, and J. Pacheco, Nucl. Phys. A **460**, 149 (1986).
25. С. П. Камерджи́ев, А. В. Авдеенков, О. И. Ачаковский, ЯФ **77**, 1367 (2014) [S. P. Kamerdzhiev, A. V. Avdeenkov, and O. I. Achakovskiy, Phys. At. Nucl. **77**, 1303 (2014)].
26. V. Tselyaev, N. Lyutorovich, J. Speth, and P.-G. Reinhard, Phys. Rev. C **97**, 044308 (2018).
27. E. Litvinova and P. Schuck, Phys. Rev. C **100**, 064320 (2019).
28. V. G. Soloviev, *Theory of Atomic Nuclei: Quasi-Particles and Phonons* (Institute of Physics, Bristol and Philadelphia, USA, 1992).
29. V. A. Khodel, A. P. Platonov, and E. E. Saperstein, J. Phys. G: Nucl. Phys. **6**, 1199 (1980).
30. В. А. Ходель, ЯФ **24**, 704 (1976) [V. A. Khodel, Sov. J. Nucl. Phys. **24**, 367 (1976)].
31. S. P. Kamerdzhiev and E. E. Saperstein, Eur. Phys. J. A **37**, 333 (2008).
32. E. Litvinova, P. Ring, and V. Tselyaev, Phys. Rev. C **88**, 044320 (2013).

MICROSCOPIC MODEL OF ACCOUNTING FOR COMPLEX CONFIGURATIONS FOR PYGMY AND GIANT RESONANCES

S. Kamerdzhiev¹⁾, M. Shitov¹⁾

¹⁾*National Research Center “Kurchatov Institute”, Moscow, Russia*

Within the framework of nuclear quantum many-body theory, a microscopic model of accounting for the quasiparticle–phonon interaction in magic nuclei has been considered, which is of interest for the microscopic theory of pygmy- and giant multipole resonances, primarily for describing their fine structure. The article is continuation and further development of the previous article written by the same authors [1]. The main physical results of [1] have been confirmed and the new results have been obtained: 1) the exact (not approximate, as in [1]) expressions for the first and second variations of the main quantity in the Theory of Finite Fermi System, i.e. the vertex, in the phonon field have been found and used, 2) a new equation for the vertex has been derived; it contains not only the effective interaction, but also the full particle–hole interaction amplitude, 3) this result made it possible to add the necessary two-phonon configurations. The new vertex equation now contains complex configurations, $1p1h \otimes$ phonon and two-phonon, including numerous ground-state correlations.