

АППРОКСИМАЦИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СЕЧЕНИЙ УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ ИЗОТОПОВ ВОДОРОДА

© 2021 г. А. А. Галюзов^{1)*}, М. В. Косов^{1)**}

Поступила в редакцию 21.05.2021 г.; после доработки 21.05.2021 г.; принята к публикации 24.05.2021 г.

Дифференциальные сечения упругого рассеяния изотопов водорода используются при моделировании установок, в которых инициируются реакции синтеза, и в астрофизических приложениях. На основе теории прямых ядерных реакций в области низких энергий получены аппроксимации экспериментальных дифференциальных сечений упругого рассеяния изотопов водорода с учетом интерференции амплитуд электромагнитного и сильного взаимодействия.

DOI: 10.31857/S0044002721060040

1. ВВЕДЕНИЕ

Моделируя упругое ион-ионное рассеяние при низких энергиях, обычно предполагают, что из-за кулоновского барьера вклад ядерной амплитуды в сечение рассеяния мал по сравнению с вкладом электромагнитной амплитуды, поэтому ограничиваются использованием формулы Резерфорда для описания его углового распределения. Это справедливо для тяжелых ядер, но в случае рассеяния изотопов водорода при энергиях даже порядка сотни кэВ дифференциальное сечение упругого рассеяния на большие углы отличается от резерфордовского, поскольку сильное взаимодействие вносит заметный вклад в сечение, что существенно, например, в случае моделирования обратного пыления из мишени при ее облучении ускоренными ионами водорода. Для уточнения моделирования процессов рассеяния в мишенях нейтронных генераторов необходимо было провести аппроксимацию экспериментальных дифференциальных сечений упругого рассеяния изотопов водорода в рамках единой модели при энергиях от сотни кэВ до десятков МэВ.

Для описания угловых распределений сечений традиционно используют оптические модели [1], зависящие от большого числа параметров: как самого оптического релятивистски не инвариантного потенциала, так и радиального распределения плотности ядра, однако трудность учета начального взаимодействия (ISI — initial state interaction) на расстояниях, где оптическая модель еще неприменима, и конечного взаимодействия (FSI — final

state interaction), где она уже неприменима, не позволяет провести аппроксимацию с единым распределением плотности нуклонов в ядре. В еще большей мере ограничения применимости оптических моделей возникают для рассеяния малонуклонных систем, в которых трудно говорить об оптическом потенциале взаимодействия. Помимо использования оптических моделей для описания дифференциальных сечений ядерных реакций широко применяется метод фазового анализа [2, 3]. Однако не удается найти плавную энергетическую зависимость параметров фазового анализа, да и формулы фазового анализа весьма громоздки, а иногда и неоднозначны. В данной работе в качестве теоретической основы для параметризации дифференциальных сечений упругого рассеяния была выбрана теория прямых ядерных реакций (ТПЯР) [4, 5], основанная на использовании релятивистски инвариантных мандельштамовских переменных [4, 6], а также амплитуд и фаз соответствующих им каналов ядерного рассеяния. Взаимодействия в начальном и конечном состояниях в этой модели аппроксимируются в виде гладких аналитических функций, зависящих от энергии реакции в системе центра масс. Эти взаимодействия на больших расстояниях естественно включаются в s -канальные амплитуды, а в амплитудах периферических t - и u -каналов взаимодействий, учитывающих вершинные формфакторы и пропагаторы обменных частиц, они учитываются в виде коэффициентов, зависящих от энергии реакции в системе центра масс T_{CM} . Ввиду своей простоты при меньшем, чем в оптических моделях и методе фазового анализа, числе параметров для аппроксимации экспериментальных данных дифференциальных сечений упругого рассеяния изотопов водорода был выбран ТПЯР-подход, который хорошо зарекомендовал

¹⁾Всероссийский Научно-исследовательский институт атомтики им. Н.Л. Духова, Москва, Россия.

*E-mail: AAGaluzov@vniia.ru

**E-mail: Kosov@vniia.ru

себя при описании (α, n) -реакций [7]. Предварительное применение ТПЯР-аппроксимации с использованием только s -канала сильного взаимодействия было проведено в работе [8].

Кулоновский барьер реакции определяется энергией Гамова [9, 10]

$$E_g = 2\mu (\pi\alpha zZ)^2, \quad (1)$$

где приведенная масса $\mu = \frac{mM}{\sqrt{s}} \approx \frac{mM}{m+M}$, m , M и z , Z — массы и заряды налетающей частицы и ядра-мишени, α — постоянная тонкой структуры, мандельштамовская переменная s , имеющая смысл квадрата полной энергии реакции в системе центра масс, рассчитывается как $s = m^2 + 2(m + T_{LS})M + M^2 \approx (m + M)^2$, а T_{LS} — кинетическая энергия налетающей частицы в лабораторной системе. Для реакции упругого pp -рассеяния $E_g = 0.493$ МэВ, для pd -рассеяния — 0.658 МэВ, для pt -рассеяния — 0.74 МэВ, для dd -рассеяния — 0.986 МэВ, для dt -рассеяния — 1.183 МэВ и для tt -рассеяния — 1.477 МэВ.

Энергия Гамова используется в так называемом факторе Гамова [10], подавляющем сечения сильного взаимодействия при уменьшении энергии

$$P = \frac{1}{T_{CM}} \exp\left(-\sqrt{\frac{E_g}{T_{CM}}}\right), \quad (2)$$

где величина $\exp\left(-\sqrt{\frac{E_g}{T_{CM}}}\right)$ описывает проницаемость кулоновского барьера, а кинетическая энергия в системе центра масс T_{CM} связана с энергией T_{LS} частицы (m), налетающей в лабораторной системе на ядро-мишень (M), соотношением

$$T_{CM} = T_{LS}M \frac{m+M}{s} \approx T_{LS} \frac{M}{m+M}. \quad (3)$$

Приближенные выражения для μ , s и T_{CM} приведены в нерелятивистском пределе. При аппроксимации на основе ТПЯР используются точные выражения, позволяющие экстраполировать полученные формулы и в область больших энергий. В случае нерелятивистского рассеяния тождественных частиц из (3) следует часто используемое $T_{CM} = T_{LS}/2$.

Для того чтобы рассчитать полную амплитуду рассеяния, необходимо знать выражение электромагнитной (резерфордовской) амплитуды рассеяния налетающего ядра на ядре-мишени. Амплитуду резерфордовского рассеяния можно определить как

$$A_R = \frac{B_R}{|t|}, \quad (4)$$

где $B_R = 16\pi m M \alpha z Z$. Поскольку A_R в системе единиц, где $\hbar = c = 1$, — величина безразмерная,

фактор B_R имеет размерность квадрата массы. Для того чтобы сравнивать резерфордовскую константу с безразмерными энергетически зависимыми коэффициентами сильных амплитуд, рассматривается безразмерный резерфордовский коэффициент $C_R = \frac{B_R}{m_{\pi^0}^2} = 16\pi\alpha z Z \frac{mM}{m_{\pi^0}^2}$, где m_{π^0} — масса π^0 -мезона, так что

$$A_R = \frac{C_R}{|t|/m_{\pi^0}^2}. \quad (5)$$

Дифференциальное сечение резерфордовского рассеяния полностью ионизированных ядер определяется выражением [11]

$$\frac{d\sigma_R}{d\Omega_{CM}} = \left(\frac{2\mu\alpha z Z}{t}\right)^2 (\hbar c)^2. \quad (6)$$

Резерфордовское сечение упругого рассеяния тождественных частиц с массой m , зарядом z и спином S имеет вид [12]

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_R}{d\Omega_{CM}} &= \left(\frac{2\mu\alpha\hbar cz^2}{t}\right)^2 \times \\ &\times \left(1 + \text{tg}^4 \frac{\theta_{CM}}{2} + \frac{(-1)^{2S}}{S + \frac{1}{2}} \text{tg}^2 \frac{\theta_{CM}}{2} \times \right. \\ &\left. \times \cos\left(\frac{\mu\alpha}{p_{CM}} \ln\left(\text{tg}^2 \frac{\theta_{CM}}{2}\right)\right)\right). \end{aligned} \quad (7)$$

Первый член в (7) соответствует вкладу в дифференциальное сечение t -канального рассеяния, второй — симметричного первому u -канального рассеяния, а третий — их интерференции. Более подробно кинематические переменные этой формулы приведены в [8]. Если в [8] формула (7) применялась только для тождественных протонов со спином $S = \frac{1}{2}$, т.е. интерференция была деструктивной, то в этой работе она применяется и к dd - ($S = 1$, конструктивная интерференция), и к tt -рассеяниям ($S = \frac{1}{2}$).

При ТПЯР-аппроксимации s -канальное рассеяние с комплексной амплитудой

$$A_s = B_s e^{i\phi_s} \sqrt{P}, \quad (8)$$

где P определено формулой (2), и ϕ_s отсчитывается от чисто упругой резерфордовской амплитуды, соответствует изотропному распаду промежуточной компаунд-системы. Фактор \sqrt{P} выделялся, чтобы уменьшить степень зависимости амплитуды от энергии и аппроксимировать B_s гладкой дробно-рациональной функцией, широко применяемой в численных методах, поскольку дополнительные аналитические свойства и их учет методом Чини–Лоэба [13] позволяет находить единственные решения. Описание t -канального рассеяния осуществлялось периферической диаграммой

с t -канальным обменом фотоном (резерфордовское рассеяние) или пионом (однопионный обмен). Вклад пропагатора пиона t -канального взаимодействия выделялся в аппроксимации в виде

$$A_t = \frac{B_t e^{i\phi_t} \sqrt{P}}{1 + |t|/m_{\pi^0}^2}. \quad (9)$$

В резерфордовской амплитуде и амплитуде t -канального пионного обмена формфакторы ядер не учитывались, поскольку рассматривались легчайшие ядра — изотопы водорода. Вклад u -канального рассеяния с обменом ядерным фрагментом в ТПЯР представляется как

$$A_u = \frac{B_u \sqrt{P} e^{i\phi_u}}{(1 + (|t_{\max}| - |t|) / \mu_u^2) (1 + (|t_{\max}| - |t|) / \mu_{uf}^2)}. \quad (10)$$

Здесь μ_u — очень большая величина, приблизительно равная массе обменного ядерного фрагмента, — при pd - и dt -рассеяниях это масса нейтрона, а при pt -рассеянии — масса двух нейтронов, поэтому первый член в знаменателе (10) может отличаться от единицы только при высоких энергиях. Зато второй член соответствует вершинному формфактору, который определяется ψ -функцией обменного ядерного фрагмента в большом из рассеиваемых ядер. Параметр μ_{uf} рассматривался как свободный параметр аппроксимации, не зависящий от энергии реакции.

Большая часть экспериментальных данных дифференциальных сечений упругого рассеяния изотопов водорода при различных значениях кинетической энергии налетающих частиц бралась из базы ядерных данных EXFOR [14]. Данные были представлены в виде $(\theta, \frac{d\sigma}{d\Omega})$, где θ — угол рассеяния в градусах, а $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ — дифференциальное сечение в мбн/ср. Угол рассеяния θ мог быть представлен как в лабораторной системе, так и в системе центра масс. Дифференциальное сечение упругого рассеяния $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ в различных работах также давалось как в системе центра масс, так и в лабораторной системе. В связи с этим необходимо было переводить величины из лабораторной системы в систему центра масс.

В случае рассеяния различных частиц углы рассеяния в системе центра масс и в лабораторной системе связаны получающимся из общеизвестного выражения $\operatorname{tg} \theta_{LS} = \frac{\sin \theta_{CM}}{\gamma \cos \theta_{CM} + a}$ соотношением

$$\begin{aligned} \cos \theta_{CM} &= \\ &= \frac{-a\gamma \operatorname{tg}^2 \theta_{LS} \pm \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta_{LS} (\gamma^2 - a^2)}}{1 + \operatorname{tg}^2 \theta_{LS}}, \end{aligned} \quad (11)$$

где $\gamma = \frac{E_{LS} + M}{\sqrt{s}}$, $a = \sqrt{(\frac{m}{M})^2 + \frac{p_{LS}^2}{s}}$, а $E_{LS} = m + T_{LS}$ и p_{LS} — полная энергия и импульс налетающего ядра в лабораторной системе. Т.е. одному

и тому же углу в лабораторной системе соответствуют два угла рассеяния в системе центра масс, которые разделяются в лабораторной системе по энергии рассеянных частиц. При рассеянии тождественных частиц в (11) следует брать только знак “+” перед корнем. Условие неотрицательности подкоренного выражения в нерелятивистском пределе приводит к классическому результату [11]: при $m > M$ максимальный угол рассеяния в лабораторной системе составляет $\theta_{LS}^{\max} = \arcsin \frac{M}{m}$.

Для перевода в систему центра масс дифференциального сечения $\frac{d\sigma}{d\Omega_{CM}} = \frac{d\sigma}{d\Omega_{LS}} \frac{d \cos \theta_{LS}}{d \cos \theta_{CM}}$ использовалось соотношение

$$\begin{aligned} \frac{d \cos \theta_{LS}}{d \cos \theta_{CM}} &= \\ &= \frac{\gamma + a \cos \theta_{CM}}{(1 - \cos^2 \theta_{CM} + (\gamma \cos \theta_{CM} + a)^2)^{3/2}}. \end{aligned} \quad (12)$$

В случае рассеяния нерелятивистских тождественных частиц связь углов рассеяния в системе центра масс и лабораторной системе задается соотношением $\theta_{CM} = 2\theta_{LS}$, и выражение (12) упрощается до [15]

$$\frac{d \cos \theta_{LS}}{d \cos \theta_{CM}} = \frac{1}{4} \sec \theta_{LS}. \quad (13)$$

В случае, если какие-либо из величин были приведены в лабораторной системе, по ним вычислялись значения $(\cos \theta_{CM}, \frac{d\sigma}{d\Omega_{CM}})$ и получались наборы релятивистски инвариантных величин $(-t, \frac{d\sigma}{dt})$. В статье получены аппроксимации угловых распределений сечений рассеяния различных изотопов водорода только для упругих pd -, pt - и dt -рассеяний. Поскольку аппроксимация ведется в системе центра масс, то дифференциальные сечения dp -, tp - и td -рассеяний совпадают с ними в системе центра масс как сечения в антилабораторной системе.

2. АППРОКСИМАЦИЯ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СЕЧЕНИЙ
УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ ИЗОТОПОВ
ВОДОРОДА

2.1. Аппроксимация дифференциального сечения
упругого pp -рассеяния

В процессе аппроксимации на основе ТПЯР дифференциальных сечений упругого pp -рассеяния было установлено, что вплоть до кинетических энергий налетающего протона примерно 500 МэВ они хорошо описываются при использовании одного лишь s -канала упругого ядерного рассеяния, без использования периферического t -канального рассеяния.

Для рассеяния протонов с зарядом $z = 1$ и спином $S = \frac{1}{2}$ согласно (7) получается следующее выражение дифференциального сечения:

$$\frac{d\sigma_R}{d\Omega_{CM}} = \left(\frac{2\mu\alpha\hbar c}{t}\right)^2 \times \quad (14)$$

$$\times \left(1 + \operatorname{tg}^4 \frac{\theta_{CM}}{2} - \operatorname{tg}^2 \frac{\theta_{CM}}{2} \times\right.$$

$$\left. \times \cos\left(\frac{\mu\alpha}{p_{CM}} \ln\left(\operatorname{tg}^2 \frac{\theta_{CM}}{2}\right)\right)\right).$$

Принимая во внимание (4), амплитуду резерфордовского pp -рассеяния можно представить в виде

$$A_{R\text{ tot}}^{p-p} = A_R \sqrt{1 + \operatorname{tg}^4 \frac{\theta_{CM}}{2} - \operatorname{tg}^2 \frac{\theta_{CM}}{2} \cos\left(\frac{\mu\alpha}{p_{CM}} \ln\left(\operatorname{tg}^2 \frac{\theta_{CM}}{2}\right)\right)}, \quad (15)$$

которая и использовалась в качестве резерфордовской амплитуды при аппроксимации.

Запишем действительную и мнимую части полной амплитуды упругого pp -рассеяния A , в которой интерферируют ее электромагнитная и сильная составляющие, в виде

$$\operatorname{Re}(A) = A_{R\text{ tot}}^{p-p} + A_s \cos(\phi_s), \quad (16)$$

$$\operatorname{Im}(A) = A_s \sin(\phi_s), \quad (17)$$

где в выражении (16) для $\operatorname{Re}(A)$ первый член соответствует амплитуде резерфордовского рассеяния, а члены с A_s в (16), (17) обозначают вклад s -канальной амплитуды рассеяния. Амплитуда s -канального рассеяния рассчитывалась по формуле (8), в которой аппроксимировалась величина $B_s(T_{CM})$ с размерностью МэВ^{1/2}. Чтобы учесть дополнительное резкое падение фактора Гамова при уменьшении энергии, надо домножить $B_s(T_{CM})$ на \sqrt{P} . Тогда получится безразмерная величина $C_s(T_{CM}) = B_s(T_{CM})\sqrt{P}$, которую можно сравнивать с безразмерным резерфордовским коэффициентом C_R в (5).

Зависимости $C_s(T_{CM})$ и $\phi_s(T_{CM})$ показаны на рис. 1. Штрихпунктирной кривой показана аппроксимация в нашей предыдущей работе [8], где при фитировании экспериментальных данных вычленялся не фактор Гамова, а лишь проникаемость кулоновского барьера реакции в виде $\exp(-\sqrt{E_g/T_{CM}})$. Горизонтальными штриховыми

линиями на рисунках аппроксимации фазы здесь и далее изображаются значения, кратные $\pi/2$, где значения фазы $2n\pi$ соответствуют конструктивной, $(2n+1)\pi$ — деструктивной интерференции, а $(n + \frac{1}{2})\pi$ — ее отсутствию. Как видно из рисунка, отличия двух аппроксимаций в области низких энергий незначительны, но в новой аппроксимации мы учли данные выше энергии 100 МэВ, и это значительно изменило ее экстраполяцию к большим энергиям. Расширение энергетического диапазона было связано с тем, что фазовый анализ допускает изотропное сильное S -волновое рассеяние [16] только до энергии 1 МэВ [17, 18]. В случае же ТПЯР-аппроксимации оказалось, что с учетом изменяющейся фазы интерференции изотропного рассеяния с резерфордовским, которая из деструктивной с увеличением энергии становится все более конструктивной, изотропного s -канального рассеяния оказывается достаточно для аппроксимации сечений упругого pp -рассеяния даже при энергиях выше 100 МэВ. Как видно из (15), из-за интерференционного члена резерфордовская амплитуда помимо очевидной пропорциональности $\frac{1}{|t|}$ в A_R имеет дополнительную зависимость от угла рассеяния. Чтобы ее исключить, будем сравнивать сильную и электромагнитную амплитуды при угле рассеяния $\theta_{CM} = \frac{\pi}{2}$. Тогда тангенс в (15) обращается в 1, логарифм — в 0, и косинус — в 1. На рис. 1а точечная кривая соответствует величине C_R в (5), умноженной на квадратный корень из (15) с косинусом, равным 1. Видно, что при 100 кэВ

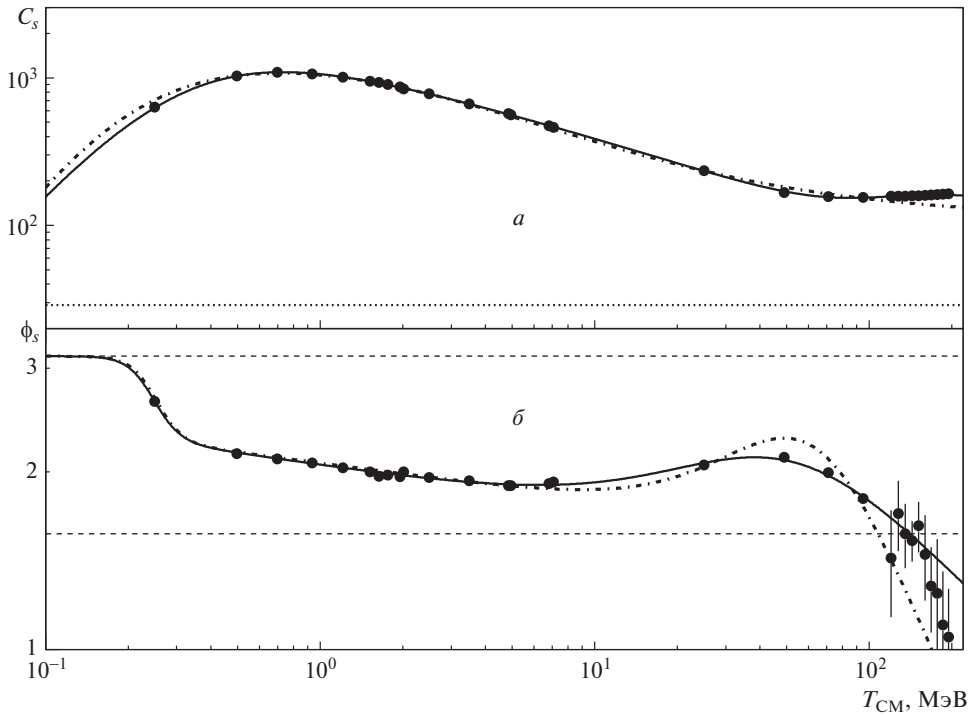


Рис. 1. Зависимости амплитудного коэффициента $C_s = B_s \sqrt{P}$ (а) и фазы ϕ_s (б) s -канальной амплитуды от энергии T_{CM} . Штрихпунктирной кривой показана аппроксимация работы [8]. Точечная прямая на рис. 1а обозначает величину C_R для $\theta_{CM} = \frac{\pi}{2}$.

сильная амплитуда при рассеянии на угол $\theta_{CM} = \frac{\pi}{2}$ остается еще в 5 раз больше, чем резерфордская амплитуда, т.е. при важности рассеяния на большие углы, например, в случае моделирования пыления из мишени, сильное взаимодействие ионов существенно даже при самых малых энергиях. Заметим, что в случае pp -рассеяния интерференция в (15) деструктивна, что снижает амплитуды

резерфордского рассеяния. Такой же эффект снижения резерфордской амплитуды будет и для tt -рассеяния, а для dd -рассеяния интерференция будет конструктивной, и резерфордская амплитуда может приблизиться к сильной амплитуде, что и будет продемонстрировано.

Коэффициент B_s аппроксимировался в виде:

$$B_s = \frac{2840 \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{90} \right)^{2.72} \right)}{\left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{6.83} \right)^{0.2} \right) \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{129} \right)^{2.52} \right) \left(1 + \left(\frac{0.35}{T_{CM}} \right)^2 \right)}. \tag{18}$$

Фаза s -канала описывалась функцией

$$\phi_s = \frac{\pi \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{0.25} \right)^{8.93} \right) \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{33} \right)^{1.55} \right)}{\left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{0.241} \right)^9 \right) \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{46.2} \right)^{1.94} \right)}. \tag{19}$$

Величина T_{CM} в этих формулах измеряется в единицах МэВ. Заметим, что в аппроксимации фазы

сделано предположение чисто деструктивной фазы при самых малых энергиях, где вклад сильного взаимодействия пренебрежимо мал. Кроме того, для описания фазы при самых малых энергиях было введено целых четыре параметра (первые скобки в числителе и знаменателе).

На рис. 2 аппроксимация дифференциального сечения упругого pp -рассеяния (сплошная кривая), полученная по формулам (16), (17), в которых использованы параметрические зависимости (18) и

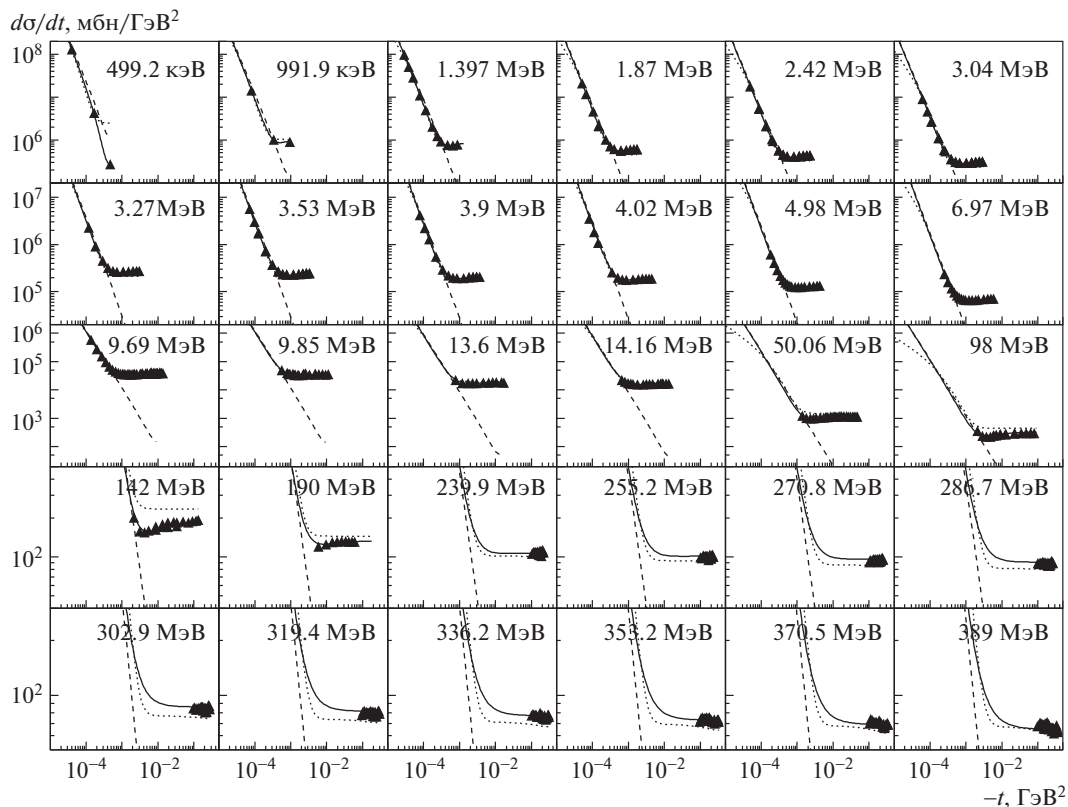


Рис. 2. Аппроксимация дифференциальных сечений упругого pp -рассеяния [15, 17–29] на основе ТПЯР. Сплошная кривая — разработанная параметризация, штриховая — резерфордское дифференциальное сечение pp -рассеяния, точечная — эмпирическая аппроксимация из [8].

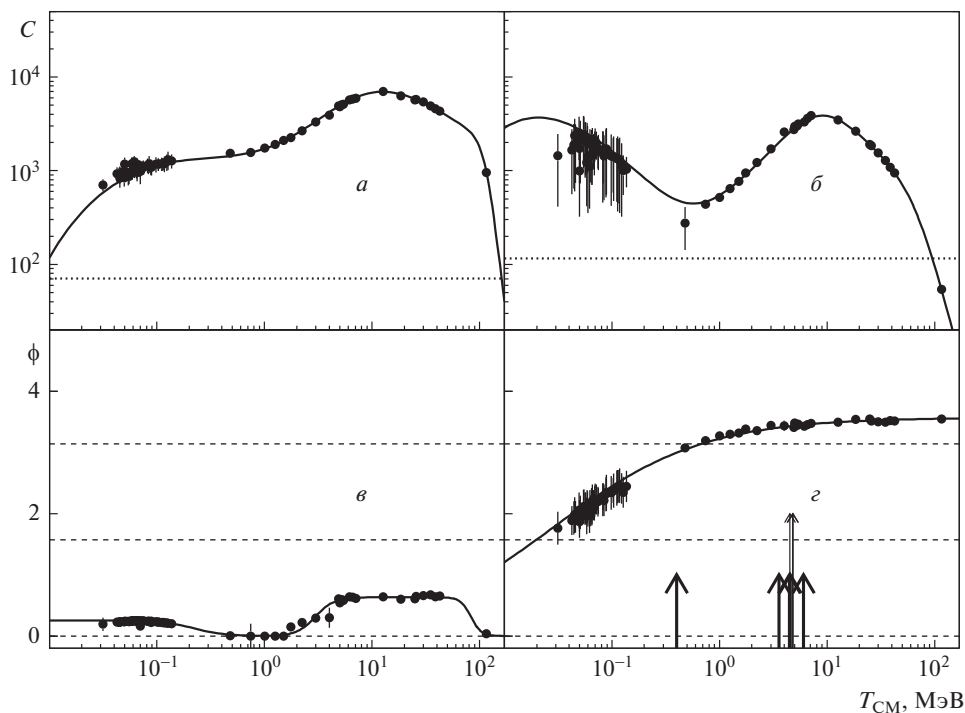


Рис. 3. Энергетические зависимости параметров упругого dd -рассеяния: $a, б$ — C_t и C_s , $в, г$ — ϕ_t и ϕ_s . Точечная прямая на рис. 3а и 3б обозначает величину C_R для $\theta_{CM} = \frac{\pi}{2}$.

(19), сравнивается с доминирующим при малых $-t$ резерфордовским рассеянием (штриховая кривая). Для каждого из распределений указана энергия в лабораторной системе, которая превышает T_{CM} вдвое. Точечной кривой показан результат дифракционной эмпирической формулы работы [8], ориентированной на приложения при большой энергии, а потому не претендующей на резерфордовский ход дифференциального сечения при самых малых углах рассеяния. Видно, что при лабораторной энергии порядка 100 МэВ дифракционная аппроксимация значительно уступает новой ТПЯР-аппроксимации и отличается от данных на десятки процентов. Горизонтальные распределения по квадрату переданного импульса $|t|$ в той области, где вкладом резерфордовской амплитуды можно пренебречь, свидетельствуют об изотропии сильного упругого pp -рассеяния.

2.2. Аппроксимация дифференциального сечения упругого dd -рассеяния

Аппроксимация экспериментальных дифференциальных сечений упругих dd - и tt -рассеяний на основе ТПЯР была выполнена с использованием четырех параметрических зависимостей — амплитуд и фаз s -канала и t -канала ядерного рассеяния, совпадающего с u -каналом. Амплитуды ядерного рассеяния представлялись в виде

$$A_t = \frac{B_t \sqrt{P}}{1 + |t|/m_{\pi_0}^2}, \quad A_s = B_s \sqrt{P}, \quad (20)$$

где коэффициенты B_t и B_s , а также соответствующие фазы использовались в качестве свободных параметров при аппроксимации экспериментальных данных.

Найденные безразмерные коэффициенты $C_t = B_t \sqrt{P}$ и $C_s = B_s \sqrt{P}$, а также фазы ϕ_s и ϕ_t , полученные при ТПЯР-аппроксимации упругого dd -рассеяния, показаны на рис. 3. На этом рисунке показано больше точек, чем значений энергии на рис. 4, представляющем результат

аппроксимации. Значения параметров при $T_{CM} < 200$ кэВ были получены путем аппроксимации энергетической зависимости сечений рассеяния на угол $\theta_{CM} = 90^\circ$ в области самых малых энергий, рассматриваемой в разд. 2.7. В соответствии с базой данных [30] в исследуемую область дают вклад широкие резонансы $E = 24.25$ МэВ ($T_{CM}^{dd} = 0.4$ МэВ), $\Gamma = 6.1$ МэВ (1^-); $E = 27.42$ МэВ ($T_{CM}^{dd} = 3.57$ МэВ), $\Gamma = 8.69$ МэВ (2^+); $E = 28.31$ МэВ ($T_{CM}^{dd} = 4.46$ МэВ), $\Gamma = 9.89$ МэВ (1^+); $E = 28.39$ МэВ ($T_{CM}^{dd} = 4.54$ МэВ), $\Gamma = 8.75$ МэВ (2^-) и $E = 29.89$ МэВ ($T_{CM}^{dd} = 6.04$ МэВ), $\Gamma = 9.72$ МэВ (2^+), где E — энергия возбуждения ${}^4\text{He}$, Γ — его ширина и T_{CM}^{dd} — энергия реакции dd -рассеяния в системе центра масс, а также более узкие резонансы $E = 28.37$ МэВ ($T_{CM}^{dd} = 4.52$ МэВ), $\Gamma = 3.92$ МэВ (1^-); $E = 28.64$ МэВ ($T_{CM}^{dd} = 4.79$ МэВ), $\Gamma = 4.89$ МэВ (0^-) и $E = 28.67$ МэВ ($T_{CM}^{dd} = 4.82$ МэВ), $\Gamma = 3.78$ МэВ (2^+). Широкие уровни (27.42, 28.31, 28.39 и 29.89 МэВ) показаны на фазе s -канала рис. 3г низкими толстыми стрелками, а относительно узкие (28.37, 28.64 и 28.64 МэВ) — высокими тонкими стрелками. Заметим, что найденная нами энергетическая зависимость C_s не падает к нулю сразу при уменьшении энергии, как это ожидалось бы исходя из фактора Гамова, но имеет плечо, которое может быть связано с широким 1^- -резонансом при энергии $T_{CM}^{dd} = 400$ кэВ и шириной $\Gamma = 6.1$ МэВ ($\Gamma_d = 150$ кэВ). Это важный эффект, который требует дополнительного экспериментального исследования, поскольку благодаря ему сильное взаимодействие оказывается существенным значительно ниже 100 кэВ, т.е. может сказаться даже на астрофизических расчетах.

Для рассеяния дейтронов с зарядом $z = 1$ и спином $S = 1$ амплитуду резерфордовского dd -рассеяния можно представить в виде, аналогичном резерфордовской амплитуде pp -рассеяния:

$$A_R^{d-d} = A_R \sqrt{1 + \text{tg}^4 \frac{\theta_{CM}}{2} + \frac{2}{3} \text{tg}^2 \frac{\theta_{CM}}{2} \cos \left(\frac{\mu\alpha}{p_{CM}} \ln \left(\text{tg}^2 \frac{\theta_{CM}}{2} \right) \right)}, \quad (21)$$

где A_R задается выражением (4).

В отличие от формально точечных протонов для дейтронов возможны периферические реакции с

однопионным обменом. По аналогии с амплитудой резерфордовского рассеяния (21) запишем полную амплитуду t -канала dd -рассеяния в виде

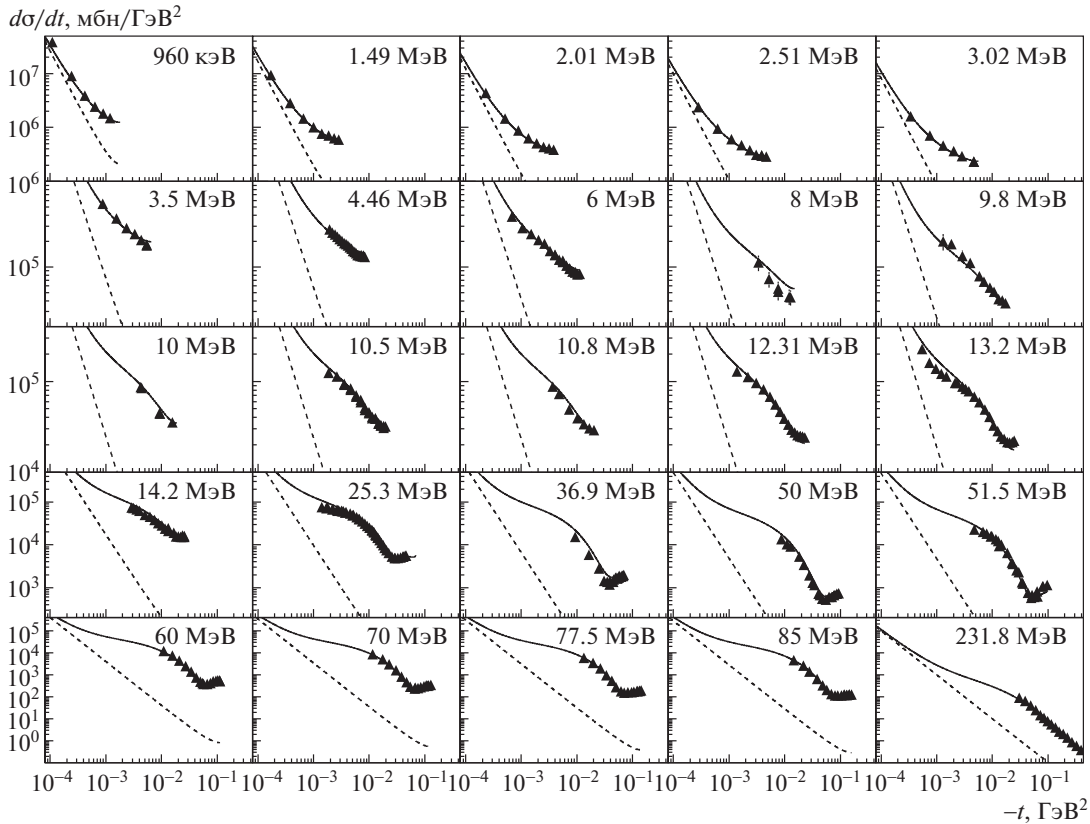


Рис. 4. Аппроксимация дифференциальных сечений упругого dd -рассеяния [26, 31–45] (сплошная кривая), штриховая кривая — резерфордское дифференциальное сечение dd -рассеяния.

$$A_{t \text{ tot}} = A_t \sqrt{1 + \tilde{t}g^4 \frac{\theta_{CM}}{2} + \frac{2}{3} \tilde{t}g^2 \frac{\theta_{CM}}{2} \cos\left(\frac{\mu\alpha}{p_{CM}} \ln\left(\tilde{t}g^2 \frac{\theta_{CM}}{2}\right)\right)}, \quad (22)$$

где

$$\tilde{t}g^2 \frac{\theta_{CM}}{2} = \frac{\sin^2 \frac{\theta_{CM}}{2} + m_{\pi^0}^2 / |t_{\max}|}{\cos^2 \frac{\theta_{CM}}{2} + m_{\pi^0}^2 / |t_{\max}|}. \quad (23)$$

Коэффициент t -канала ядерного рассеяния B_t аппроксимировался в виде

$$B_t = \frac{1691.6 \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{1.27}\right)^{1.62}\right)}{\left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{10.17}\right)^{1.92}\right) \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{113.66}\right)^9\right)}. \quad (24)$$

Заметим, что максимумы в энергетической зависимости коэффициентов C_s и C_t на рис. 3 несомненно связаны с наличием широких резонансов в компаунд-системе ${}^4\text{He}^*$, положения которых обо-

значены на рисунке стрелками. Поскольку амплитуда t -канала при $\theta_{CM} = \frac{\pi}{2}$ включает такой же корень (22), как и для резерфордской амплитуды (21), величина C_t сравнивается с C_R из (5). Поэтому сравниваемая резерфордская величина на рис. 3а несколько ниже умноженной на интерференционный корень ($\sqrt{\frac{8}{3}}$) величины на рис. 3б. В результате во всем исследованном нами диапазоне энергий за счет t -канального рассеяния сильная амплитуда в смысле нашего сравнения оказывается значительно больше электромагнитной, т.е. существенна при моделировании процесса пыления из мишени нейтронного генератора.

Зависимость коэффициента B_s от энергии аппроксимировалась в виде

$$B_s = \frac{19.55 \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{0.54}\right)^{2.47}\right) \left(1 + \left(\frac{5}{T_{CM}}\right)^{1.23}\right)}{\left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{8.46}\right)^3\right) \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{68.46}\right)^{3.52}\right)}. \quad (25)$$

Энергетическая зависимость фазы ϕ_t задавалась формулой

$$\phi_t = \frac{0.255}{1 + \left(\frac{T_{CM}}{0.22}\right)^3} + \frac{2.7 \times 10^{-3} \cdot T_{CM}^5}{\left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{2.98}\right)^5\right) \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{83}\right)^9\right)} \quad (26)$$

и фазы ϕ_s — трехпараметрической формулой

$$\phi_s = \frac{3.57}{1 + \left(\frac{0.029}{T_{CM}}\right)^{0.63}}. \quad (27)$$

Видно, что ϕ_t практически во всем диапазоне энергий остается более или менее конструктивной и только в резонансной области мнимая часть t -канальной амплитуды несколько возрастает. Фаза ϕ_s при малых энергиях тоже конструктивна, а в резонансной области становится деструктивной.

Обозначим действительную и мнимую части полной амплитуды рассеяния как

$$\text{Re}(A) = A_{R \text{ tot}}^{d-d} + A_s \cos(\phi_s) + A_{t \text{ tot}} \cos(\phi_t), \quad (28)$$

$$\text{Im}(A) = A_s \sin(\phi_s) + A_{t \text{ tot}} \sin(\phi_t). \quad (29)$$

Полученная параметризация дифференциального сечения упругого dd -рассеяния с параметрами (24)–(27) представлена на рис. 4. В отличие от pp -рассеяния, где фаза s -канала изменяется от деструктивной при самых малых энергиях до конструктивной при увеличении энергии, фаза s -канала dd -рассеяния, наоборот, меняется от конструктивной к деструктивной. Что касается t -канала, то обращает на себя внимание то, что сила взаимодействия в начальном и конечном состояниях соответствует энергетической зависимости амплитуды s -канала и на качественном уровне определяется резонансами компаунд-ядра ${}^4\text{He}$.

2.3. Аппроксимация дифференциального сечения упругого tt -рассеяния

Ввиду радиоактивности трития, трудности организации с ним экспериментов и принципиальной

сложности создания тритиевой мишени, данных по упругому tt -рассеянию гораздо меньше, чем для любого другого изотопа водорода. Угловые распределения упругого tt -рассеяния аппроксимировались, как и в случае dd -рассеяния, четырьмя параметрами — двумя амплитудными B -коэффициентами и двумя фазами s - и t -каналов. На рис. 5 показана энергетическая зависимость амплитудных коэффициентов C_t и C_s , а также изменение с энергией фаз ϕ_t и ϕ_s .

Имеющиеся шесть дифференциальных угловых распределений сечений упругого tt -рассеяния, измеренных при различных значениях кинетической энергии налетающего тритона, удалось описать с использованием всего семи независимых параметров. Амплитудные B -коэффициенты t - и s -каналов аппроксимировались всего тремя параметрами:

$$B_t = 16870 T_{CM}^{0.344}, \quad (30)$$

$$B_s = 14900. \quad (31)$$

А энергетические зависимости соответствующих фаз описывались формулами:

$$\phi_t = \frac{\pi}{1 + \left(\frac{T_{CM}}{2.38}\right)^{1.13}}, \quad (32)$$

$$\phi_s = \frac{2\pi}{1 + \left(\frac{T_{CM}}{80}\right)^{0.454}}. \quad (33)$$

В (30)–(33) величина T_{CM} имеет размерность МэВ. На изображающем фазу s -канала рис. 5г стрелками показаны известные резонансы компаунд-ядра ${}^6\text{He}^*$ [30]: $E = 14.6$ МэВ ($T_{CM}^{tt} = 2.3$ МэВ), $\Gamma = 7.4$ МэВ (1^-) и $E = 23.3$ МэВ ($T_{CM}^{tt} = 11$ МэВ), $\Gamma = 14.8$ МэВ, но из-за ограниченности экспериментальных данных невозможно сделать вывод о связи этих широких резонансов с энергетической зависимостью амплитуд ядерного tt -рассеяния. Можно отметить рост с энергией вклада t -канальной амплитуды и изменение характера t -канальной фазы от деструктивного к конструктивному, а s -канальной амплитуды наоборот — от конструктивного к деструктивному.

Для рассеяния тритонов с зарядом $z = 1$ и спином $S = \frac{1}{2}$ получаются такие же выражения (14),

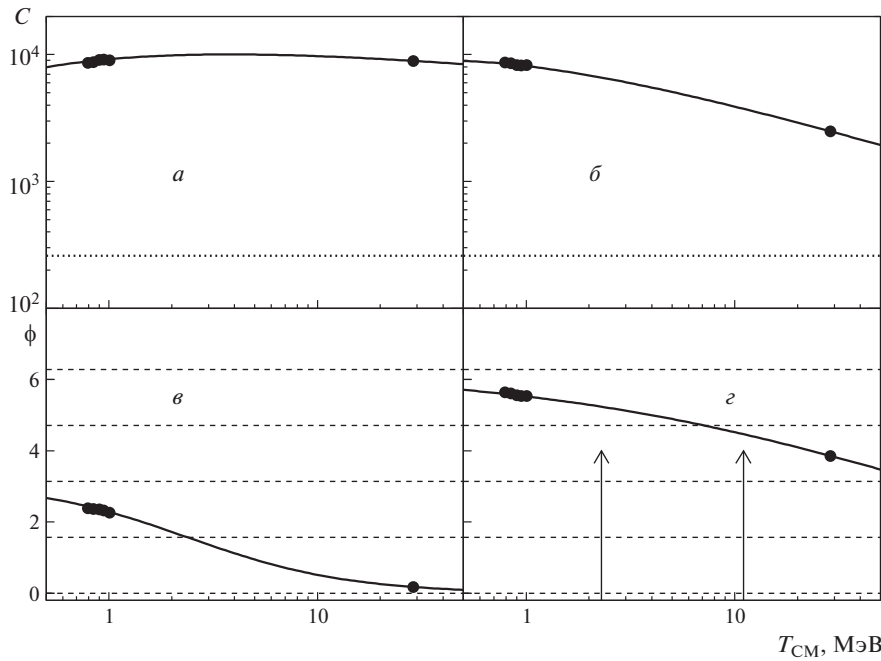


Рис. 5. Энергетические зависимости параметров упругого tt -рассеяния: $a, б$ — C_t и C_s , $в, г$ — ϕ_t и ϕ_s . Точечная прямая на $5a, 5б$ обозначает величину C_R для $\theta_{CM} = \frac{\pi}{2}$.

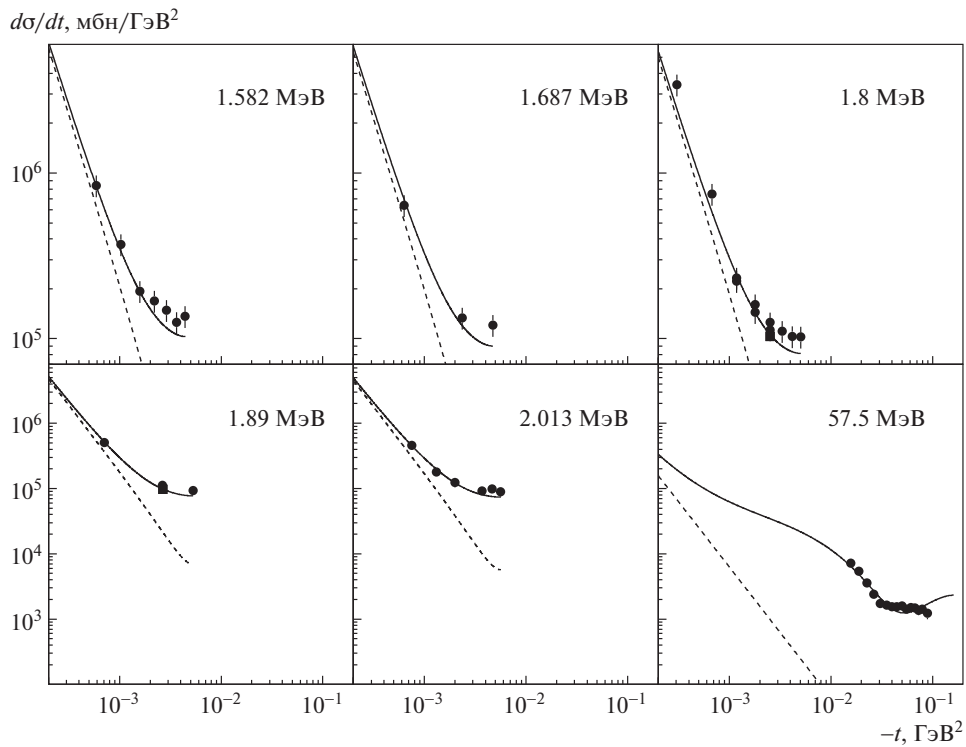


Рис. 6. Аппроксимация дифференциальных сечений упругого tt -рассеяния [46–48]. Сплошная кривая — ТПЯР-аппроксимация, штриховая — резерфордское дифференциальное сечение.

(15), как и в случае pp -рассеяния, где μ и p_{CM} должны определяться с использованием массы тритона. Уровни C_R одинаковы для t - и s -каналов, поскольку при $\theta_{CM} = \frac{\pi}{2}$ корень в (15) в случае pp - и tt -рассеяний обращается в единицу. Из сравнения

величин C -коэффициентов следует, что при tt -рассеянии можно ожидать существенного вклада сильных взаимодействий в упругое рассеяние даже при самых малых энергиях. Это особенно интересно, поскольку в реакции $t(t, 2n)\alpha$ выделяется

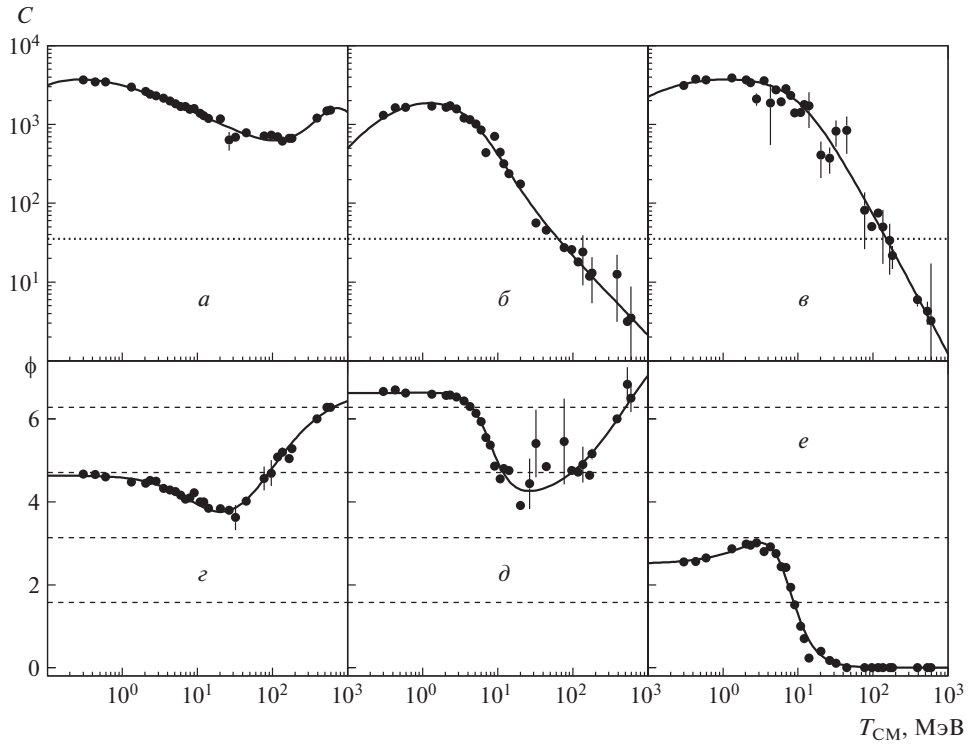


Рис. 7. Энергетические зависимости параметров упругого pd -рассеяния: a – $в$ — C -коэффициентов амплитуд и $г$ – $е$ — фаз t -, s - и u -каналов. Точечная прямая на a – $в$ — C_R .

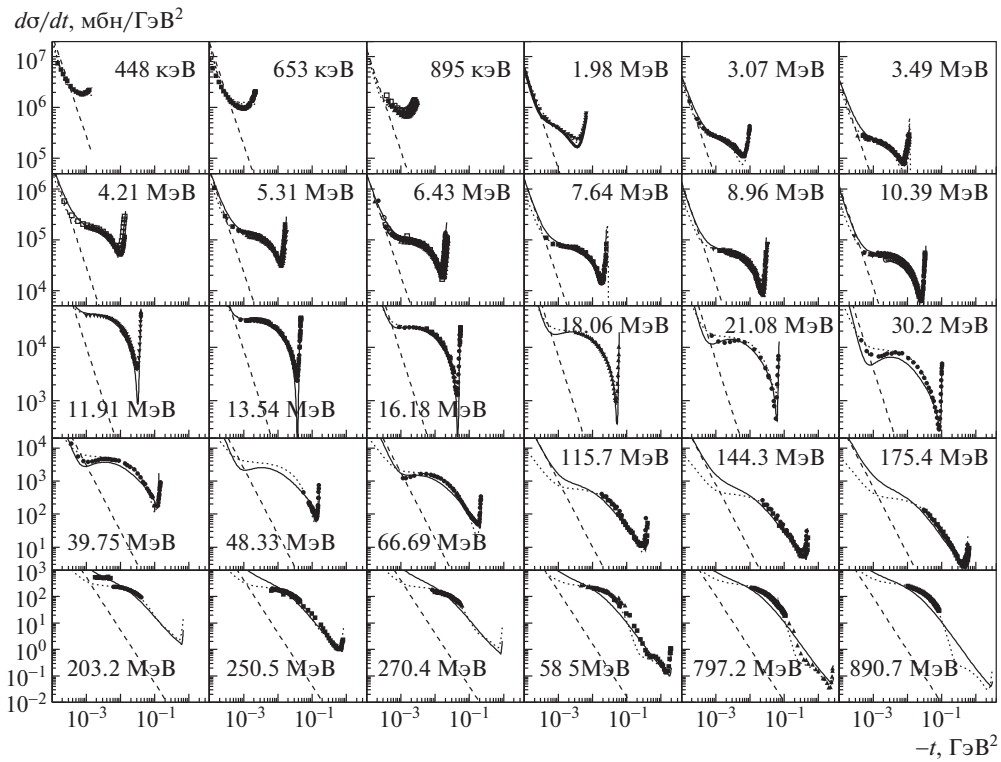


Рис. 8. Аппроксимация дифференциальных сечений упругого pd -рассеяния [33, 49–76]. Сплошная кривая — ТПАР-аппроксимация, штриховая — резерфордское сечение, точечная — эмпирическая дифракционная аппроксимация упругого pd -рассеяния из [8].

энергия 11.33 МэВ, поэтому такую реакцию можно рассматривать в ряду возможных реакций для нейтронных генераторов.

Полученная аппроксимация экспериментальных данных по упругому tt -рассеянию [46–48] с использованием (28), (29) показана на рис. 6. Первые пять наборов данных взяты из работы [46], где сечения были измерены с большими (15%) погрешностями, в результате чего, например, при энергии 1.8 МэВ видно, что при малых углах рассеяния значения измеренных величин лежат систематически выше резерфордовского дифференциального сечения. В этом же диапазоне (1.8 и 1.9 МэВ) было произведено более точное (3%) измерение сечения рассеяния на угол 30° в системе центра масс [47]. Оно показано черным квадратом (ошибка меньше размера маркера) и находится значительно ближе к резерфордовскому сечению. Поэтому весьма вероятно, что нахождение экспериментальных значений сечений в работе [46] при малых углах рассеяния существенно выше резерфордовского сечения обусловлено лишь большими систематическими погрешностями измерений.

2.4. Аппроксимация дифференциального сечения упругого pd -рассеяния

Аппроксимация угловых распределений сечений упругих pd -, pt - и dt -рассеяний на основе ТПЯР выполнялась с использованием шести энергетических зависимостей — трех B -коэффициентов амплитуд и трех фаз t -, s - и u -каналов ядерного рассеяния и одного не зависящего от энергии свободного параметра μ_{uf}^2 . Амплитуды каналов ядерного рассеяния представлялись в виде

$$\begin{aligned} A_t &= \frac{B_t}{1 + |t|/m_{\pi_0}^2} \sqrt{P}, \\ A_s &= B_s \sqrt{P}, \\ A_u &= \frac{B_u}{(1 + |u|/\mu_u^2)(1 + |u|/\mu_{uf}^2)} \sqrt{P}, \end{aligned} \quad (34)$$

где фактор Гамова P определяется выражением (2), и $\mu_u^2 = (m_d - m_p)^2$ делает в нерелятивистском пределе величину $|u|/\mu_u^2$ пренебрежимо малой поправкой, зато величина μ_{uf}^2 , определяемая формфактором дейтрона, становится дополнительным свободным параметром, использовавшимся при фитировании экспериментальных данных рассеяния назад.

Найденные аппроксимации зависимости амплитуд и фаз различных каналов ядерного рассеяния

от кинетической энергии в системе центра масс T_{CM} (МэВ) имели вид

$$B_t = \quad (35)$$

$$= \frac{4953.1 \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{195.7}\right)^{1.76}\right) \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{914}\right)^2\right)}{\left(1 + \left(\frac{0.03}{T_{CM}}\right)^{0.8}\right) \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{721.4}\right)^{3.76}\right)},$$

$$B_s = \frac{5090.9 \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{16}\right)^{1.5}\right)}{\left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{5.19}\right)^2\right) \left(1 + \frac{0.8}{T_{CM}}\right)}, \quad (36)$$

$$B_u = \frac{5690 T_{CM}^{0.35}}{1 + \left(\frac{T_{CM}}{11}\right)^{1.64}}, \quad (37)$$

$$\phi_t = \frac{4.63}{1 + \left(\frac{T_{CM}}{15.2}\right)^{1.2}} + \frac{0.125 T_{CM}}{1 + \frac{T_{CM}}{54}}, \quad (38)$$

$$\phi_s = \frac{6.62 \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{9.5}\right)^3\right) \left(1 + \frac{T_{CM}}{230}\right)}{\left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{8}\right)^3\right) \left(1 + \frac{T_{CM}}{500}\right)}, \quad (39)$$

$$\phi_u = \frac{2.5 \left(1 + \frac{T_{CM}}{10}\right)}{1 + \left(\frac{T_{CM}}{7}\right)^3}. \quad (40)$$

Полученные зависимости амплитудных коэффициентов ($C_t = B_t \sqrt{P}$, аналогично для s - и u -каналов) изображены на рис. 7.

Значение свободного параметра μ_{uf}^2 , определяющего вклад ядерного формфактора в u -канальное рассеяние, получилось равным

$$\mu_{uf}^2 = 4.76 \times 10^{-3} \text{ ГэВ}^2. \quad (41)$$

Обозначим действительную и мнимую части полной амплитуды рассеяния как

$$\begin{aligned} \text{Re}(A) &= A_R + A_s \cdot \cos(\phi_s) + \\ &+ A_t \cdot \cos(\phi_t) + A_u \cdot \cos(\phi_u), \end{aligned} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \text{Im}(A) &= A_s \cdot \sin(\phi_s) + \\ &+ A_t \cdot \sin(\phi_t) + A_u \cdot \sin(\phi_u), \end{aligned} \quad (43)$$

где A_R определяется выражением (4) и первый член в (42) соответствует резерфордовскому рассеянию, а соответствующие члены в (42), (43) определяют вклад t -, s - и u -каналов ядерного рассеяния. Полученная при использовании (42), (43) аппроксимация дифференциального сечения

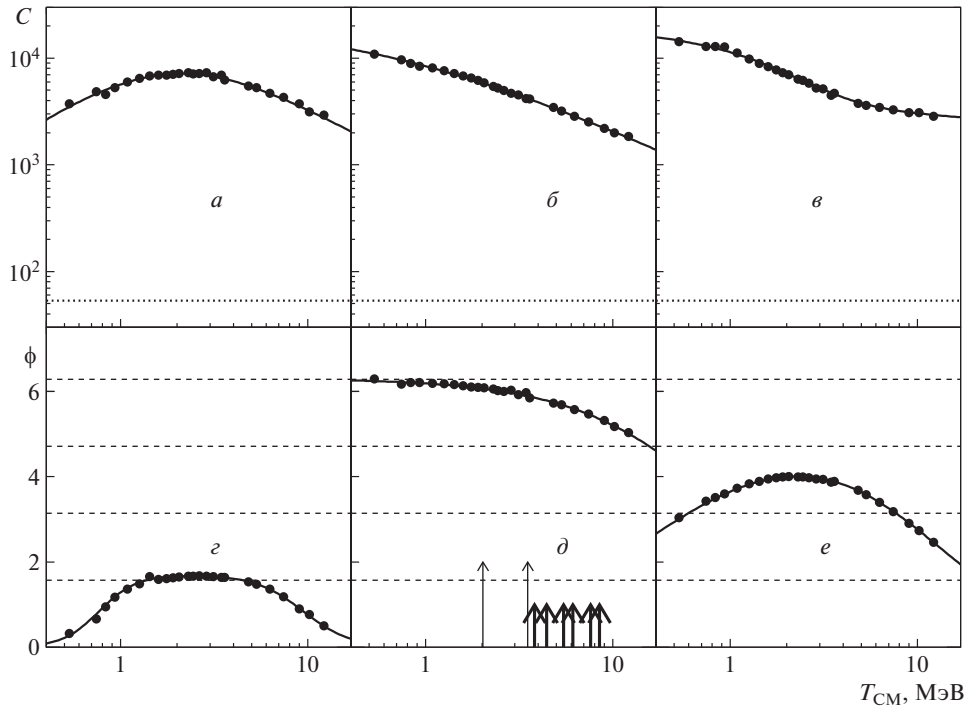


Рис. 9. Энергетические зависимости параметров упругого pt -рассеяния: a – $в$ — C -коэффициентов амплитуд и $г$ – $е$ — фаз t -, s - и u -каналов. Точечная прямая на a – $в$ — C_R .

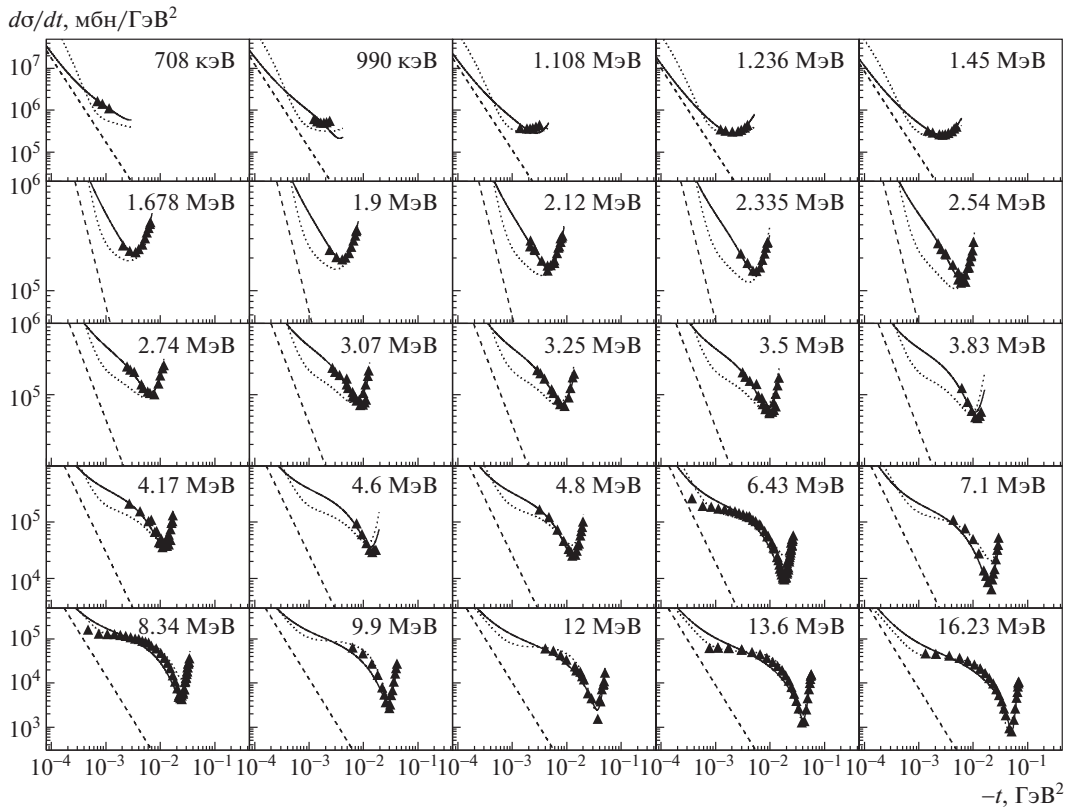


Рис. 10. Аппроксимация дифференциальных сечений упругого pt -рассеяния [33, 77–82]. Сплошная кривая — ТПАР-аппроксимация, штриховая — резерфордское сечение pt -рассеяния, точечная — эмпирическая дифракционная аппроксимация упругого pd -рассеяния из [8].

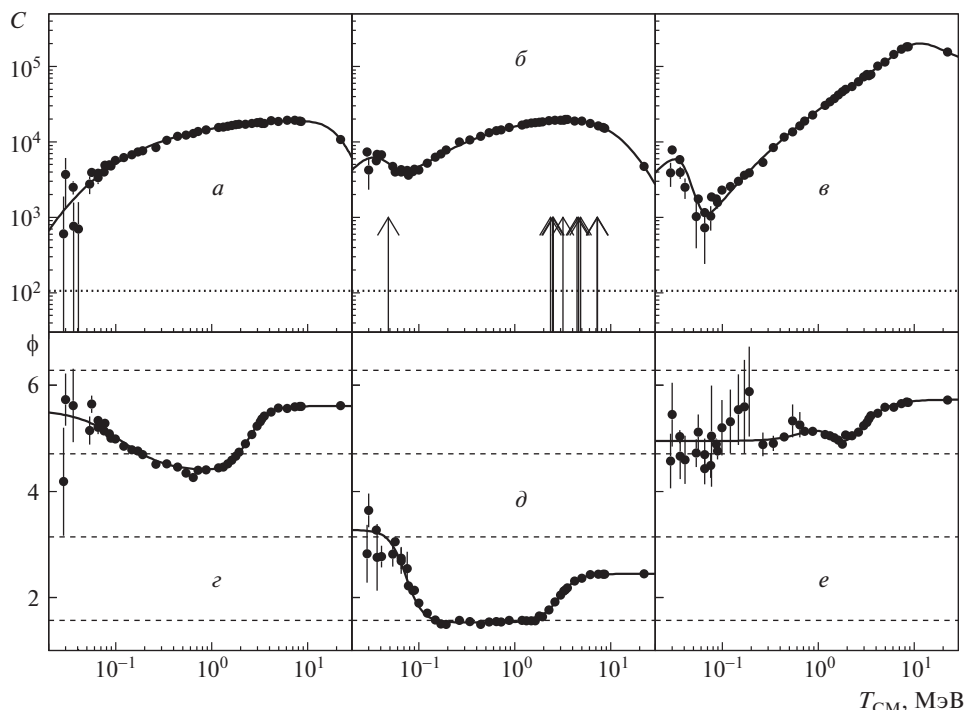


Рис. 11. Энергетические зависимости параметров упругого dt -рассеяния: a – $в$ — C -коэффициентов амплитуд и z – $е$ — фаз t -, s - и u -каналов. Точечная прямая на a – $в$ — C_R .

упругого pd -рассеяния представлена на рис. 8. Погрешности экспериментальных точек скрыты размерами изображающих их маркеров.

На рис. 8 начиная с самых малых энергий отчетливо виден характерный подъем при приближении угла рассеяния к 180° — эффект так называемой ядерной глории, который по своей сути соответствует именно u -канальному рассеянию. На самом деле, дейтрон — слабо связанная система, и эффект подхвата нейтрона налетающим протоном не кажется маловероятным, однако в системе центра масс это приводит к кажущемуся рассеянию налетающего протона назад, тогда как, подхватив нейтрон мишени, он продолжает лететь вперед, а назад летит протон-спектатор из состава дейтрона мишени. На рис. 8 точечной кривой показана найденная в [8] эмпирическая дифракционная параметризация дифференциального сечения упругого рассеяния протонов на легких ядрах с $A < 7$. В целом эмпирическая дифракционная и ТПЯР-параметризации достаточно хорошо описывают меняющееся на несколько порядков экспериментально измеренное сечение, и лишь при энергии в сотни МэВ аппроксимации начинают расходиться, не в последнюю очередь потому, что эмпирическая дифракционная аппроксимация, созданная для применения в физике высоких энергий, не претендует на описание резерфордовского хода сечения при самых малых углах, что отчетливо видно в диапазоне от 115 до 175 МэВ. Можно отметить, что отсутствие узких и глубоких ми-

нимумов в экспериментальных дифференциальных сечениях, например, при 16.18 МэВ может объясняться угловым разрешением экспериментальной установки. Когда при больших энергиях подробно измеренное дифференциальное сечение принимает отчетливую дифракционную форму, например при энергии 585 МэВ, возможно, надо пользоваться дифракционной аппроксимацией. При этом надо иметь в виду, что при больших энергиях экспериментаторы очень часто приводят данные с вычтенным электромагнитным (резерфордовским) сечением, вычитая его с помощью различных оптических моделей, поэтому превышение полного дифференциального сечения, предсказанного ТПЯР-аппроксимацией, над экспериментальными данными может быть связано именно с этой их формой представления. При том, что в аппроксимации на основе ТПЯР используется примерно в 3 раза меньше независимых параметров, чем в эмпирической дифракционной, в области малых энергий до пары сотен МэВ ее использование однозначно предпочтительнее.

2.5. Аппроксимация дифференциального сечения упругого pt -рассеяния

Аппроксимация углового распределения сечения упругого pt -рассеяния на основе теории прямых ядерных реакций, как и в случае pd -рассеяния, была выполнена с использованием шести энергетических зависимостей — трех B -коэффициентов

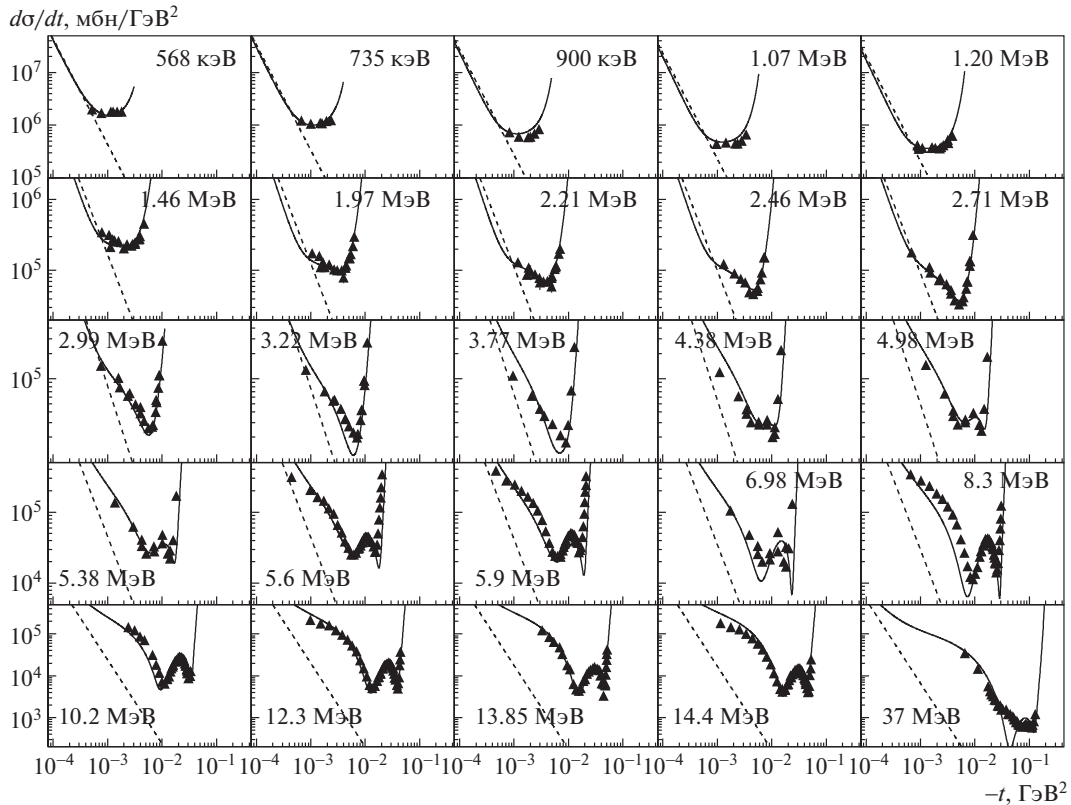


Рис. 12. Аппроксимация дифференциальных сечений упругого dt -рассеяния [33, 83–89] на основе теории прямых ядерных реакций. Сплошная кривая — ТПЯР-аппроксимация, штриховая — резерфордское дифференциальное сечение.

амплитуд и трех фаз t -, s - и u -каналов ядерного рассеяния, а также свободного параметра μ_{uf}^2 .

Рассмотрим зависимость этих величин от кинетической энергии T_{CM} (МэВ) рассеивающихся частиц в системе центра масс. Амплитуды каналов ядерного рассеяния параметризовались в виде (34), где в случае pt -рассеяния квадрат эффективной обменной массы в u -канале $\mu_u^2 = (m_t - m_p)^2$ и

$$B_t = \frac{11282 T_{CM}^{1.28}}{1 + \left(\frac{T_{CM}}{2}\right)^{1.77}}, \quad (44)$$

$$B_s = \frac{2.3 \times 10^4}{1 + \left(\frac{T_{CM}}{1.8}\right)^{0.43}}, \quad (45)$$

$$B_u = \frac{20884 \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{3.7}\right)^{2.38}\right)}{\left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{2.33}\right)^2\right) \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{1900}\right)^{0.38}\right)}. \quad (46)$$

Энергетические зависимости фаз описывались как

$$\phi_t = \frac{1.7}{\left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{9.4}\right)^{3.4}\right) \left(1 + \left(\frac{0.77}{T_{CM}}\right)^{4.4}\right)}, \quad (47)$$

$$\phi_s = \frac{6.3298}{1 + \frac{T_{CM}}{46.2}}, \quad (48)$$

$$\phi_u = \frac{5.16}{\left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{11.81}\right)^{1.3}\right) \left(1 + \frac{0.35}{T_{CM}}\right)}. \quad (49)$$

Определяющий формфактор параметр μ_{uf}^2 получился в случае pt -рассеяния равным

$$\mu_{uf}^2 = 2.65 \times 10^{-2} \text{ ГэВ}^2, \quad (50)$$

что в 5.57 раз больше параметра, полученного для pd -рассеяния ($4.76 \times 10^{-3} \text{ ГэВ}^2$). На качественном уровне u -канальную диаграмму можно рассматривать как последовательный подхват двух нейтронов, что может приводить к уширению формфактора вершинной функции.

Как видно из рис. 9г, фаза t -канала в области больших и малых энергий полностью конструктивна, доходя до величины $\pi/2$, свидетельствующей об отсутствии ее интерференции с резерфордской амплитудой в районе 1.5–5 МэВ. Примерно в этой же области находятся резонансы компаунд ${}^4\text{He}^*$ ядра, изображенные стрелками на графике фазы s -канала (рис. 9д), которая непрерывно уменьшается с ростом энергии от конструктивного значения 2π до отсутствия интерференции

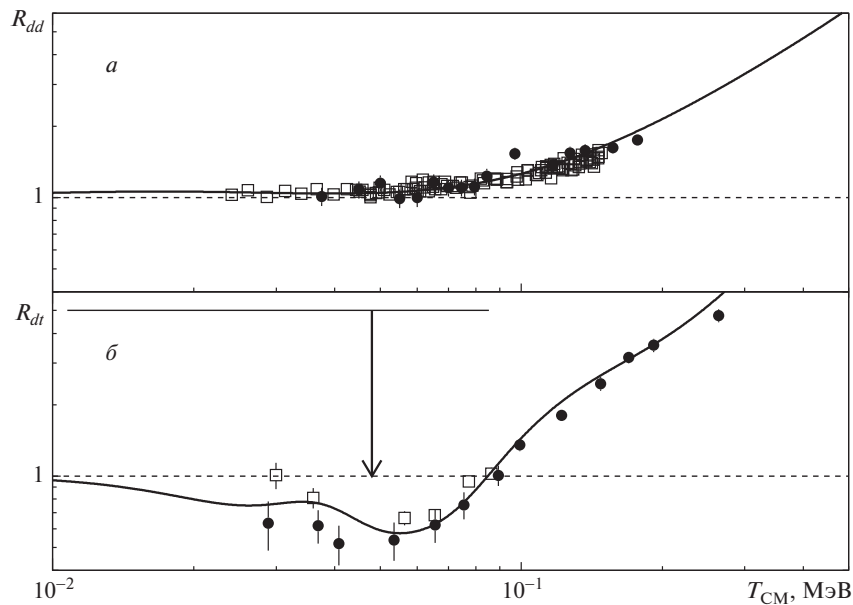


Рис. 13. Аппроксимация дифференциальных сечений упругих dd - (а) и dt -рассеяний (б) [33, 83–89] на основе ТПЯР в области самых малых энергий. Сплошные кривые — разработанные аппроксимации, различными маркерами показаны экспериментальные данные работ [83, 90–92].

$3\pi/2$. Из пятнадцати резонансов компаунд ${}^4\text{He}^*$ ядра на рис. 9*д* изображены восемь, имеющие распад на протон в исследуемом энергетическом диапазоне: $E = 21.84$ МэВ ($E_{\text{CM}} = 2.03$ МэВ), $\Gamma = 2.01$ МэВ (2^-); $E = 23.33$ МэВ ($E_{\text{CM}} = 3.52$ МэВ), $\Gamma = 5.01$ МэВ (2^-); $E = 23.64$ МэВ ($E_{\text{CM}} = 3.83$ МэВ), $\Gamma = 6.2$ МэВ (1^-); $E = 24.25$ МэВ ($E_{\text{CM}} = 4.44$ МэВ), $\Gamma = 6.1$ МэВ (1^-); $E = 25.28$ МэВ ($E_{\text{CM}} = 5.47$ МэВ), $\Gamma = 7.97$ МэВ (0^-); $E = 25.95$ МэВ ($E_{\text{CM}} = 6.14$ МэВ), $\Gamma = 12.66$ МэВ (1^-); $E = 27.42$ МэВ ($E_{\text{CM}} = 7.61$ МэВ), $\Gamma = 8.69$ МэВ (2^+) и $E = 28.31$ МэВ ($E_{\text{CM}} = 8.5$ МэВ), $\Gamma = 9.89$ МэВ (1^+), где E — энергия возбуждения уровня, а Γ — его ширина. Относительно широкие резонансы показаны толстыми низкими, а узкие — тонкими высокими стрелками. Фаза u -канала (е), начинаясь при малых энергиях с деструктивного значения π , при больших энергиях стремится к значению $\pi/2$, соответствующему отсутствию интерференции. Амплитуда s -канала (б) монотонно падает с ростом энергии. На графике амплитуды t -канала (а) в области резонансов наблюдается характерный максимум, который, вероятно, обусловлен их наличием в компаунд ${}^4\text{He}^*$ ядре.

Полученная аппроксимация дифференциального сечения упругого pt -рассеяния в форме (34) и (42), (43) представлена на рис. 10. Заметим, что до энергии 5 МэВ преимущество ТПЯР-аппроксимации очевидно. При больших энергиях заметно отличие при самых малых углах, которое

может быть связано с упомянутой попыткой в некоторых работах “вычистить” дифференциальное сечение электромагнитного рассеяния из измеренных величин. Это связано с тем, что при моделировании в большинстве программ электромагнитное рассеяние учитывается в виде многократного рассеяния, а сильное рассеяние рассматривается как независимый дополнительный процесс.

2.6. Аппроксимация дифференциального сечения упругого dt -рассеяния

Угловое распределение реакции упругого dt -рассеяния представляет интерес для вопросов термоядерного синтеза. Аппроксимация дифференциального сечения упругого dt -рассеяния на основе ТПЯР, как и в случаях pd - и pt -рассеяний, была выполнена с использованием шести энергетических зависимостей — амплитудных коэффициентов и фаз t -, s - и u -каналов рассеяния, изображенных на рис. 11. Необходимо отметить, что на этом рисунке присутствует больше точек, чем значений энергии на рис. 12, где показана итоговая аппроксимация экспериментальных данных по угловому распределению упругого dt -рассеяния. Значения параметров в области самых малых T_{CM} были получены путем дополнительной аппроксимации экспериментальных значений в области самых малых энергий, описанной ниже в разд. 2.7.

На рис. 11 представлены энергетические зависимости шести основных параметров.

Амплитудные B -коэффициенты каналов ядерного рассеяния аппроксимировались в виде (34):

$$B_t = \frac{25820 T_{CM}^{0.455}}{1 + \left(\frac{T_{CM}}{23.13}\right)^{3.6}}, \quad (51)$$

$$B_s = \frac{28000 T_{CM}^{0.554} \left(1 + \left(\frac{0.06}{T_{CM}}\right)^5\right)}{\left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{17.33}\right)^{1.652}\right)^2 \left(1 + \left(\frac{0.042}{T_{CM}}\right)^{4.446}\right)}, \quad (52)$$

$$B_u = \frac{45300 T_{CM}^{1.2} \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{10.64}\right)^{3.05}\right) \left(1 + \left(\frac{0.06}{T_{CM}}\right)^{8.4}\right)}{\left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{10.64}\right)^{4.25}\right) \left(1 + \left(\frac{0.0406}{T_{CM}}\right)^{7.2}\right)}. \quad (53)$$

Энергетическая зависимость фаз описывалась функциями:

$$\phi_t = \frac{4.37 \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{2.3}\right)^{4.22}\right) \left(1 + \left(\frac{0.13}{T_{CM}}\right)^{1.8}\right)}{\left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{2.44}\right)^{4.22}\right) \left(1 + \left(\frac{0.114}{T_{CM}}\right)^{1.8}\right)}, \quad (54)$$

$$\phi_s = \frac{1.53 \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{2.56}\right)^{4.47}\right) \left(1 + \left(\frac{0.085}{T_{CM}}\right)^5\right)}{\left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{2.843}\right)^{4.47}\right) \left(1 + \left(\frac{0.073}{T_{CM}}\right)^5\right)}, \quad (55)$$

$$\phi_u = \frac{4.95}{1 + \left(\frac{T_{CM}}{1.515}\right)^{3.6}} + \frac{\left(\frac{T_{CM}}{0.9}\right)^{2.88}}{1 + \left(\frac{T_{CM}}{1.65}\right)^{2.88}}. \quad (56)$$

Входящий в формфактор параметр μ_{uf}^2 в результате аппроксимации получился равным

$$\mu_{uf}^2 = 1.85 \times 10^{-3} \text{ ГэВ}^2, \quad (57)$$

что меньше соответствующего параметра нейтронного обмена при pd -рассеянии ($4.76 \times 10^{-3} \text{ ГэВ}^2$).

На рис. 11б стрелками изображены резонансы компаунд ${}^5\text{He}^*$ ядра: $E = 16.84 \text{ МэВ}$ ($E_{CM} = 48 \text{ кэВ}$), $\Gamma = 0.075 \text{ МэВ}$ ($\frac{3}{2}^+$); $E = 19.14 \text{ МэВ}$ ($E_{CM} = 2.35 \text{ МэВ}$), $\Gamma = 3.56 \text{ МэВ}$ ($\frac{5}{2}^+$); $E = 19.26 \text{ МэВ}$ ($E_{CM} = 2.47 \text{ МэВ}$), $\Gamma = 3.96 \text{ МэВ}$ ($\frac{3}{2}^+$); $E = 19.31 \text{ МэВ}$ ($E_{CM} = 2.52 \text{ МэВ}$), $\Gamma = 3.02 \text{ МэВ}$ ($\frac{7}{2}^+$); $E = 19.96 \text{ МэВ}$ ($E_{CM} = 3.17 \text{ МэВ}$), $\Gamma = 1.92 \text{ МэВ}$ ($\frac{3}{2}^-$); $E = 21.25 \text{ МэВ}$ ($E_{CM} = 4.46 \text{ МэВ}$), $\Gamma = 4.61 \text{ МэВ}$ ($\frac{3}{2}^+$); $E = 21.39 \text{ МэВ}$ ($E_{CM} = 4.6 \text{ МэВ}$), $\Gamma = 3.95 \text{ МэВ}$

($\frac{5}{2}^+$); $E = 21.64 \text{ МэВ}$ ($E_{CM} = 4.85 \text{ МэВ}$), $\Gamma = 4.03 \text{ МэВ}$ ($\frac{1}{2}^+$); $E = 23.97 \text{ МэВ}$ ($E_{CM} = 7.18 \text{ МэВ}$), $\Gamma = 5.44 \text{ МэВ}$ ($\frac{7}{2}^+$) и $E = 24.06 \text{ МэВ}$ ($E_{CM} = 7.27 \text{ МэВ}$), $\Gamma = 5.23 \text{ МэВ}$ ($\frac{5}{2}^-$). Из рис. 11 видно, что амплитуды всех каналов имеют усиления в области резонансов компаунд-ядра ${}^5\text{He}$. Что же касается фаз рассеяния, то они слабо меняются с увеличением энергии. Тем не менее можно отметить, что конструктивные фазы t - и u -каналов в резонансной области приближаются к $3/2\pi$, а деструктивная фаза s -канала — к $\pi/2$.

При использовании выражений (42), (43) получающаяся аппроксимация экспериментальных дифференциальных сечений упругого dt -рассеяния [33, 83–89] представлена на рис. 12. Угловое распределение упругого dt -рассеяния представляет особый интерес при моделировании процессов термоядерного синтеза, в которых существенны даже относительно малые поправки к Резерфордскому рассеянию. Полученные поправки позволяют уточнить также и процессы пыления в мишенях нейтронных генераторов.

2.7. Описание дифференциальных сечений при малых энергиях

Для моделирования нейтронных генераторов необходимо оценить, насколько хорошо полученные ТПЯР-аппроксимации описывают отношение

R дифференциальных сечений упругих dd - и dt -рассеяний к резерфордовскому сечению при самых малых энергиях. С этой целью был выбран угол $\theta_{\text{CM}} = 90^\circ$, для которого имеются экспериментальные данные. На рис. 13 для dd - и dt -рассеяний показана энергетическая зависимость отношения R в районе 100 кэВ, как измеренная в экспериментах [83, 90–92], так и предсказанная ТПЯР-аппроксимациями.

На рис. 13а отношение R , измеренное в работах [90, 91] для упругого dd -рассеяния, сравнивается с ТПЯР-аппроксимацией при угле рассеяния в системе центра масс $\theta_{\text{CM}} = 90^\circ$. Видно, что при уменьшении энергии отношение монотонно приближается к единице. Экспериментальные данные свидетельствуют о том, что уже при 30 кэВ отличие между упругим и резерфордовским дифференциальными сечениями практически исчезает, в то время как ТПЯР-аппроксимация медленнее сходится к резерфордовскому сечению и даже при $T_{\text{CM}} = 10$ кэВ сохраняет расхождение примерно в 5%.

Аналогичное отношение для упругого dt -рассеяния показано на рис. 13б. Стрелкой показан резонанс с энергией $T_{\text{CM}} = 48$ кэВ. Горизонтальной линией сверху в логарифмическом масштабе показана его ширина, составляющая 74.5 кэВ. Как видно из рисунка, в области резонанса, использующегося в нейтронных генераторах, упругое дифференциальное сечение dt -рассеяния на $\theta_{\text{CM}} = 90^\circ$ ниже резерфордовского на 40%, в отличие от dd -рассеяния, причем отрицательное отклонение примерно соответствует ширине резонанса.

Хорошее совпадение с экспериментальными значениями неудивительно, поскольку значения параметров амплитуд и фаз t - и s -каналов ядерного упругого dd -рассеяния при $T_{\text{CM}} < 200$ кэВ были получены с учетом экспериментальных точек из работ [90, 91] на рис. 13а. Аналогично, в случае dt -рассеяния значения параметров амплитуд и фаз t -, s - и u -каналов ядерного рассеяния при $T_{\text{CM}} < 750$ кэВ (за исключением точек, соответствующих самым малым энергиям на рис. 12) были получены путем аппроксимации экспериментальных данных, показанных на рис. 13б.

Таким образом, показано, что и в области самых малых энергий ТПЯР-аппроксимации угловых распределений сечений упругих dd - и dt -рассеяний являются фактически усреднением данных [83, 90–92] с экстраполяцией сечений к меньшим углам рассеяния.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате обработки большого количества экспериментальных данных в широком диапазоне

энергий найдены непрерывные и гладкие аппроксимации дифференциальных сечений упругого рассеяния изотопов водорода, полученные на основе теории прямых ядерных реакций. Найденные аппроксимации дифференциальных сечений могут быть использованы для уточнения моделирования процесса пыления при облучении мишени нейтронного генератора, а также при моделировании термоядерных установок и в астрофизических расчетах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. M. V. Ivanov, J. R. Vignote, R. Alvarez-Rodriguez, and J. M. Udias, *Nucl. Theory* **30**, 116 (2011).
2. F. Nitchitiu, *Phase Shift Analysis in Physics* (Acad. Publ., Bucharest, 1980).
3. S. B. Dubovichenko, *Phase Shift Analysis in Nuclear Astrophysics* (Lambert Acad. Publ., Germany, 2015).
4. I. S. Shapiro, *Nucl. Phys.* **28**, 244 (1961).
5. I. S. Shapiro, V. M. Kolybasov, and G. R. Augst, *Nucl. Phys.* **61**, 353 (1965).
6. P. A. Zyla *et al.* (Particle Data Group), *PTEP* **2020**, 083C01 (2020).
7. М. В. Косов, Д. И. Савин, *ЯФ* **81**, 603 (2018) [*Phys. At. Nucl.* **81**, 656 (2018)].
8. А. А. Галюзов, М. В. Косов, *ЯФ* **84**, 382 (2021) [*Phys. At. Nucl.* **84**, no. 5 (2021)].
9. G. Gamow, *Z. Phys. A* **51**, 204 (1928).
10. W. A. Fowler, G. R. Caughlan, and B. A. Zimmerman, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **5**, 525 (1967).
11. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Механика* (Наука, Москва, 1988).
12. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика. Нерелятивистская теория* (Наука, Москва, 1989).
13. E. W. Cheney and H. L. Loeb, *J. SIAM Numer. Anal. Ser. B* **1**, 11 (1964).
14. N. Otuka, E. Dupont, V. Semkova, B. Pritychenko, A. I. Blokhin, M. Aikawa, S. Babykina, M. Bossant, G. Chen, S. Dunaeva, *et al.*, *Nucl. Data Sheets* **120**, 272 (2014).
15. J. M. Blair, G. Freier, E. E. Lampi, W. Sleator, Jr., and J. H. Williams, *Phys. Rev.* **74**, 553 (1948).
16. G. Breit, H. M. Thaxton, and L. Eisenbud, *Phys. Rev.* **55**, 1018 (1939).
17. H. R. Worthington, J. N. Mcgruer, and D. E. Findley, *Phys. Rev.* **90**, 899 (1953).
18. D. J. Knecht, P. F. Dahl, and S. Messelt, *Phys. Rev.* **148**, 1031 (1966).
19. H. Wassmer and H. Muehry, *Helv. Phys. Acta* **46**, 626 (1973).
20. K. Imai, K. Nisimura, N. Tamura, and H. Sato, *Nucl. Phys. A* **246**, 76 (1975).
21. L. H. Johnston and D. E. Joung, *Phys. Rev.* **116**, 989 (1959).
22. S. Kikuchi, J. Sanada, S. Suwa, I. Hayashi, K. Nisimura, and K. Fukunaga, *J. Phys. Soc. Jpn.* **15**, 9 (1960).

23. A. Berdoz, F. Foroughi, and C. Nussbaum, *J. Phys. G* **12**, L133 (1986).
24. A. E. Taylor, E. Wood, and L. Bird, *Nucl. Phys.* **16**, 320 (1960).
25. M. Mahjour-Shafiei, J. C. S. Bacelar, M. D. Cozma, M. J. van Goethem, M. N. Harakeh, M. Hoefman, H. Huisman, N. Kalantar-Nayestanaki, H. Löhner, J. G. Messchendorp, *et al.*, *Phys. Rev. C* **70**, 024004 (2004).
26. J. C. Allred, A. H. Armstrong, R. O. Bondelid, and L. Rosen, *Phys. Rev.* **88**, 433 (1952).
27. N. Jarmie, J. H. Jett, J. L. Detch, Jr., and R. L. Hutson, *Phys. Rev. C* **3**, 10 (1971).
28. D. Albers, F. Bauer, J. Bisplinghoff, R. Bollmann, K. Buesser, M. Busch, R. Daniel, O. Diehl, F. Dohrmann, H. P. Engelhardt, *et al.*, *Eur. Phys. J. A* **22**, 125 (2004).
29. K. Yasuda, T. Hotta, M. Kato, M. Kawabata, Y. Maeda, N. Matsuoka, T. Matsuzuka, Y. Mizuno, M. Nomachi, T. Noro, *et al.*, *Nucl. Phys. A* **684**, 400 (2001).
30. D. R. Tilley, H. R. Weller, and G. M. Hale, *Nucl. Phys. A* **541**, 1 (1992).
31. J. M. Blair, G. Freier, E. Lampi, W. Sleator, Jr., and J. H. Williams, *Phys. Rev.* **74**, 1594 (1948).
32. A. S. Wilson, M. C. Taylor, J. C. Legg, and G. C. Phillips, *Nucl. Phys. A* **126**, 193 (1969).
33. J. E. Brolley, T. M. Putnam, L. Rosen, and L. Stewart, *Phys. Rev.* **117**, 1307 (1960).
34. H. B. Burrows, W. M. Gibson, and J. Rotblat, *Proc. Roy. Soc. London A* **209**, 489 (1951).
35. O. F. Nemeč, V. V. Ostashko, V. N. Urin, and A. M. Jasnogorodskij, *Ukr. Fiz. Zh.* **30**, 328 (1985).
36. L. Rosen, F. K. Tallmadge, and J. H. Williams, *Phys. Rev.* **76**, 1283 (1949).
37. J. C. Allred, K. W. Erickson, J. L. Fowler, and E. J. Stovall, Jr., *Phys. Rev.* **76**, 1430 (1949).
38. N. Jarmie and J. H. Jett, in *Proceedings of the Conference on Few-Particle Problems* (Los Angeles, 1972), p. 659.
39. A. Okihana, N. Fujiwara, H. Nakamura-Yokota, T. Yanabu, K. Fukunaga, T. Ohsawa, and S. Tanaka, *J. Phys. Soc. Jpn.* **46**, 707 (1979).
40. H. Itoh, *Prog. Theor. Phys.* **39**, 1361 (1968).
41. W. T. H. van Oers, H. Arnold, and K. W. Brockman, Jr., *Nucl. Phys.* **46**, 611 (1963).
42. O. O. Beliuskina, V. I. Grantsev, K. K. Kisurin, S. E. Omelchuk, G. P. Palkin, Y. S. Roznyuk, B. A. Rudenko, V. S. Semenov, L. I. Slusarenko, and B. G. Struzhko, *Vopr. Atomn. Nauki i Tekhn., Ser. Yad. Fiz. Issled.* **5**, 10 (2011).
43. C. Alderliesten, A. Djaloeis, J. Bojowald, C. Mayer-Boericke, G. Paic, and T. Sawada, *Phys. Rev. C* **18**, 2001 (1978).
44. H. Brueckmann, E. L. Haase, W. Kluge, and L. Schaenzler, *Z. Phys.* **230**, 383 (1970).
45. A. M. Micherdzinska, P. V. Pancella, E. J. Stephenson, A. D. Bacher, C. E. Allgower, A. C. Fonseca, C. M. Lavelle, H. Nann, J. Olmsted, M. A. Pickar, *et al.*, *Phys. Rev. C* **75**, 054001 (2007).
46. D. M. Holm and H. V. Argo, *Phys. Rev.* **101**, 1772 (1956).
47. N. Jarmie and R. C. Allen, *Phys. Rev.* **111**, 1121 (1958).
48. A. A. Yukhimchuk, V. V. Perevozchikov, V. A. Apasov, V. S. Aryutkin, Y. I. Vinogradov, M. D. Vikharev, N. S. Ganchuk, A. N. Golubkov, S. K. Grishechkin, A. M. Demin, *et al.*, *Nucl. Instrum. Methods A* **513**, 439 (2003).
49. J. C. Allred, A. H. Armstrong, R. O. Bondelid, and L. Rosen, *Phys. Rev.* **88**, 433 (1952).
50. V. I. Grancev, V. I. Konfederatenko, V. A. Kornilov, O. F. Nemets, R. G. Ofengenden, B. A. Rudenko, M. V. Sokolov, and B. G. Struzhko, *Ukr. Fiz. Zh.* **28**, 506 (1983).
51. E. T. Boschitz, W. K. Roberts, J. S. Vincent, M. Blecher, K. Gotow, P. C. Gugelot, C. F. Perdrisat, L. W. Swenson, and J. R. Priest, *Phys. Rev. C* **6**, 457 (1972).
52. E. Huttel, W. Arnold, H. Berg, H. H. Krause, J. Ulbricht, and G. Clausnitzer, *Nucl. Phys. A* **406**, 435 (1983).
53. C. R. Brune, W. H. Geist, H. J. Karwowski, E. J. Ludwig, K. D. Veal, M. H. Wood, A. Kievsky, S. Rosati, and M. Viviani, *Phys. Rev. C* **63**, 044013 (2001).
54. M. H. Wood, C. R. Brune, B. M. Fisher, H. J. Karwowski, D. S. Leonard, E. J. Ludwig, A. Kievsky, S. Rosati, and M. Viviani, *Phys. Rev. C* **65**, 034002 (2002).
55. D. C. Kocher and T. B. Clegg, *Nucl. Phys. A* **132**, 455 (1969).
56. F. Lahlou, R. J. Slobodrian, P. Bricault, S. S. Dasgupta, R. Roy, and C. Rioux, *J. Phys. France* **41**, 485 (1980).
57. A. S. Wilson, M. C. Taylor, J. C. Legg, and G. C. Phillips, *Nucl. Phys. A* **130**, 624 (1969).
58. K. Sagara, H. Oguri, S. Shimizu, K. Maeda, H. Nakamura, T. Nakashima, and S. Morinobu, *Phys. Rev. C* **50**, 576 (1994).
59. S. Kistryn, J. Lang, J. Liechti, H. Luscher, T. Maier, R. Muller, M. Simonius, J. Smyrski, J. Sromicki, and W. Haerberli, *Phys. Lett. B* **219**, 58 (1989).
60. R. Grötzschel, B. Kühn, H. Kumpf, K. Möller, and J. Mösner, *Nucl. Phys. A* **174**, 301 (1971).
61. A. E. Borzakovskij and S. V. Romanovskij, *Ukr. Fiz. Zh.* **22**, 2056 (1977).
62. W. Grüebler, V. König, P. A. Schmelzbach, B. Jenny, H. R. Bürgi, P. Doleschall, G. Heidenreich, H. Roser, F. Seiler, and W. Reichart, *Phys. Lett. B* **74**, 173 (1978).
63. G. Rauprich, H. J. Hähn, M. Karus, P. Nießen, K. R. Nyga, H. Oswald, L. Sydow, H. P. gen Schieck, and Y. Koike, *Few-Body Syst.* **5**, 67 (1988).
64. M. Sawada, S. Seki, K. Furuno, Y. Tagishi, Y. Nagashima, J. Schimizu, M. Ishikawa, T. Sugiyama, L. S. Chuang, W. Grüebler, *et al.*, *Phys. Rev. C* **27**, 1932 (1983).
65. R. O. Kerman and R. Nilson, *Phys. Rev.* **107**, 200 (1957).

66. D. O. Caldwell and J. R. Richardson, *Phys. Rev.* **98**, 28 (1955).
67. C. C. Kim, S. M. Bunch, D. W. Devins, and H. H. Forster, *Nucl. Phys.* **58**, 32 (1964).
68. J. H. Williams and M. K. Brussel, *Phys. Rev.* **110**, 136 (1958).
69. H. Shimizu, K. Imai, N. Tamura, K. Nisimura, K. Hatanaka, T. Saito, Y. Koike, and Y. Taniguchi, *Nucl. Phys. A* **382**, 242 (1982).
70. K. Ermisch, H. R. Amir-Ahmadi, A. M. van den Berg, R. Castelijns, B. Davids, E. Epelbaum, E. van Garderen, W. Glöckle, J. Golak, M. N. Harakeh, *et al.*, *Phys. Rev. C* **68**, 051001 (R) (2003).
71. H. Rohdjeß, W. Scobel, H. O. Meyer, P. V. Pancella, S. F. Pate, M. A. Pickar, R. E. Pollock, B. V. Przewoski, T. Rinckel, F. Sperisen, *et al.*, *Phys. Rev. C* **57**, 2111 (1998).
72. J. Golak, W. Glöckle, H. Kamada, H. Witala, R. Skibiński, and A. Nogga, *Phys. Rev. C* **65**, 044002 (2002).
73. J. Fain, J. Gardes, A. Lefort, L. Meritet, J. F. Pauty, G. Peynet, M. Querrou, F. Vazeille, and B. Ille, *Nucl. Phys. A* **262**, 413 (1976).
74. Г. Н. Величко, А. А. Воробьев, О. Г. Гребенюк, Г. А. Королев, Ж. Содинос, А. В. Ханзадеев, *ЯФ* **47**, 1185 (1988).
75. F. Irom, G. J. Igo, J. B. McClelland, C. A. Whitten, Jr., and M. Bleszynski, *Phys. Rev. C* **28**, 2380 (1983).
76. E. Winkelmann, P. R. Bevington, M. W. McNaughton, H. B. Willard, F. H. Cverna, E. P. Chamberlin, and N. S. P. King, *Phys. Rev. C* **21**, 2535 (1980).
77. A. Hemmendinger, G. A. Jarvis, and R. F. Taschek, *Phys. Rev.* **76**, 1137 (1949).
78. R. S. Claassen, R. J. S. Brown, G. D. Freier, and W. R. Stratton, *Phys. Rev.* **82**, 589 (1951).
79. C. Manduchi, G. Moschini, G. Torrielli, and G. Zannoni, *Nuovo Cimento B* **57**, 340 (1968).
80. R. Kankowsky, J. C. Fritz, K. Kilian, A. Neufert, and D. Fick, *Nucl. Phys. A* **263**, 29 (1976).
81. J. L. Detch, Jr., R. L. Hutson, N. Jarmie, and J. H. Jett, *Phys. Rev. C* **4**, 52 (1971).
82. N. Jarmie and J. H. Jett, *Phys. Rev. C* **10**, 57 (1974).
83. M. Kaoua, M. Allab, C. Gerardin, and R. Seltz, *Nuovo Cimento A* **54**, 321 (1979).
84. W. R. Stratton, G. D. Freier, G. R. Keepin, D. Rankin, and T. F. Stratton, *Phys. Rev.* **88**, 257 (1952).
85. M. Ivanovich, P. G. Young, and G. G. Ohlsen, *Nucl. Phys. A* **110**, 441 (1968).
86. T. A. Tombrello, R. J. Spiger, and A. D. Bacher, *Phys. Rev.* **154**, 935 (1967).
87. J. C. Allred, A. H. Armstrong, A. M. Hudson, R. M. Potter, E. S. Robinson, L. Rosen, and E. J. Stovall, Jr., *Phys. Rev.* **88**, 425 (1952).
88. B. Struzhko, *Ukr. Fiz. Zh.* **45**, 1154 (2000).
89. O. Belyuskina, V. Grantsev, V. Davydovskyy, K. Kisurin, S. Omelchuk, G. Palkin, Y. Roznyuk, B. Rudenko, L. Saltykov, V. Semenov, *et al.*, *Ukr. Fiz. Zh.* **45**, 1154 (2000).
90. E. H. Marlinghaus, H. Genz, G. Pospiech, A. Richter, and G. Schrieder, *Nucl. Phys. A* **255**, 13 (1975).
91. J. Niewisch and D. Fick, *Nucl. Phys. A* **252**, 109 (1975).
92. I. G. Balashko and I. I. Barit, *JETP* **7**, 715 (1958).

AN APPROXIMATION OF DIFFERENTIAL CROSS SECTIONS OF ELASTIC SCATTERING OF HYDROGEN ISOTOPES

A. A. Galyuzov¹⁾, M. V. Kosov¹⁾

¹⁾*Dukhov Automatics Research Institute, Moscow, Russia*

Differential cross sections of elastic scattering of hydrogen isotopes are used in modelling of setups, in which the fusion reactions ignition takes place, and in astrophysical applications. At small energy approximations of experimental differential cross sections of elastic scattering of hydrogen isotopes based on the direct nuclear reactions theory are obtained taking into account an interference of electromagnetic and nuclear scattering amplitudes.