

СПИНОВЫЕ НОЖНИЦЫ И СПИН-ФЛИП

© 2022 г. Е. Б. Бальбуцев*

Лаборатория теоретической физики им. Боголюбова, Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия

Поступила в редакцию 16.12.2021 г.; после доработки 16.12.2021 г.; принята к публикации 14.02.2022 г.

В недавней статье [1] авторы пришли к заключению, что низколежащие 1^+ -состояния в деформированных ядрах должны быть интерпретированы как спин-флип-возбуждения, а не спиновые ножницы. В настоящей работе объясняется, что спиновые ножницы и спин-флип — это разные названия одного и того же физического явления.

DOI: 10.31857/S0044002722040043

1. ВВЕДЕНИЕ

Идея движений ножничного типа в деформированных ядрах была высказана Р. Хилтоном в 1976 г. [2]. Имелись в виду вращательные колебания протонов относительно нейтронов наподобие ножниц (орбитальные или конвенциональные ножницы). Позже стало понятно, что можно представить аналогичные колебания любой пары составных частей ядра (протоны и нейтроны с проекцией спина “вверх” и “вниз”) относительно другой пары. Таким образом, были предсказаны еще две разновидности ядерных возбуждений ножничного типа [3, 4], которые были названы спиновыми ножницами: вращательные колебания всех спин-вверх-нуклонов относительно всех спин-вниз-нуклонов (простые спиновые ножницы) и вращательные колебания спин-вверх-протонов вместе со спин-вниз-нейтронами относительно спин-вниз-протонов вместе со спин-вверх-нейтронами (сложные спиновые ножницы). Более точно эти три типа ядерного коллективного движения можно классифицировать следующим образом: 1) изовекторные спин-скалярные ножницы (орбитальные, конвенциональные), 2) изоскалярные спин-векторные ножницы (простые спиновые) и 3) изовекторные спин-векторные ножницы (сложные спиновые).

Низколежащие 1^+ -состояния ядер $^{160,162,164}\text{Dy}$ и ^{232}Th были рассмотрены недавно в [1]. Расчеты были выполнены в рамках самосогласованного QRPA (Quasiparticle Random Phase Approximation = Квазичастичное Приближение Случайных Фаз (КПСФ)) метода, используя силы Скирма SKM*,

SVbas и SG2. Целью этой статьи было (как декларировали авторы) “тщательно исследовать WFM-предсказание SSR (Spin Scissors Resonans = Резонанс Спиновые Ножницы (PCH)) с микроскопической точки зрения”.

Суммарные $B(M1)$ -величины в изотопах Dy и в ^{232}Th оказались весьма близки к таковым, найденным с помощью WFM (Wigner Function Moments = Моменты Функции Вигнера (МФВ)) метода [4]. В Dy даже распределения $M1$ -силы по областям энергий 0–2.4 МэВ и 2.4–4 МэВ получились довольно похожими в случае SKM*-сил, см. табл. 1. Экспериментальные величины суммарных $B(M1) = 5.52 \mu_N^2$ для ^{164}Dy в табл. 1 отличаются от соответствующих величин, приведенных в табл. 4 работы [1] ($B(M1) = 6.17 \mu_N^2$), потому что мы учитываем только уровни [5] с известной четностью и отношением $R_{\text{expt}} < 1$. Суммарная величина $B(M1) = 5.77 \mu_N^2$ для ^{232}Th , найденная WFM-методом, очень близка к $5.23 \mu_N^2$ и $4.92 \mu_N^2$, полученным в [1] с силами SVbas и SG2 соответственно (см. табл. 7 в [1]).

Таким образом, ситуацию с объективными данными можно считать неплохой. Она подкрепляет предположение [1]: “Вероятно, предсказанный SSR может быть каким-то образом связан со спин-флип-возбуждениями в нейтронных и протонных спектрах”. Совершенно верно! Соотношение, связывающее WFM-переменные с матричными элементами переходов в RPA, было выведено в [6] с помощью теории линейного отклика [7]:

$$\begin{aligned} \mathcal{X}_{\lambda\mu}^{\tau}(t) &= \quad (1) \\ &= \sum_{\nu=1}^{N_c} \left(\frac{\langle 0 | \hat{X}_{\lambda\mu}^{\tau} | \nu \rangle \langle \nu | \hat{W} | 0 \rangle}{\hbar(\Omega - \Omega_{\nu})} - \right. \end{aligned}$$

*E-mail: balbutst@theor.jinr.ru

Таблица 1. $M1$ -сила (в единицах μ_N^2), просуммированная в различных интервалах энергий в работах [1] и [4]

		0–2.4 МэВ	2.4–4 МэВ	0–4 МэВ	Эксп.
^{160}Dy	[1]	1.32	4.85	6.16	2.42
	[4]	1.84	3.35	5.19	
^{162}Dy	[1]	1.80	4.63	6.44	3.45
	[4]	1.80	3.58	5.38	
^{164}Dy	[1]	2.11	3.94	6.05	5.52
	[4]	1.76	3.80	5.56	

$$- \frac{\langle 0|\hat{W}|\nu\rangle\langle\nu|\hat{X}_{\lambda\mu}^{\tau}|0\rangle}{\hbar(\Omega + \Omega_{\nu})} e^{-i\Omega t},$$

где $\mathcal{X}_{\lambda\mu}^{\tau}(t)$ есть любая из WFM коллективных переменных, которая по определению является вариацией среднего значения оператора $\hat{X}_{\lambda\mu}^{\tau}$, \hat{W} — внешнее поле, $\langle 0|\hat{X}_{\lambda\mu}^{\tau}|\nu\rangle$ и $\langle 0|\hat{W}|\nu\rangle$ есть RPA матричные элементы, N_c — число RPA-состояний, τ — изоспин.

Сравнивая результаты расчетов QRPA- и WFM-методами, авторы работы [1] подняли несколько интересных проблем и вопросов, которые будут обсуждены в этой работе.

2. ТОКИ

Ножничная мода является магнитным дипольным возбуждением с квантовыми числами $K^{\pi} = 1^{+}$. Такие возбуждения были предсказаны теоретически [2, 8] и обнаружены экспериментально [9] в интервале энергий 2–4 МэВ. Чтобы убедиться, что эти возбуждения действительно имеют ножничную природу, необходимо построить соответствующие токи или (и) вычислить угловые моменты всех четырех составляющих возбужденного ядра. Это может быть сделано довольно легко в рамках WFM-метода, где требуемые угловые моменты входят в число коллективных переменных, используемых для решения TDHF (Time Dependent Hartree Fock Bogoliubov = Зависящий от Времени Хартри–Фок–Боголюбов (ЗВХФБ)) уравнений [3, 4]. Необходимой переменной является

$$L_{\lambda\mu}^{\tau\zeta}(t) = \int d(\mathbf{p}, \mathbf{r}) \{r \otimes p\}_{\lambda\mu} f^{\tau\zeta}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t), \quad (2)$$

которая представляет собой угловой момент при $\lambda = 1$. Здесь τ и ζ — индексы изоспина и спина, \mathbf{r} и \mathbf{p} — координата и импульс нуклона, а $\{r \otimes p\}_{\lambda\mu}$ — их тензорное произведение [10]. $f^{\tau\zeta}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ — функция Вигнера [11], $\zeta = +, -$ и $f^{+} = f^{\uparrow\uparrow} + f^{\downarrow\downarrow}$, $f^{-} = f^{\uparrow\downarrow} - f^{\downarrow\uparrow}$, $\int d(\mathbf{p}, \mathbf{r}) \equiv (2\pi\hbar)^{-3} \int d^3p \int d^3r$.

Токи ножничной моды и Гигантского Квадрупольного Резонанса (ГКР) анализировались в рамках WFM-метода в работах [4, 11]. Ток определяется как

$$J_i^{\zeta}(\mathbf{r}, t) = \int \frac{d^3p}{(2\pi\hbar)^3} p_i f^{\zeta}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t). \quad (3)$$

Изоспиновый индекс опущен для простоты. Согласно приближению, предложенному в [12, 13], вариация тока представляется в виде ряда

$$\begin{aligned} \delta J_i^{\zeta}(\mathbf{r}, t) = & n^{+}(\mathbf{r}) [K_i^{\zeta}(t) + \\ & + \sum_j (-1)^j K_{i,-j}^{\zeta}(t) r_j + \\ & + \sum_{\lambda', \mu'} (-1)^{\mu'} K_{i, \lambda' - \mu'}^{\zeta}(t) \{r \otimes r\}_{\lambda' \mu'} + \dots], \end{aligned}$$

где $n^{+}(\mathbf{r}) = n^{p^{+}}(\mathbf{r}) + n^{n^{+}}(\mathbf{r})$ есть ядерная плотность. Все члены ряда, содержащие коэффициенты K с нечетным числом индексов, исчезают благодаря аксиальной симметрии. Далее мы обрываем ряд, опуская все члены, генерирующие моменты четвертого и выше порядков. Так что окончательно используется следующее выражение:

$$\delta J_i^{\zeta}(\mathbf{r}, t) = n^{+}(\mathbf{r}) \sum_j (-1)^j K_{i,-j}^{\zeta}(t) r_j. \quad (4)$$

Для конкретных значений индексов i имеем:

$$\delta J_1^{\zeta} = n^{+} (K_{1,0}^{\zeta} r_0 - K_{1,-1}^{\zeta} r_1 - K_{1,1}^{\zeta} r_{-1}),$$

$$\delta J_0^{\zeta} = n^{+} (K_{0,0}^{\zeta} r_0 - K_{0,-1}^{\zeta} r_1 - K_{0,1}^{\zeta} r_{-1}),$$

$$\delta J_{-1}^{\zeta} = n^{+} (K_{-1,0}^{\zeta} r_0 - K_{-1,-1}^{\zeta} r_1 - K_{-1,1}^{\zeta} r_{-1}).$$

Коэффициенты $K_{i,-j}^{\zeta}(t)$ связаны линейными соотношениями (см. приложение А) с коллективными переменными $\mathcal{L}_{\lambda\mu}^{\zeta}(t)$ (вариации переменных $L_{\lambda\mu}^{\zeta}(t)$). Принимая во внимание, что в рамках рассматриваемой здесь проблемы $\mathcal{L}_{\lambda 0}^{\zeta} = \mathcal{L}_{\lambda 2}^{\zeta} = 0$, находим

$$\delta J_1^{\zeta} = n^{+} \alpha_1 (\mathcal{L}_{21}^{\zeta} - \mathcal{L}_{11}^{\zeta}) r_0,$$

$$\delta J_0^{\zeta} = n^{+} \alpha_2 [(\mathcal{L}_{2-1}^{\zeta} - \mathcal{L}_{1-1}^{\zeta}) r_1 + (\mathcal{L}_{21}^{\zeta} + \mathcal{L}_{11}^{\zeta}) r_{-1}],$$

$$\delta J_{-1}^{\zeta} = n^{+} \alpha_1 (\mathcal{L}_{2-1}^{\zeta} + \mathcal{L}_{1-1}^{\zeta}) r_0,$$

где $\alpha_i = \sqrt{3}/(\sqrt{2}A_i)$ и A_i определены в (П.2). Выражения для токов в декартовых координатах записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} \delta J_x^{\zeta} = & (\delta J_{-1}^{\zeta} - \delta J_1^{\zeta})/\sqrt{2} = \\ = & \frac{1}{\sqrt{2}} n^{+} \alpha_1 (\mathcal{L}_{2-1}^{\zeta} - \mathcal{L}_{21}^{\zeta} + \mathcal{L}_{1-1}^{\zeta} + \mathcal{L}_{11}^{\zeta}) z, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta J_y^S &= i(\delta J_{-1}^S + \delta J_1^S)/\sqrt{2} = \\ &= \frac{i}{\sqrt{2}} n^+ \alpha_1 (\mathcal{L}_{2-1}^S + \mathcal{L}_{21}^S + \mathcal{L}_{1-1}^S - \mathcal{L}_{11}^S) z, \\ \delta J_z^S &= \delta J_0^S = \\ &= n^+ \alpha_2 \left[(\mathcal{L}_{21}^S - \mathcal{L}_{2-1}^S + \mathcal{L}_{11}^S + \mathcal{L}_{1-1}^S) x - \right. \\ &\quad \left. - \frac{i}{\sqrt{2}} (\mathcal{L}_{21}^S + \mathcal{L}_{2-1}^S + \mathcal{L}_{11}^S - \mathcal{L}_{1-1}^S) y \right]. \end{aligned}$$

Согласно определению $\mathcal{L}_{2-1}^S = \mathcal{L}_{21}^S$ и $\mathcal{L}_{1-1}^S = -\mathcal{L}_{11}^S$. Отсюда имеем:

$$\begin{aligned} \delta J_x^S &= 0, \\ \delta J_y^S &= -i \frac{\sqrt{3}}{A_1} n^+ (\mathcal{L}_{11}^S - \mathcal{L}_{21}^S) z, \\ \delta J_z^S &= -i \frac{\sqrt{3}}{A_2} n^+ (\mathcal{L}_{11}^S + \mathcal{L}_{21}^S) y. \end{aligned} \quad (5)$$

Этот результат весьма примечателен. Первое уравнение $\delta J_x^S = 0$ говорит, что все движения происходят только в двух измерениях, т.е. в одной плоскости. Очевидно, это одно из свойств ножниц. Другое очевидное и необходимое свойство ножниц есть ротационное движение в противофазе их составных частей. Это свойство должно демонстрироваться картинками токов (см. рис. 1, 2, 3, построенные с помощью уравнений (5)). Чтобы найти требуемые величины \mathcal{L}_{11}^S и \mathcal{L}_{21}^S , в работе [4] TDHFB уравнения были решены WFM-методом для ^{164}Du . Решение дает три низколежащих магнитных состояния со следующими энергиями и магнитными силами: $E_1 = 2.20$ МэВ, $B_1(M1) = 1.76 \mu_N^2$, $E_2 = 2.87$ МэВ, $B_2(M1) = 2.24 \mu_N^2$, $E_3 = 3.59$ МэВ, $B_3(M1) = 1.56 \mu_N^2$. Линии токов J_τ^S для каждого типа нуклонов (спин-вверх- и спин-вниз-протоны и нейтроны) были рассчитаны в [4] для всех трех возбуждений. Их комбинации, соответствующие всем возможным типам ядерных ножниц, показаны на рисунках 1–3.

Прежде всего видно, что ни одно из трех $M1$ -возбуждений нельзя отождествить с каким-либо одним видом ядерных ножниц, перечисленных во введении — оказывается, что каждое возбуждение является смесью всех трех возможных ножниц. Тем не менее можно произвести приблизительную идентификацию. Необходимо ввести какую-то численную меру вклада каждого типа ножниц в отдельное возбуждение. Вводя обозначения (см. уравнения (5))

$$\begin{aligned} A^S &= -i \frac{\sqrt{3}}{A_2} (\mathcal{L}_{11}^S + \mathcal{L}_{21}^S), \\ B^S &= -i \frac{\sqrt{3}}{A_1} (\mathcal{L}_{11}^S - \mathcal{L}_{21}^S), \end{aligned} \quad (6)$$

можно построить следующий индикатор, характеризующий определенные ножницы, например, конвенциональные:

$$AB_{(a\bar{b})} = [A^2 + B^2]_{(a)} + [A^2 + B^2]_{(\bar{b})}. \quad (7)$$

Два слагаемых в этой формуле характеризуют два “лезвия” ядерных ножниц: “лезвие” (a) и “лезвие” (\bar{b}). Аналогичные величины $AB_{(b\bar{e})}$ и $AB_{(d\bar{e})}$ строятся также для спиновых ножниц. Согласно рис. 1, 2, 3 в конвенциональных ножницах роль “лезвия” (a) отведена протонам, а “лезвия” (\bar{b}) — нейтронам; в простых спиновых ножницах роль “лезвия” (\bar{e}) играют спин-вверх-нуклоны, а “лезвия” (e) — спин-вниз-нуклоны; в сложных спиновых ножницах роль “лезвия” (d) играют спин-вверх-протоны вместе со спин-вниз-нейтронами, а “лезвия” (e) — спин-вниз-протоны вместе со спин-вверх-нейтронами.

После нормализации все три величины ($AB_{(a\bar{b})}$, $AB_{(b\bar{e})}$ и $AB_{(d\bar{e})}$) трансформируются в проценты, которые показаны в табл. 2 вместе с соответствующими значениями A и B . Простой анализ этой таблицы позволяет заключить, что:

1. возбуждение с $E = 2.20$ МэВ представляет преимущественно (51%) сложные спиновые ножницы (рис. 1*d*, 1*e*) с довольно сильной примесью (47%) простых спиновых ножниц (рис. 1*b*, 1*c*),
2. возбуждение с $E = 2.87$ МэВ представляет преимущественно (54%) простые спиновые ножницы (рис. 2*b*, 2*c*) с довольно большой примесью (32%) конвенциональных ножниц (рис. 2*a*, 2*b*),
3. возбуждение с $E = 3.59$ МэВ представляет преимущественно (62%) конвенциональные ножницы (рис. 3*a*, 3*b*) с довольно сильной примесью (31%) сложных спиновых ножниц (рис. 3*d*, 3*e*).

Специальный комментарий требуется к рис. 1*a*, 1*b*, где оба тока направлены в одну сторону, создавая впечатление, что полный угловой момент не равен нулю (как должно бы быть). На самом деле нулевое значение полного углового момента сохраняется посредством компенсирующего движения спинов. Фактически мы наблюдаем здесь колебания спина относительно орбитального углового момента. Очень интересное и необычное движение! Только вес этой конфигурации очень мал (1.75%).

Можно вывести аналитическое выражение для линий тока [11], введя поле инфинитезимальных смещений $\xi_i^S(\mathbf{r}, t)$:

$$\delta J_i^S(\mathbf{r}, t) = mn^+(\mathbf{r}) \delta u_i^S(\mathbf{r}, t), \quad (8)$$

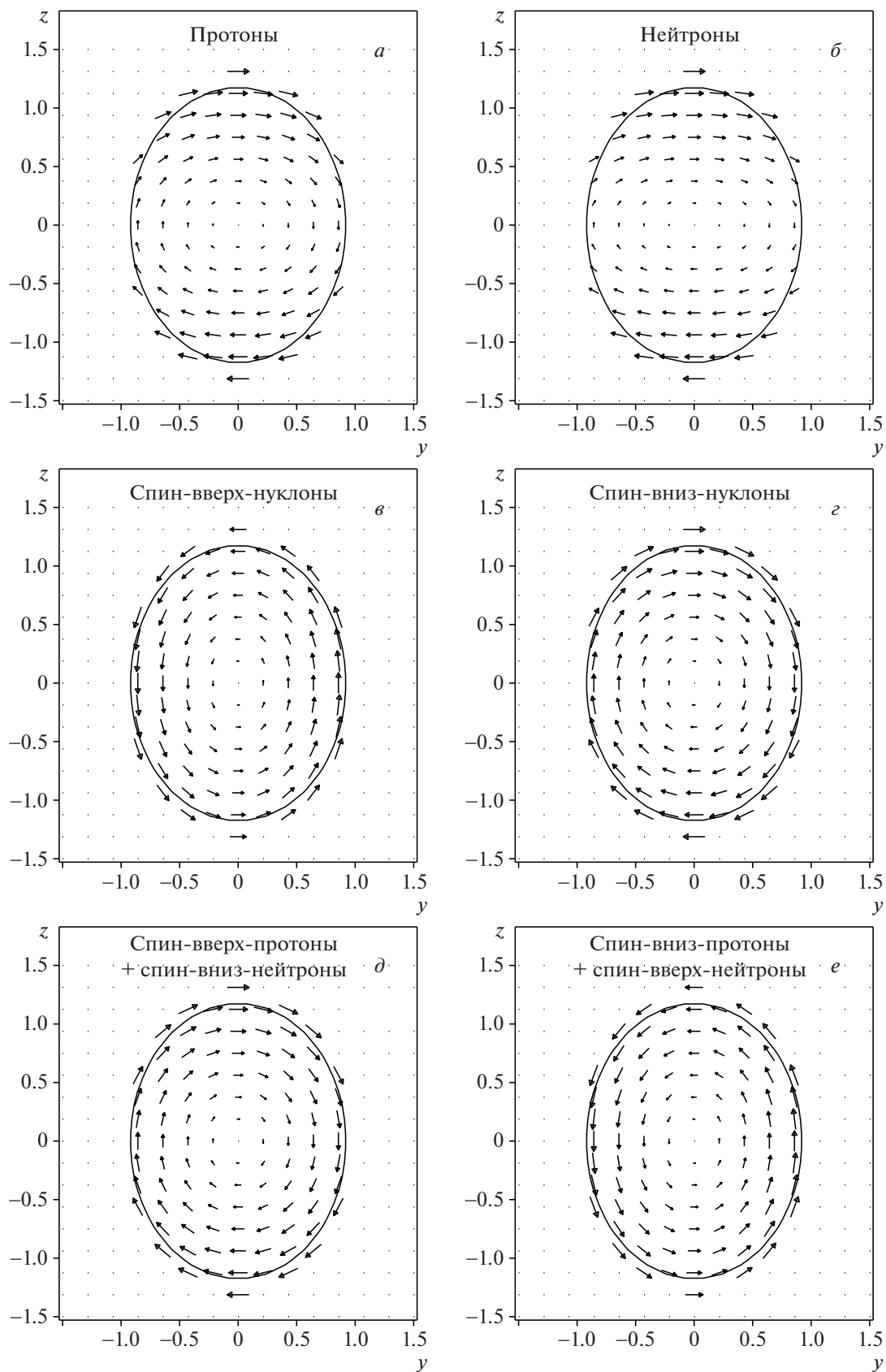


Рис. 1. Токи J_{τ}^{ζ} в ^{164}Dy для $E = 2.20$ МэВ: $J_p^{\uparrow\uparrow} + J_p^{\downarrow\downarrow}$ (а), $J_n^{\uparrow\uparrow} + J_n^{\downarrow\downarrow}$ (б), $J_p^{\uparrow\uparrow} + J_n^{\uparrow\uparrow}$ (в), $J_p^{\downarrow\downarrow} + J_n^{\downarrow\downarrow}$ (г), $J_p^{\uparrow\uparrow} + J_n^{\downarrow\downarrow}$ (д), $J_p^{\downarrow\downarrow} + J_n^{\uparrow\uparrow}$ (е). $y = y/R$, $z = z/R$.

Таблица 2. Силы (амплитуды) токов в ^{164}Dy ; $\beta = -B/A$

$E, \text{МэВ}$	(i)	$B (10^{-2})$	$A (10^{-2})$	%	β
2.20	(a)	0.75	-0.47	1.75	1.60
	(б)	0.51	-0.18		2.79
	(в)	-1.46	2.77	47.29	0.53
	(г)	2.72	-3.42		0.79
	(д)	2.87	-3.50	50.95	0.82
2.87	(e)	-1.61	2.85		0.57
	(a)	1.99	-2.44	31.90	0.82
	(б)	-2.94	4.00		0.74
	(в)	2.90	-3.32	53.71	0.87
	(г)	-3.85	4.89		0.79
3.59	(д)	1.22	-1.24	14.39	0.99
	(e)	-2.17	2.80		0.78
	(a)	11.57	-12.14	61.55	0.95
	(б)	-8.17	15.05		0.54
	(в)	-1.87	5.75	7.76	0.33
	(г)	5.27	-2.84		1.86
	(д)	-5.95	10.39	30.69	0.57
	(e)	9.35	-7.48		1.25

$$\delta u_i^{\zeta}(\mathbf{r}, t) = \frac{\partial \xi_i^{\zeta}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = i\Omega \xi_i^{\zeta}(\mathbf{r}, t).$$

Здесь положена зависимость от времени $e^{i\Omega t}$. Имея в виду, что $\xi_i^{\zeta}(\mathbf{r}, t) \equiv dx_i$, можно написать

$$\frac{\delta J_y^{\zeta}}{\delta J_z^{\zeta}} = \frac{\xi_y^{\zeta}}{\xi_z^{\zeta}} = \frac{dy}{dz}. \quad (9)$$

С помощью уравнений (5) и (6) находим, что

$$\frac{\delta J_y^{\zeta}}{\delta J_z^{\zeta}} = \frac{B^{\zeta} z}{A^{\zeta} y}. \quad (10)$$

В результате получаем следующее дифференциальное уравнение для линий тока:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dz} &= \frac{B^{\zeta} z}{A^{\zeta} y} \longrightarrow \\ \longrightarrow y dy - \frac{B^{\zeta}}{A^{\zeta}} z dz &= 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Интегрируя это уравнение, находим

$$y^2 + \beta^{\zeta} z^2 = \text{const}, \quad (12)$$

где $\beta^{\zeta} = -B^{\zeta}/A^{\zeta}$. В зависимости от знака β^{ζ} линии тока будут либо эллипсами, либо гиперболами.

Вводя обозначения $a^{\zeta} = (A^{\zeta} - B^{\zeta})/2$ и $b^{\zeta} = (A^{\zeta} + B^{\zeta})/2$, можно записать поле смещений в виде суперпозиции ротационной и неротационной компонент:

$$\delta \mathbf{J}^{\zeta} = n^+ [b^{\zeta} (\mathbf{e}_y z + \mathbf{e}_z y) - a^{\zeta} (\mathbf{e}_y z - \mathbf{e}_z y)] = \quad (13)$$

$$= n^+ [a^{\zeta} [\mathbf{e}_x \times \mathbf{r}] + b^{\zeta} \nabla(yz)],$$

причем

$$a^{\zeta} = 3i \frac{\mathcal{L}_{11}^{\zeta} (1 + \delta/3) + \delta \mathcal{L}_{21}^{\zeta}}{Q_{00} (1 - 2/3\delta) (1 + 4/3\delta)}, \quad (14)$$

$$b^{\zeta} = 3i \frac{\mathcal{L}_{21}^{\zeta} (1 + \delta/3) + \delta \mathcal{L}_{11}^{\zeta}}{Q_{00} (1 - 2/3\delta) (1 + 4/3\delta)},$$

с параметром деформации δ . Определение Q_{00} дано в приложении А. Как видно из (13), (14), ротационная компонента определяется главным образом величиной проекции орбитального углового момента \mathcal{L}_{11}^{ζ} , тогда как неротационная компонента определяется в основном величиной \mathcal{L}_{21}^{ζ} .

3. СПИН-ФЛИП

Рассмотрим основные положения статьи [1].

Во-первых, их замечание "...WFM-интерпретация спиновых состояний низкой энергии в терминах *порожденных деформацией ножничных осцилляций* является сомнительной" просто неверно. Конечно, мы рассматриваем деформированные ядра, но это не значит, что спиновые ножницы порождаются деформацией. Детальный анализ различных свойств этой моды был дан в [3], где мы впервые ввели такой тип ядерного коллективного движения. Там было показано, что спиновые ножницы генерируются спин-орбитальной частью среднего поля. Анализ был продолжен в работе [14], где было обнаружено сильное влияние антиферромагнитных свойств ядра на вероятность возбуждения спиновых ножниц. Зависимость энергий E и вероятностей возбуждения $B(M1)$ спиновых и орбитальных ножниц от силы спин-орбитального потенциала показана на рис. 4, заимствованном из работы [14].

Далее, цитируем: "...наши расчеты показывают, что низколежащие спиновые состояния возникают из-за спин-орбитального расщепления и, следовательно, могут существовать даже в сферических ядрах." Чтобы быть более точным, они возникают из-за спин-орбитального потенциала, который ведет к спин-орбитальному расщеплению в среднем поле (см., например, схему Нильссона). Действительно, такое расщепление существует как в деформированных, так и в сферических ядрах. Однако совсем не очевидно, что то же самое будет справедливо для коллективных возбуждений,

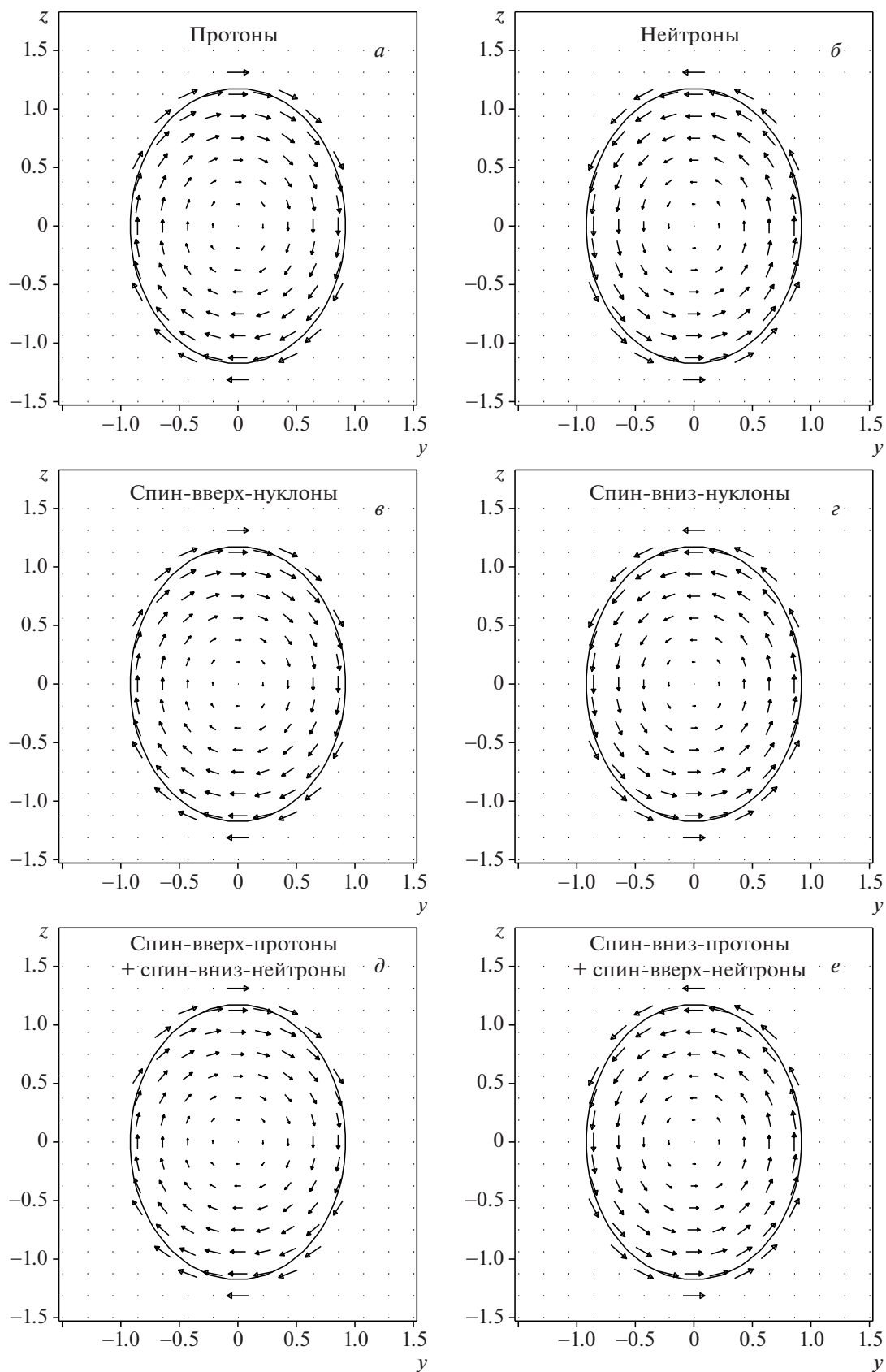


Рис. 2. Токи J_{τ}^{ζ} в ^{164}Du для $E = 2.87$ МэВ: $J_p^{\uparrow\uparrow} + J_p^{\downarrow\downarrow}$ (а), $J_n^{\uparrow\uparrow} + J_n^{\downarrow\downarrow}$ (б), $J_p^{\uparrow\uparrow} + J_n^{\uparrow\uparrow}$ (в), $J_p^{\downarrow\downarrow} + J_n^{\downarrow\downarrow}$ (г), $J_p^{\uparrow\uparrow} + J_n^{\downarrow\downarrow}$ (д), $J_p^{\downarrow\downarrow} + J_n^{\uparrow\uparrow}$ (е). $y = y/R$, $z = z/R$.

появляющихся благодаря спин-орбитальной части среднего поля. Чтобы проверить это утверждение, мы исследовали зависимость всех трех ножниц от деформации ядра. Результаты наших расчетов демонстрируются на рис. 5. Как видно, ни одна из трех ножничных мод не сохраняет своих магнитных свойств при $\delta = 0$. Вероятности магнитных возбуждений всех ножниц убывают вместе с уменьшением деформации. $B(M1)$ -величины конвенциональных и простых спиновых ножниц обращаются в нуль уже при $\delta \simeq 0.165$, тогда как $B(M1)$ сложных спиновых ножниц достигает нулевого значения при $\delta \simeq 0.135$. При меньших деформациях уравнение (П.4) не имеет решений. Электрические свойства ножниц также убывают с уменьшением деформации: $B(E2)$ конвенциональных ножниц падает от 4.4 W.u. при $\delta = 0.26$ до 0.68 W.u. при $\delta = 0$, тогда как $B(E2)$ сложных спиновых ножниц падает от 3.3 W.u. при $\delta = 0.26$ до нуля при $\delta = 0$. $B(E2)$ простых спиновых ножниц изменяется от пренебрежимо малого начального значения 0.3 W.u. при $\delta = 0.26$ к точному нулю при $\delta = 0$.

Таким образом, предположение авторов [1] не подтверждается WFM-расчетами: спиновые ножницы (так же, как и орбитальные) не существуют в сферических ядрах. Было бы интересно проделать аналогичные расчеты RPA-методом.

Другое утверждение "... несколько состояний при $E < 2.4$ МэВ показывают заметную спиновую силу ... Следуя предсказаниям [25–29], эти состояния являются кандидатами в SSR" требует некоторого пояснения (при цитировании сохранены оригинальные номера ссылок — в настоящей работе им соответствуют номера [15–17, 3, 18]). Нужно отметить, что существует принципиальная разница между нашим определением орбитальных и спиновых возбуждений и таковым статьи [1]. Наши определения: 1) орбитальные ножницы — ротационные колебания протонов относительно нейтронов, 2) простые спиновые ножницы — ротационные колебания всех спин-вверх-нуклонов относительно всех спин-вниз-нуклонов, 3) сложные спиновые ножницы — ротационные колебания спин-вверх-протонов вместе со спин-вниз-нейтронами относительно спин-вниз-протонов вместе со спин-вверх-нейтронами.

Определение [1] связано с вкладом соответствующей части внешнего поля (магнитный дипольный оператор) в $B(M1)$ рассматриваемого возбуждения: оно называется орбитальным возбуждением, если вклад орбитальной части больше, чем вклад спиновой части, и оно называется спиновым возбуждением в противоположном случае. Мы считаем такое определение не очень надежным ввиду сильной (иногда очень сильной) интерференции спинового и орбитального вкладов.

Различные определения ведут к различной интерпретации экспериментальных данных. Рассмотрим хорошо известную ситуацию с двумя группами 1^+ -состояний, наблюдаемых в ^{164}Dy . Согласно экспериментальным данным из [5] суммарная $M1$ -сила выше 2.7 МэВ дает $B(M1) = 3.85 \mu_N^2$ и ниже 2.7 МэВ дает $B(M1) = 1.67 \mu_N^2$. Из-за трудностей с определением четности возбужденных дипольных состояний в работе [19] было решено относить к OSR (Orbital Scissors Resonance = Резонанс Орбитальные Ножницы (РОН)) только состояния, расположенные в интервале энергий $2.7 < E < 3.7$ МэВ для $Z < 68$. Поэтому нижняя группа не была включена в их систематику OSR. В другой систематике [20] интервал энергий был расширен до $2.5 < E < 4$ МэВ, но нижняя группа была снова опущена в порядке исключения.

Дополнительный аргумент не учитывать нижнюю группу [19]: "существование низколежащих двухквaziчастичных возбуждений около 2.5 МэВ, установленное в эксперименте по передаче частиц [21] на ядре ^{164}Dy ".

Необходимо сказать о еще одной возможной причине (не упомянутой в [19] и [20]) исключить нижнюю группу из OSR-систематики. Имеются в виду спин-флип-возбуждения, обнаруженные в ^{164}Dy [22]: $B_\sigma(M1) = 0.38 \mu_N^2$ при $E = 2.53$ МэВ, $B_\sigma(M1) = 0.34 \mu_N^2$ при $E = 2.66$ МэВ и $B_\sigma(M1) = 0.50 \mu_N^2$ при $E = 3.14$ МэВ. Спиновый вклад при $E = 3.14$ МэВ был вычтен в обоих OSR-систематиках [19, 20]. Таким образом, для OSR-силы было найдено $B(M1) = 3.18 \mu_N^2$ в [19] и $B(M1) = 3.25 \mu_N^2$ в [20].

Статья [1]: "Однако, следуя нашим результатам на рис. 3, состояния при 2.4–2.7 МэВ дают главным образом орбитальные $M11$ -переходы и должны таким образом также принадлежать к OSR. Они опущены в OSR-систематике с нижней границей 2.7 МэВ [19], но учтены для нижней границы 2.5 МэВ [20]".

Во-первых, утверждение о статье [20] просто неверно: вклад состояний при 2.4–2.7 МэВ не учитывается в этой работе. Далее, согласие между расчетом и экспериментальными данными слишком плохое, чтобы делать такие категорические выводы. Даже общее распределение $M1$ -силы противоречит экспериментальной ситуации: сила нижней группы рассчитанных уровней больше, чем сила верхней группы! Вывод "... состояния при 2.4–2.7 МэВ дают главным образом орбитальные $M11$ -переходы ..." весьма сомнителен из-за очень сильной конструктивной интерференции, что говорит об огромном влиянии спиновых степеней свободы (независимо от величины вклада спиновой части магнитного дипольного оператора). Более того, это

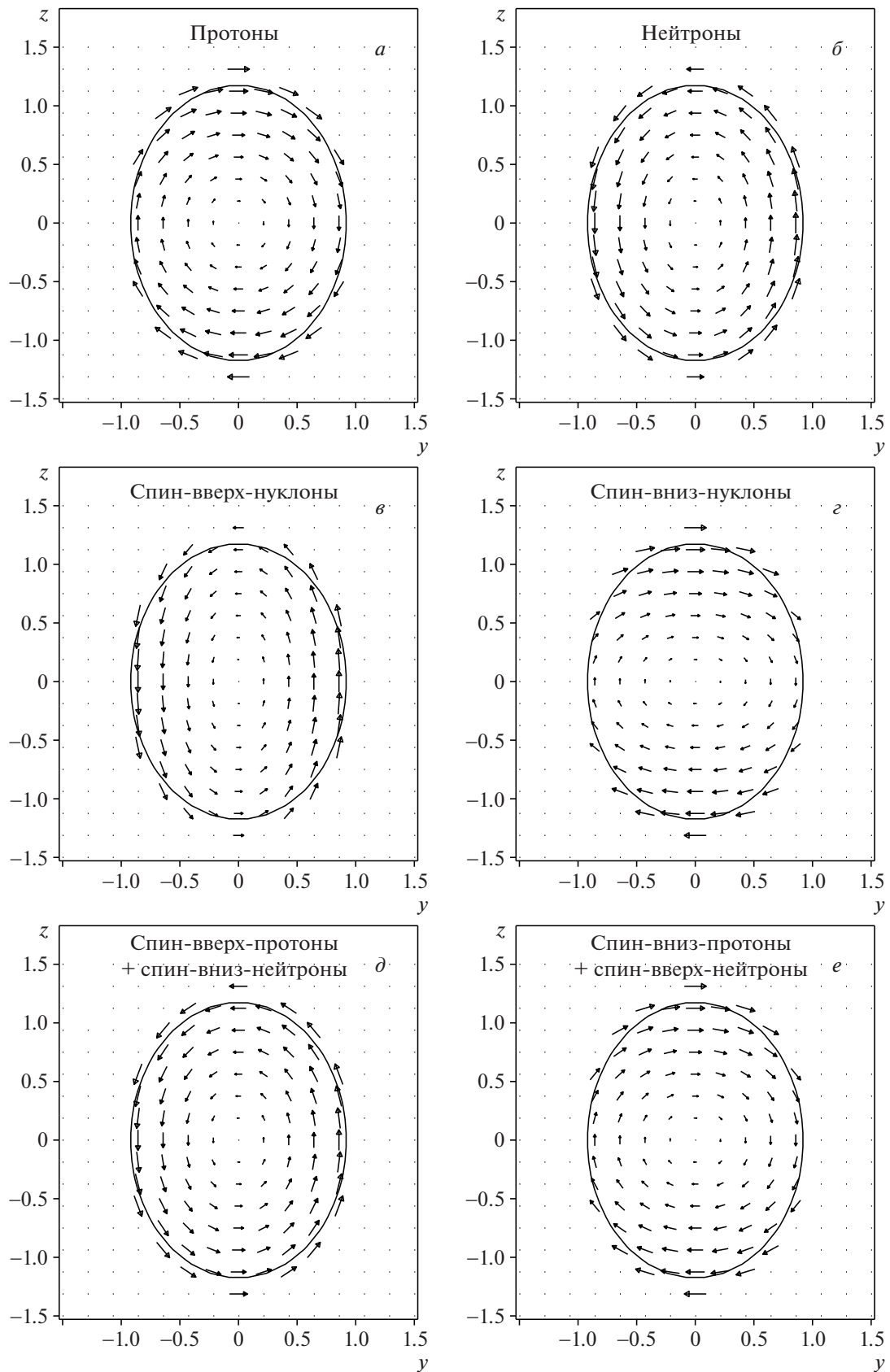


Рис. 3. Токи J_{τ}^{ζ} в ^{164}Dy для $E = 3.59$ МэВ: $J_p^{\uparrow\uparrow} + J_p^{\downarrow\downarrow}$ (а), $J_n^{\uparrow\uparrow} + J_n^{\downarrow\downarrow}$ (б), $J_p^{\uparrow\uparrow} + J_n^{\uparrow\uparrow}$ (в), $J_p^{\downarrow\downarrow} + J_n^{\downarrow\downarrow}$ (г), $J_p^{\uparrow\uparrow} + J_n^{\downarrow\downarrow}$ (д), $J_p^{\downarrow\downarrow} + J_n^{\uparrow\uparrow}$ (е). $y = y/R$, $z = z/R$.

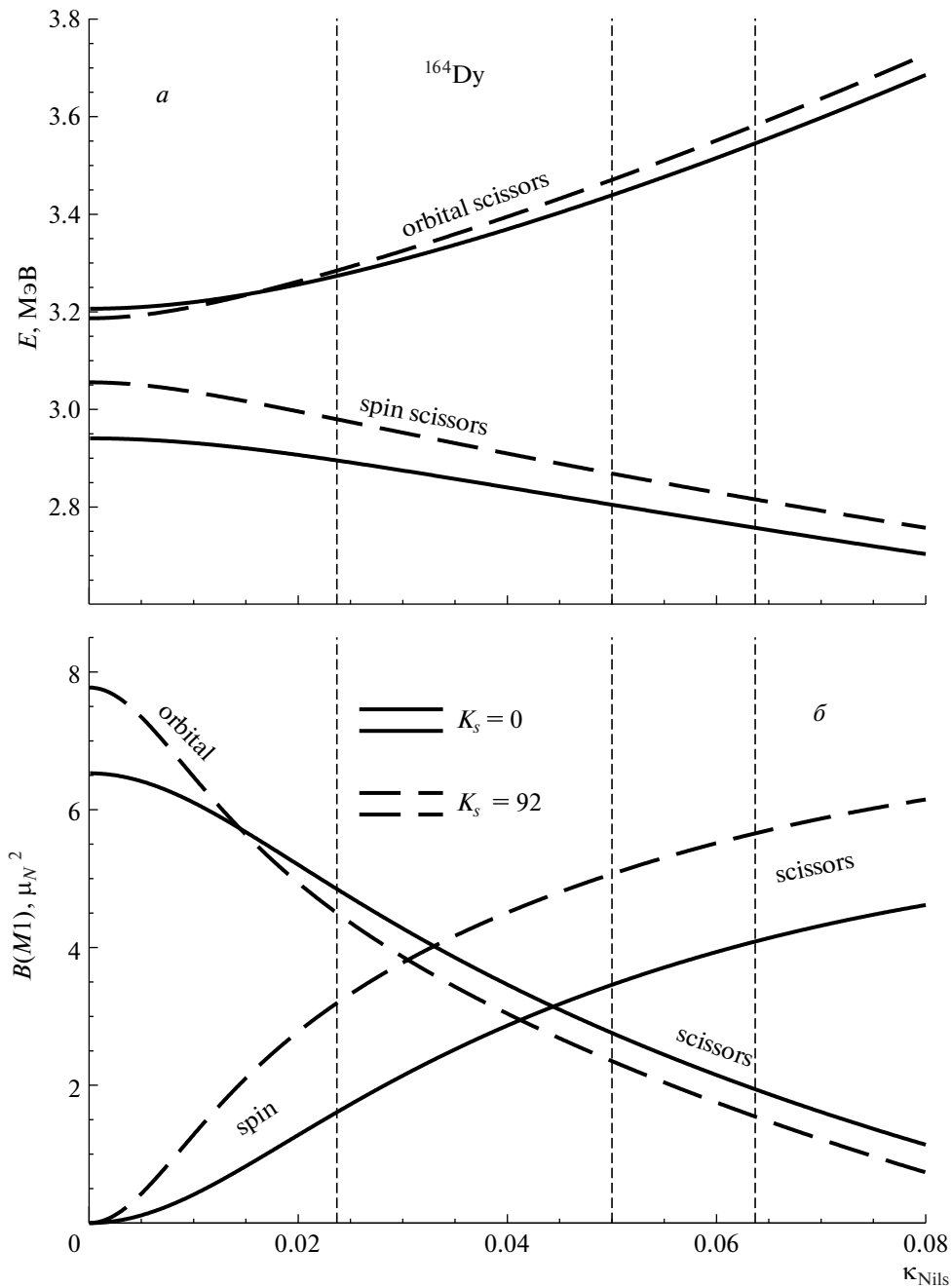


Рис. 4. Энергии E и $B(M1)$ -величины как функции константы спин-орбитального потенциала κ_{Nils} . Учтены парные корреляции. K_s — константа спин-спинового взаимодействия.

утверждение очевидно противоречит экспериментальному результату Фрекерса и др. [22], цитированному выше.

Согласно нашим результатам (см. разд. 2) область энергий 2.4–2.7 МэВ имеет в основном спиновый характер. Как видно, возбуждение с $E = 2.2$ МэВ имеет чисто спиновую природу (смесь простых и сложных спиновых ножниц). С другой стороны, возбуждение с $E = 2.87$ МэВ имеет смешанную структуру: 68% спиновой природы

(простые и сложные спиновые ножницы) и 32% орбитальной природы (конвенциональные ножницы). Таким образом, естественно ожидать, что в случае расщепления этих двух уровней энергетический интервал между ними будет заполняться в основном возбуждениями спиновой природы.

3.1. Спиновые ножницы или спин-флип?

Исходя из результатов их расчетов, авторы [1] приходят к выводу:

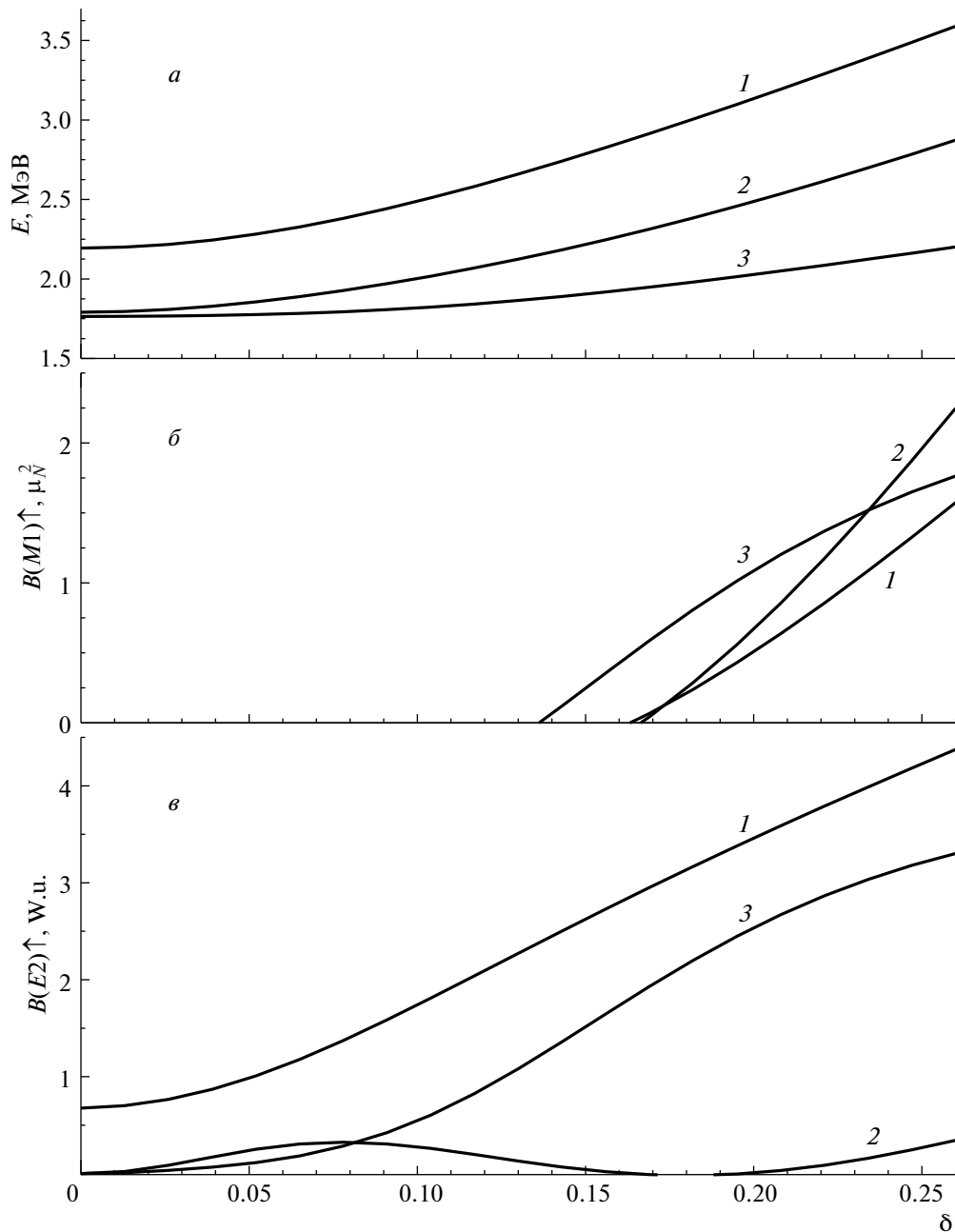


Рис. 5. Энергии E , $B(M1)$ - и $B(E2)$ -величины низколежащих 1^+ -состояний как функции деформации ядра δ . Кривая 1 — конвенциональные ножницы, кривая 2 — простые спиновые ножницы, кривая 3 — сложные спиновые ножницы.

“... так называемые SSR-состояния в действительности являются обычными неколлективными спин-флип-возбуждениями.”

Здесь мы имеем дело с простым недоразумением. Следует напомнить, что разные методы решения любой проблемы (TDHFB-уравнения в нашем случае) используют, как правило, разные “инструменты” и разные языки. Фактически спиновые ножницы и спин-флип — это разные названия одного и того же физического явления. Действительно, RPA имеет дело с переходами между раз-

личными уровнями (частично-дырочные возбуждения). С другой стороны, WFM оперирует с различными моментами ядра (моменты второго порядка в нашем случае: угловой момент и квадрупольные моменты в пространствах координат и импульсов; их определения можно найти в работе [4]). Оба метода дают несколько 1^+ -состояний с очень близкими величинами суммарной $M1$ -силы (см. табл. 1). Некоторая часть этой силы появляется благодаря спин-орбитальному потенциалу. Очевидно, с микроскопической точки зрения (RPA) это переходы

между спин-орбитальными партнерами (т.е. спин-флип). В макроскопическом подходе (WFM) она интерпретируется как контрвращение спин-вверх-нуклонов относительно спин-вниз-нуклонов (т.е. спиновые ножницы), потому что здесь она генерируется контросцилляциями их орбитальных угловых моментов.

Кстати, переходы между спин-орбитальными партнерами представляют собой только частный случай среди всех возможных переходов. Можно вспомнить, например, что с микроскопической точки зрения конвенциональные (орбитальные) ножницы генерируются переходами между некоторыми уровнями внутри одной главной оболочки (т.е. $\Delta N = 0$). В ножничноподобной природе рассматриваемого возбуждения можно убедиться, построив картинку токов или вычислив орбитальные угловые моменты всех четырех компонент (спин-вверх и спин-вниз-протоны и нейтроны) возбужденного ядра. Линии токов уже построены в WFM-подходе [4] — они воспроизведены здесь на рис. 1–3. Угловые моменты входят в число переменных метода — это переменные $L_{1\mu}^T(t)$, определенные в формуле (2).

3.2. M1-сила в ^{232}Th

Представляя свои результаты для ^{232}Th , авторы [1] написали, что “Для SG2 получено замечательное согласие между распределением полной силы и экспериментальными данными.”

Это утверждение выглядит довольно странно, поскольку суммарная M1-сила верхней группы уровней больше, чем таковая нижней группы, что противоречит экспериментальному распределению. После этого их заключительный вывод, что “эти две группы объясняются не разделением SSR- и OSR-мод (как получается в WFM-подходе), а скорее тонкой структурой одного OSR”, звучит неубедительно.

Здесь будет полезно напомнить результаты WFM-расчетов. Решение TDHFВ-уравнений для ^{232}Th дает три низколежащих магнитных состояния со следующими энергиями и магнитными силами: $E_1 = 1.53$ МэВ, $B_1(M1) = 1.7 \mu_N^2$, $E_2 = 2.21$ МэВ, $B_2(M1) = 2.55 \mu_N^2$, $E_3 = 2.81$ МэВ, $B_3(M1) = 1.51 \mu_N^2$. Как видно на рис. 6, второе и третье состояния очень хорошо воспроизводят центры энергий и суммарные $B(M1)$ нижней и верхней групп наблюдаемых 1^+ -возбуждений. Суммарная M1-сила этих двух уровней $B(M1) = 4.07 \mu_N^2$ и их центр энергий $E = 2.43$ МэВ практически совпадают с соответствующими экспериментальными данными $B_{\text{exp}}(M1) = 4.26 \mu_N^2$ и $E_{\text{exp}} = 2.49$ МэВ. Низжайший рассчитанный уровень E_1 является

предсказанием. Картина токов в ^{232}Th неотличима от таковой в ^{164}Dy . Внутренняя структура трех рассчитанных возбуждений также очень близка к соответствующей структуре в ^{164}Dy (см. табл. 2).

3.3. О приложении “B” в [1]

1. [1]: “WFM работает с коллективными переменными и идентифицирует спиновые состояния в основном по усиленным $B(M1)$ и ослабленным $B(E2), \dots$ ”.

Настоящая процедура идентификации каждого низколежащего возбуждения подробно описана в [4], глава V.C, и не имеет ничего общего с цитированным выше утверждением.

2. [1]: “WFM совсем не воспроизводит M1 Гигантский Спин-Флип-Резонанс (ГСФР), что делает сомнительной точность WFM-описания спин-флип-состояний.”

На самом деле имеется множество явлений в ядерной физике, которые не воспроизведены в [4]. И почему именно ГСФР? Потому что в RPA он появляется одновременно с низколежащими возбуждениями? Но в WFM-подходе это не так. Работа [4] посвящена изучению триады ядерных ножниц. Описание ГСФР методом WFM требует отдельного исследования.

3. Замечание “хорошее согласие WFM-результатов с экспериментальными данными выглядит сомнительным”, поскольку “параметры WFM-гамильтониана взяты из различных источников” ошибочно. Источник один — книга П. Ринга и П. Шука [7]. Выбор параметров обсуждается в главе V.A статьи [14].

4. [1]: “Макроскопическая картина SSR была предложена по аналогии с OSR-схемой, разработанной в двухроторной модели.”

Это неверно. Картина SSR была предложена по аналогии с идеей Хилтона [2] о ротационных колебаниях протонов относительно нейтронов. Знаменитая картинка ядерных ножниц используется только для иллюстрации.

5. [1]: “WFM-расчеты не предложили до сих пор каких-либо специфических измеримых признаков, оправдывающих введение картины спиновых ножниц.”

Мы предложили самые надежные “измеримые признаки”: энергии и $B(M1)$ -факторы, которые очень хорошо согласуются с экспериментальными данными. А ножничная интерпретация подтверждается картинками токов.

6. Утверждение “SSR выглядит как двухступенчатый процесс, включающий спин-флип-возбуждение плюс орбитальные осцилляции” ошибочно (см. объяснение в разд. 3.1).

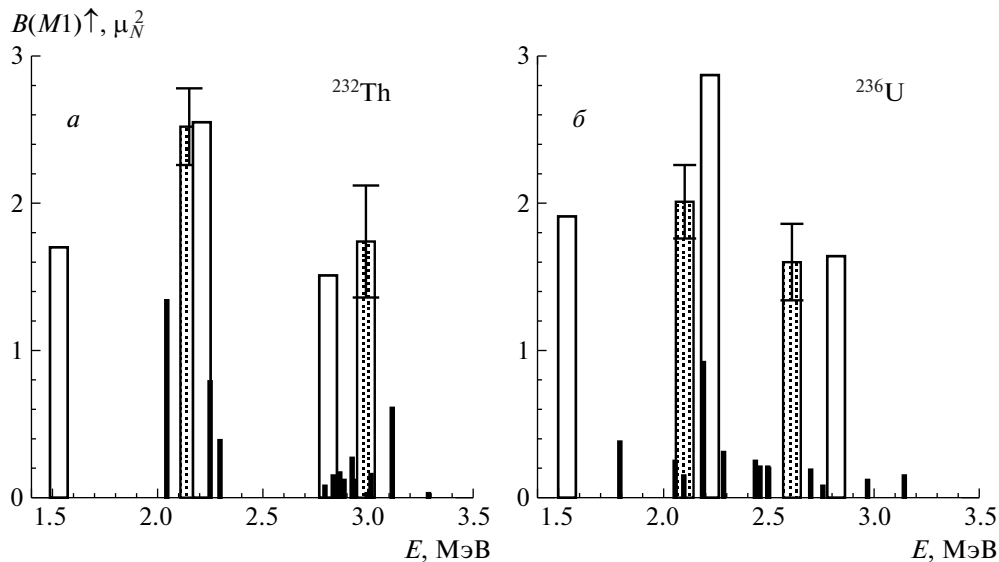


Рис. 6. Центроиды экспериментально наблюдаемых спектров 1^+ -возбуждений в ^{232}Th (а) и ^{236}U (б) (черные прямоугольники с символами ошибок) сравниваются с результатами WFM-расчетов (белые прямоугольники).

7. [1]: "... токи для OSR, SSR-I и SSR-II на рис. 9–11 работы [4] выглядят одинаковыми (с точностью до направления движения)."

Токи SSR и OSR выглядят одинаковыми, потому что смещения бесконечно малы. Более того, главный смысл этих картинок состоит именно в "направлении движения".

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы объяснили, что нет противоречия между различными названиями низколежащих 1^+ -состояний: спиновые ножницы в WFM и спин-флип в QRPA. Спин-флип появляется в микроскопическом подходе, который оперирует с переходами между различными квантово-механическими состояниями. Чтобы увидеть, какое макроскопическое движение (вращение или колебания) скрывается за квантовой картиной, нужно рассчитать токи или (и) угловые моменты протонов и нейтронов с проекциями спинов вверх и вниз.

Авторы [1] озабочены неколлективным характером спиновых ножниц. Действительно, это старая загадка ножничной моды. Компромиссное решение этой "проблемы" было предложено в [23]: ножничная мода есть "слабо коллективное, но сильное в одночастичном масштабе" возбуждение. Очень важное и привлекательное свойство WFM-метода проявляется в том, что, работая с коллективными переменными, он способен описать "слабо коллективные" явления.

1. [1]: "... тяжелые деформированные ядра не годятся для демонстрации заметных спиновых состояний низкой энергии".

Этот вывод противоречит нашему анализу ^{232}Th , особенно предсказанию чисто спиновых ножниц (см. разд. 3.2).

2. [1]: "Наши расчеты показали, что нижайшие 1^+ -состояния в $^{160,162,164}\text{Dy}$ действительно имеют спин-флиповую природу. Однако они расположены при $E \leq 2.4$ МэВ, т.е. ниже наблюдаемых состояний...".

Возможно, имеются какие-то проблемы с используемым методом или с выбранными силами. В противоположность ситуации в [1] результаты WFM-расчетов для ^{164}Dy и ^{232}Th находятся в отличном согласии с экспериментальными данными. Мы полагаем, что это происходит благодаря следующим качествам WFM-метода:

- а) Он работает с **точной** волновой функцией.
- б) Он работает с настоящим **зависящим от времени** средним полем, что позволяет учесть его реакцию на внешнее возмущение и, как результат, отпадает надобность вводить в рассмотрение остаточное взаимодействие.

в) Умножение TDHFB-уравнений на любой вес не нарушает их симметрий. Как следствие, все законы сохранения выполняются (например, энергия и угловой момент) и духовые состояния не возникают.

Фактически WFM-метод позволяет извлекать из TDHFB-уравнений **точную** информацию о различных средних характеристиках ядра без реального знания **точной** волновой функции.

3. [1]: "Так что, по нашему мнению, *имеющиеся экспериментальные данные пока что не подтверждают существование SSR.*"

Если говорить точнее, это расчеты авторов статьи [1] не подтверждают существование SSR. И неудивительно, так как они не согласуются с экспериментальными данными.

4. [1]: “*Ножницеподобная трактовка спиновых M1-возбуждений низкой энергии методом WFM требует ядерной деформации.*”

Совершенно верно. Ножницеподобные возбуждения могут существовать только в деформированных ядрах. И именно такие ядра рассматриваются в нашей работе [4]. Однако это не означает, что WFM-метод не может быть применен к сферическим ядрам (см. рис. 5).

И наконец, нижайшее 1^+ -состояние при 1.47 МэВ, предсказываемое WFM-расчетами в ^{164}Dy , имеет $B(E2) = 25.44$ W.u. (Weisskopf units = Вайскопфа единицы (В.е.)), что сравнимо с аналогичной величиной для GQR (Giant Quadrupole Resonance = Гигантский Квадрупольный Резонанс (ГКР)): $B(E2) = 50.37$ W.u. Оно не может быть духовым, так как WFM-метод сохраняет полный угловой момент, что было доказано аналитически в [3] в приближении малых амплитуд. Доказательство было обобщено на случай произвольных амплитуд в [13], где было показано также, что этот результат не зависит от единственного приближения WFM-метода — расщепления с моментами четвертого порядка. Это состояние не имеет никакого отношения к ножничным модам и будет исследовано в отдельной работе.

Автор выражает благодарность И.В. Молодцовой за сотрудничество.

Приложение А

КОЭФФИЦИЕНТЫ РЯДА

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\lambda,\mu}^{\zeta} &= \int d^3r \{r \otimes \delta J^{\zeta}\}_{\lambda\mu} = \quad (\text{П.1}) \\ &= \frac{(-1)^{\lambda}}{\sqrt{3}} \left[A_1 C_{1\mu,10}^{\lambda\mu} K_{\mu,0}^{\zeta} - \right. \\ &\quad \left. - A_2 \left(C_{1\mu+1,1-1}^{\lambda\mu} K_{\mu+1,-1}^{\zeta} + C_{1\mu-1,11}^{\lambda\mu} K_{\mu-1,1}^{\zeta} \right) \right], \\ K_{-1,-1}^{\zeta} &= -\frac{\sqrt{3} \mathcal{L}_{2-2}^{\zeta}}{A_2}, \\ K_{-1,0}^{\zeta} &= \frac{\sqrt{3} (\mathcal{L}_{1-1}^{\zeta} + \mathcal{L}_{2-1}^{\zeta})}{\sqrt{2} A_1}, \\ K_{-1,1}^{\zeta} &= -\frac{\sqrt{3} \mathcal{L}_{10}^{\zeta} + \mathcal{L}_{20}^{\zeta} + \sqrt{2} \mathcal{L}_{00}^{\zeta}}{\sqrt{2} A_2}, \\ K_{0,-1}^{\zeta} &= \frac{\sqrt{3} (\mathcal{L}_{1-1}^{\zeta} - \mathcal{L}_{2-1}^{\zeta})}{\sqrt{2} A_2}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_{0,0}^{\zeta} &= \frac{\sqrt{2} \mathcal{L}_{2,0}^{\zeta} - \mathcal{L}_{0,0}^{\zeta}}{A_1}, \\ K_{0,1}^{\zeta} &= -\frac{\sqrt{3} (\mathcal{L}_{11}^{\zeta} + \mathcal{L}_{21}^{\zeta})}{\sqrt{2} A_2}, \\ K_{1,-1}^{\zeta} &= \frac{\sqrt{3} \mathcal{L}_{10}^{\zeta} - \mathcal{L}_{20}^{\zeta} - \sqrt{2} \mathcal{L}_{00}^{\zeta}}{\sqrt{2} A_2}, \\ K_{1,0}^{\zeta} &= \frac{\sqrt{3} (\mathcal{L}_{21}^{\zeta} - \mathcal{L}_{11}^{\zeta})}{\sqrt{2} A_1}, \\ K_{1,1}^{\zeta} &= -\frac{\sqrt{3} \mathcal{L}_{22}^{\zeta}}{A_2}, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} A_1 &= \sqrt{2} R_{20}^{\text{eq}} - R_{00}^{\text{eq}} = \frac{Q_{00}}{\sqrt{3}} \left(1 + \frac{4}{3} \delta \right), \quad (\text{П.2}) \\ A_2 &= R_{20}^{\text{eq}} / \sqrt{2} + R_{00}^{\text{eq}} = -\frac{Q_{00}}{\sqrt{3}} \left(1 - \frac{2}{3} \delta \right), \end{aligned}$$

$Q_{00} = \frac{3}{5} AR^2 / [(1 + \frac{4}{3} \delta)^{1/3} (1 - \frac{2}{3} \delta)^{2/3}]$, δ — параметр деформации, $Q_{20} = \frac{4}{3} \delta Q_{00}$.

Приложение Б

ЛИНЕЙНЫЙ ОТКЛИК И ВЕРОЯТНОСТИ ПЕРЕХОДОВ

Непосредственный путь вычисления приведенных вероятностей переходов дается теорией линейного отклика системы на слабое внешнее поле

$$\hat{F}(t) = \hat{F} \exp(-i\Omega t) + \hat{F}^{\dagger} \exp(i\Omega t), \quad (\text{П.3})$$

где $\hat{F} = \sum_{s=1}^A \hat{f}_s$ есть одночастичный оператор. Удобная форма теории линейного отклика представлена, например, Лэйном [24]. Матричные элементы оператора \hat{F} удовлетворяют соотношению

$$\begin{aligned} |\langle \nu | \hat{F} | 0 \rangle|^2 &= \quad (\text{П.4}) \\ &= \hbar \lim_{\Omega \rightarrow \Omega_{\nu}} (\Omega - \Omega_{\nu}) \overline{\langle \psi | \hat{F} | \psi \rangle \exp(-i\Omega t)}, \end{aligned}$$

где $|0\rangle$ и $|\nu\rangle$ есть стационарные волновые функции невозмущенных основного и возбужденных состояний; ψ есть волновая функция возмущенного основного состояния, $\Omega_{\nu} = (E_{\nu} - E_0) / \hbar$ — нормальные частоты, черта обозначает усреднение по интервалу времени, много большему, чем $1/\Omega$, где Ω есть частота внешнего поля $\hat{F}(t)$. Правая сторона (П.4) не положительно определена, так что это соотношение иногда может не иметь решений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. V. O. Nesterenko, P. I. Vishnevskiy, J. Kvasil, A. Repko, and W. Kleinig, *Phys. Rev. C* **103**, 064313 (2021).
2. R. R. Hilton, *Talk presented at the International Conference on Nuclear Structure* (Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russia, 1976) (unpublished).
3. E. B. Balbutsev, I. V. Molodtsova, and P. Schuck, *Nucl. Phys. A* **872**, 42 (2011).
4. E. B. Balbutsev, I. V. Molodtsova, P. Schuck, A. V. Sushkov, and N. Yu. Shirikova, arXiv:1902.05275 [nucl-th].
5. J. Margraf, T. Eckert, M. Rittner, I. Bauske, O. Beck, U. Kneissl, H. Maser, H. H. Pitz, A. Schiller, P. von Brentano, R. Fischer, R.-D. Herzberg, N. Pietralla, A. Zilges, and H. Friedrichs, *Phys. Rev. C* **52**, 2429 (1995).
6. E. B. Balbutsev and P. Schuck, *Ann. Phys.* **322**, 489 (2007).
7. P. Ring and P. Schuck, *The Nuclear Many-Body Problem* (Springer, Berlin, 1980).
8. T. Suzuki and D. J. Rowe, *Nucl. Phys. A* **289**, 461 (1977).
9. D. Bohle, A. Richter, W. Steffen, A. E. L. Dieperink, N. Lo Iudice, F. Palumbo, and O. Scholten, *Phys. Lett. B* **137**, 27 (1984).
10. D. A. Varshalovitch, A. N. Moskalev, and V. K. Khersonski, *Quantum Theory of Angular Momentum* (World Scientific, Singapore, 1988).
11. E. B. Balbutsev and P. Schuck, *Nucl. Phys. A* **720**, 293 (2003); **728**, 471 (2003).
12. E. B. Balbutsev, *Sov. J. Part. Nucl.* **22**, 159 (1991).
13. E. B. Balbutsev, I. V. Molodtsova, and P. Schuck, *Phys. Rev. C* **88**, 014306 (2013).
14. E. B. Balbutsev, I. V. Molodtsova, and P. Schuck, *Phys. Rev. C* **91**, 064312 (2015); arXiv: 1502.05546 [nucl-th].
15. E. B. Balbutsev, I. V. Molodtsova, and P. Schuck, *Phys. Rev. C* **97**, 044316 (2018).
16. I. V. Molodtsova and E. B. Balbutsev, *EPJ Web Conf.* **194**, 04004 (2018).
17. E. B. Balbutsev, I. V. Molodtsova, and P. Schuck, *EPJ Web Conf.* **194**, 04005 (2018).
18. E. B. Balbutsev, I. V. Molodtsova, and P. Schuck, *Phys. At. Nucl.* **83**, 212 (2020).
19. N. Pietralla, P. von Brentano, R.-D. Herzberg, U. Kneissl, J. Margraf, H. Maser, H. H. Pitz, and A. Zilges, *Phys. Rev. C* **52**, R2317 (1995).
20. J. Enders, P. von Neumann-Cosel, C. Rangacharyulu, and A. Richter, *Phys. Rev. C* **71**, 014306 (2005).
21. S. J. Freeman, R. Chapman, J. L. Durell, M. A. C. Hotchkis, F. Khazaie, J. C. Lisle, J. N. Mo, A. M. Bruce, R. A. Cunningham, P. V. Drumm, D. D. Warner, and J. D. Garrett, *Phys. Lett. B* **222**, 347 (1989).
22. D. Frekers, D. Bohle, A. Richter, R. Abegg, R. E. Azuma, A. Celler, C. Chan, T. E. Drake, K. P. Jackson, J. D. King, C. A. Miller, R. Schubank, J. Watson, and S. Yen, *Phys. Lett. B* **244**, 178 (1990).
23. K. Heyde, P. von Neuman-Cosel, and A. Richter, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 2365 (2010).
24. A. M. Lane, *Nuclear Theory* (Benjamin, New York, 1964).

SPIN SCISSORS AND SPIN-FLIP

E. B. Balbutsev

*Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, Joint Institute for Nuclear Research,
141980 Dubna, Russia*

Authors of the recent paper [1] argued that low lying 1^+ states in deformed nuclei must be interpreted as spin-flip and not spin scissors. This comment explains that spin scissors and spin-flip are different names of the same physical phenomenon.