

МЕТОД ПРИБЛИЖЕННОГО УЧЕТА ПРИЦЕЛЬНОГО ПАРАМЕТРА В РЕАКЦИЯХ СЛИЯНИЯ–ДЕЛЕНИЯ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ В РАМКАХ СТОХАСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ С ТРЕМЯ ДИНАМИЧЕСКИМИ ПАРАМЕТРАМИ

© 2022 г. В. Л. Литневский¹⁾*, А. Л. Литневский^{2),3)}**,
Г. И. Косенко⁴⁾***, Ф. А. Иванюк⁵⁾****

Поступила в редакцию 21.01.2022 г.; после доработки 15.03.2022 г.; принята к публикации 21.03.2022 г.

Рассмотрен метод приближенного учета прицельного параметра при описании входного канала реакций слияния–деления ядер. Исследование проведено на примере процесса столкновения атомных ядер в реакциях горячего синтеза $^{36}\text{S} + ^{238}\text{U}$. Описание слияния ядер ведется путем решения системы стохастических уравнений Ланжевена. Расчеты проведены в приближении замороженных деформационных и ориентационных степеней свободы сталкивающихся ядер. Проводится сравнение результатов расчета вероятности захвата ядра–снаряда ядром–мишенью, а также сечений захвата с результатами, полученными в более грубом приближении, используемом в предыдущих версиях модели. Показано, что более аккуратный учет прицельного параметра заметно влияет на получаемые значения сечений захвата в рассматриваемой реакции и существенно приближает результаты моделирования к экспериментальным данным.

DOI: 10.31857/S0044002722040080

1. ВВЕДЕНИЕ

Одним из важных направлений исследований в ядерной физике является исследование реакций слияния–деления тяжелых ионов. Реакции слияния–деления тяжелых ионов позволяют получать новые сверхтяжелые ядра и экзотические изотопы, лежащие вдали от области бета-стабильности, пополнять наши знания об атомных ядрах, их свойствах и структуре.

Большую роль в подобных исследованиях играют модели процесса слияния–деления атомных ядер, которые позволяют объяснять и предсказывать результаты экспериментальных исследований, помогают планировать будущие экспери-

менты. Компьютерные модели процесса слияния–деления постоянно совершенствуются благодаря появлению новых вычислительных возможностей и необходимости объяснять все новые и новые экспериментальные данные.

При моделировании процесса слияния–деления большое внимание уделяется описанию входного канала реакции, расчету вероятности захвата ядра–снаряда ядром–мишенью и свойств системы в момент захвата. В первых работах, посвященных описанию входного канала реакций слияния–деления, сталкивающиеся ядра считались сферическими [1]. Позже в работах [2–4] была учтена возможность деформации сталкивающихся ядер. Недостатком данных моделей являлось то, что в начальный момент времени сталкивающиеся ядра имели сферическую форму. В ходе реакции они могли деформироваться, но только так, чтобы оси симметрии ядер совпадали с линией, соединяющей их центры масс. В то же время в литературе обсуждалась необходимость учета начальной деформации [5] и ориентации [6] сталкивающихся ядер.

В рамках используемой здесь модели учет оболочечной структуры ядер и их взаимной ориентации был выполнен в работах [7, 8]. Это позволило существенно улучшить предсказательную силу модели, однако привело к возникновению трудностей при описании нецентрального столкновения. В этих работах вращающаяся система

¹⁾Омский государственный университет путей сообщения, Омск, Россия.

²⁾Санкт-Петербургский Политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

³⁾Национальный исследовательский медицинский центр им. В.А. Алмазова, Санкт-Петербург, Россия.

⁴⁾Филиал военной академии материально-технического обеспечения имени генерала армии А.В. Хрулёва Омский автобронетанковый инженерный институт, Омск, Россия.

⁵⁾Институт ядерных исследований Национальной Академии наук, Киев, Украина.

*E-mail: vlad.lit@bk.ru

**E-mail: a_lit@list.ru

***E-mail: kosenkophys@gmail.com

****E-mail: ivanyuk@kinr.kiev.ua

мишень-снаряд представлялась в виде жесткой “гантельки”. Т.е. ядро-снаряд радиально двигалось навстречу ядру-мишени, при этом оба ядра могли вращаться вокруг их общего центра масс как одно целое. Очевидно, что подобное описание вращения системы может иметь место только на поздних стадиях столкновения ядер, после того как за счет действия сил трения ядро-снаряд “увязнет” в ядре-мишени, но не в момент, когда атомные ядра находятся настолько далеко друг от друга, что взаимодействуют только посредством кулоновских сил. Этот недостаток сохранился и в поздних модификациях модели [9, 10], учитывающих не только деформацию, но и взаимную ориентацию сталкивающихся ядер. Для преодоления описанных трудностей, даже при описании столкновения двух сферических в основном состоянии ядер [11], необходимо значительное увеличение количества рассматриваемых степеней свободы системы (до шести и более) при решении уравнений движения и расчете потенциальной энергии взаимодействия сталкивающихся ядер [12, 13].

Настоящая работа посвящена поиску разумных приближений, позволяющих уточнить работы [9, 10] путем более аккуратного учета ненулевого прицельного параметра в рамках динамической модели с тремя степенями свободы, при описании столкновения сферического в основном состоянии ядра-снаряда с деформированным ядром-мишенью.

2. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ СТОЛКНОВЕНИЯ ЯДЕР

В настоящей работе в качестве примера рассматривается процесс столкновения относительно легкого сферического ядра-снаряда ^{36}S и тяжелого деформированного ядра-мишени ^{238}U (см. рис. 1). Форма такой системы описывается параметрами квадрупольной деформации ядра-мишени α_t и ядра-снаряда α_p [14], ориентационным параметром ядра-мишени Θ_t , равным углу между осью Oz , которая направлена против начальной скорости ядра-снаряда, и осью симметрии ядра-мишени, и полярными координатами r и φ (r описывает расстояние между центрами масс сталкивающихся ядер, а φ — угол между осью Oz и линией, соединяющей эти центры масс). Кроме того, в настоящей модели используется вспомогательный параметр θ_t , описывающий значение угла между осью симметрии ядра-мишени и линией, соединяющей центры масс сталкивающихся ядер. Значение данного параметра не является независимым и определяется выражением

$$\theta_t = \Theta_t - \varphi. \quad (1)$$

В настоящей работе основное внимание уделяется исследованию учета ненулевого прицельного параметра. Поэтому рассматривается только

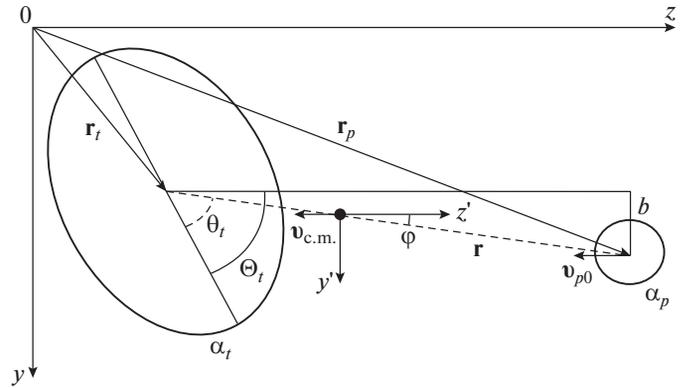


Рис. 1. Вид системы, состоящей из двух сталкивающихся ядер, одно из которых деформировано в основном состоянии, а второе — сферическое.

входной канал, без эволюции моносистемы. Значительную часть моделирования входного канала составляет описание сближения ядер, взаимодействующих только кулоновским взаимодействием, без ядерных сил и без трения. Эта стадия реакции (стадия сближения ядер) рассчитывается отдельно. Расчет сближения ядер прекращается, когда ядерное взаимодействие и силы трения, в частности тангенциальное трение, действующее на угловые переменные, становятся существенными.

Расчет дальнейшей эволюции системы должен учитывать постепенное замедление относительно движения поверхностей сталкивающихся ядер за счет тангенциального трения. При этом будет появляться собственное вращение сталкивающихся ядер относительно неподвижной оси Oz , часть углового момента будет диссипировать. В конечном итоге сталкивающиеся ядра должны начать вращаться как одно целое, т.е. должно исчезнуть собственное вращение ядер относительно линии, соединяющей их центры масс.

К сожалению, описание данного этапа эволюции системы требует введения нескольких дополнительных степеней свободы, что ведет к значительному усложнению модели. В то же время процесс включения сталкивающихся ядер в коллективное вращение ввиду относительно малой массы ядра-снаряда и быстрого нарастания интенсивности тангенциального трения не должен оказывать существенное влияние на дальнейшую эволюцию системы. Поэтому в качестве первого приближения будем считать, что включение сталкивающихся ядер в коллективное вращение происходит мгновенно.

После того как система двух ядер начинает вращаться как одно целое, мы переходим ко второй стадии расчета (стадия столкновения ядер). Монотонное уменьшение радиального расстояния между

сталкивающимися ядрами прекращается после того, как весь запас кинетической энергии радиального движения системы переходит во внутреннюю энергию. Если система к этому моменту уже успела преодолеть кулоновский барьер, то вторая стадия расчета заканчивается, и мы говорим, что произошел захват ядра-снаряда ядром-мишенью. Если же система еще не успела преодолеть кулоновский барьер, то у нее еще остается шанс это сделать за счет включения механизма туннелирования [15]. В противном случае мы говорим о глубоко неупругом рассеянии.

Переход между первой и второй стадиями определяется точкой, где интенсивность тангенциального трения γ_φ достигает определенного (критического) значения $\gamma_\varphi^{\text{cr}}$. Величина критического тангенциального трения является параметром модели. В настоящей работе для проверки влияния данного параметра на конечный результат моделирования расчеты выполнены для трех значений $\gamma_\varphi^{\text{cr}}$.

Кроме описанного приближения, в настоящей модели заморожены деформационные степени свободы сталкивающихся ядер, т.е. считаем, что на протяжении всего процесса столкновения ядра имеют такую же форму, которую они имеют в основном состоянии ($\alpha_p \equiv 0$; $\alpha_t \equiv 0.21$).

Также на первой стадии расчета отсутствует собственное вращение ядра-мишени относительно оси Oz , а на второй стадии расчета отсутствует вращение сталкивающихся ядер относительно линии, соединяющей их центры масс:

$$\dot{\theta}_t^I = 0; \quad \dot{\theta}_t^{II} = 0. \quad (2)$$

Возможность заморозки некоторых степеней свободы системы исследовалась в [10]. Было показано, что в рассматриваемой реакции заморозка деформационных и ориентационных степеней свободы не приводит к существенному изменению результатов моделирования.

Для численного описания процесса сближения атомных ядер (эволюции радиальной координаты и соответствующего ей импульса) используются уравнения Ланжевена:

$$\begin{aligned} \dot{r} &= p_r/M, \\ \dot{p}_r &= K_r - \gamma_r p_r/M + \theta_r \xi_r. \end{aligned} \quad (3)$$

Консервативная сила K_r , входящая в уравнения (3), определяется соотношением [16]:

$$K_r = - \left(\frac{\partial (V_{\text{Coul}} + V_{\text{GK}})}{\partial r} + \frac{\partial (F_{\text{def}}^t + F_{\text{def}}^p)}{\partial r} \right). \quad (4)$$

Здесь первое слагаемое описывает силу, обусловленную кулоновским (V_{Coul}) и ядерным (V_{GK})

взаимодействиями сталкивающихся ядер, второе слагаемое описывает консервативную силу, возникающую во взаимодействующих атомных ядрах, каждое из которых рассматривается как термодинамическая система.

Для описания ядерного взаимодействия мы использовали модификацию потенциала Гросса–Калиновского [1], введенного для описания взаимодействия между сферическими ядрами, предложенную в статье [2], и применимую к деформированным ядрам:

$$V_{\text{GK}} = \frac{1}{2}(V_{12} + V_{21}), \quad (5)$$

где

$$V_{ij} = \int V_i(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \alpha_i) \rho_j(\mathbf{r}', \alpha_j) d\mathbf{r}'. \quad (6)$$

Ядро-ядерный потенциал V_i имеет форму потенциала Вудса–Саксона:

$$V_i(\mathbf{r}, \alpha_i) = V_p \left[1 + \exp \left(\frac{r - R_p(\alpha_i, z)}{a_p} \right) \right]^{-1}, \quad (7)$$

параметры потенциала V_p и a_p определены в соответствии с [2], $R_p(\alpha, z) = r_0 A^{1/3} \sqrt{\rho^2(\alpha, z) + z^2}$, $r_0 = 1.25$ Фм. Величины ρ и z являются цилиндрическими координатами поверхностей взаимодействующих ядер. Плотность ядер задается выражением

$$\rho_i(\mathbf{r}, \alpha_i) = \rho_0 \left[1 + \exp \left(\frac{r - R_d(\alpha_i, z)}{a_d} \right) \right]^{-1}, \quad (8)$$

где $\rho_0 = 0.17$ Фм⁻³, параметр диффузности $a_d = 0.54$ Фм и $R_d(\alpha, z) = (1.25A^{1/3} - 0.86A^{-1/3}) \times \sqrt{\rho^2(\alpha, z) + z^2}$ (Фм).

Фрикционные параметры вычисляются в соответствии с [1]:

$$\gamma_r = \gamma_{r0} (dV_{\text{GK}}/dr)^2, \quad (9)$$

$$\gamma_\varphi = \gamma_{\varphi0} (dV_{\text{GK}}/dr)^2, \quad (10)$$

где постоянные $\gamma_{r0} = 4 \times 10^{-23}$ с МэВ⁻¹ и $\gamma_{\varphi0} = 0.01 \times 10^{-23}$ с МэВ⁻¹.

Консервативная сила определяется термодинамическим потенциалом каждого из ядер, а именно, их свободной энергией Гельмгольца: $F = E - TS$. Свободную энергию мы вычисляем в рамках метода оболочечных поправок Струтинского [17, 18]:

$$F(\alpha, T) = F_{\text{LDM}}(\alpha, T) + \delta E(T=0) e^{-aT^2/E_d}, \quad (11)$$

где α — параметр деформации рассматриваемого ядра, a — параметр плотности уровней [19], а $E_d = 20$ МэВ.

Температура системы T определяется в соответствии с моделью ферми-газа, исходя из соотношения

$$T = \sqrt{E^*/a}, \quad (12)$$

где E^* — энергия возбуждения каждого из сталкивающихся ядер. Макроскопическая часть свободной энергии $F_{\text{LDM}}(\alpha, T)$, в соответствии с [16], определяется исходя из соотношения

$$F_{\text{LDM}}(\alpha, T) = E_{\text{LDM}}(\alpha) - \tilde{a}T^2, \quad (13)$$

где $E_{\text{LDM}}(\alpha)$ — деформационная энергия ядра, рассчитанная в модели жидкой капли [20] с параметрами [21]. Для параметров плотности уровней a и \tilde{a} мы использовали соответственно выражения (4) и (5) из [19]. При проведении расчетов мы считаем, что энергия возбуждения E^* системы делится между ядрами пропорционально числу содержащихся в них нуклонов, т.е. температура обоих ядер одинакова.

Суммарная энергия возбуждения определяется на каждом шаге интегрирования уравнений Ланжевена (3), исходя из требования выполнения закона сохранения энергии:

$$E^* = E_{\text{с.м.}} - \frac{p_r^2}{2M} - \frac{L_0^2 \hbar^2}{2I} - V_{\text{pot}}, \quad (14)$$

где момент инерции I системы на первой стадии определяется выражением

$$I = Mr^2, \quad (15)$$

а на второй стадии выражением

$$I = Mr^2 + I_{\perp t} + I_{\perp p}. \quad (16)$$

Потенциальная энергия системы V_{pot} учитывает кулоновское [22] и ядерное [1] взаимодействия сталкивающихся ядер, а также энергию деформации E_{def} каждого из ядер, рассчитанную с учетом ядерной оболочечной структуры [17, 18]:

$$V_{\text{pot}} = V_{\text{coul}} + V_{\text{ГК}} + E_{\text{def}}^t(T=0) + E_{\text{def}}^p(T=0). \quad (17)$$

Слагаемое $\theta_r \xi_r$, входящее в уравнение (3), является случайной силой, которая обеспечивает переход энергии от одночастичных степеней свободы системы к коллективным. Обратный переход энергии обеспечивается наличием в уравнениях тензора трения. Фактически случайная сила описывает флуктуации в системе. Случайное число ξ_r имеет следующие свойства:

$$\begin{aligned} \langle \xi_\nu \rangle &= 0, \\ \langle \xi_\beta(t_1) \xi_\nu(t_2) \rangle &= 2\delta_{\beta\nu} \delta(t_1 - t_2). \end{aligned} \quad (18)$$

Амплитуда случайной силы θ_r связана с диффузионным тензором D_r ($\theta_r = \sqrt{D_r}$), который рассчитывается с помощью модифицированного соотношения Эйнштейна $D_r = T^* \gamma_r$, где T^* — эффективная температура, связанная с температурой системы T и с параметром локальной частоты коллективного движения соотношением [23]

$$T^* = \frac{\hbar \omega}{2} \coth \frac{\hbar \omega}{2T}, \quad (19)$$

где $\hbar \omega = 2$ МэВ. Для интегрирования уравнений Ланжевена (3) используется разностная схема:

$$\begin{aligned} r_{n+1} &= r_n + p_{r,n} \tau / M, \\ p_{r,n+1} &= p_{r,n} + K_{r,n} \tau - \\ &- \gamma_{r,n} p_{r,n} \tau / M + \theta_{r,n} \xi_{r,n} \sqrt{\tau}, \end{aligned} \quad (20)$$

где τ — временной шаг, а нижние индексы n и $n+1$ обозначают значения переменных на соответствующем шаге интегрирования.

Кроме радиальной координаты и соответствующего ей импульса, для описания эволюции системы на каждом шаге интегрирования необходимо определять значения параметров φ , θ_t .

В принципе, для угловых переменных φ , θ_t следовало бы написать уравнения Ланжевена типа уравнения (3) с соответствующими выражениями для потенциальной энергии, параметров трения и инерции и случайной силы. Однако в рассматриваемом нами приближении (с мгновенным переходом от первой стадии расчета ко второй) можно пренебречь действием случайной силы и диссипацией углового момента в уравнениях движения для угловых переменных, тогда динамическое уравнение для φ можно получить исходя из закона сохранения коллективного углового момента:

$$L\hbar = L_t \hbar + L_p \hbar + Mr^2 \dot{\varphi} = L_0 \hbar. \quad (21)$$

Первые два слагаемых ($L_t \hbar$ и $L_p \hbar$) — моменты импульса, обусловленные собственным вращением сталкивающихся ядер, а третье слагаемое описывает угловой момент вращения обоих ядер вокруг общего центра масс.

На первой стадии расчета собственное вращение обоих ядер относительно оси Oz отсутствует и для φ^I из уравнения (21) можно получить разностную схему:

$$\varphi_{n+1}^I = \varphi_n^I + \frac{L_0 \hbar}{Mr_n^2} \tau. \quad (22)$$

В начальный момент времени при рассмотрении первой стадии расчета скорость ядра-снаряда направлена в сторону, противоположную оси Oz , тогда момент импульса системы связан с значением прицельного параметра b соотношением

$$L_0 \hbar = bMv_{p0} = b\sqrt{2ME_{\text{с.м.}}}. \quad (23)$$

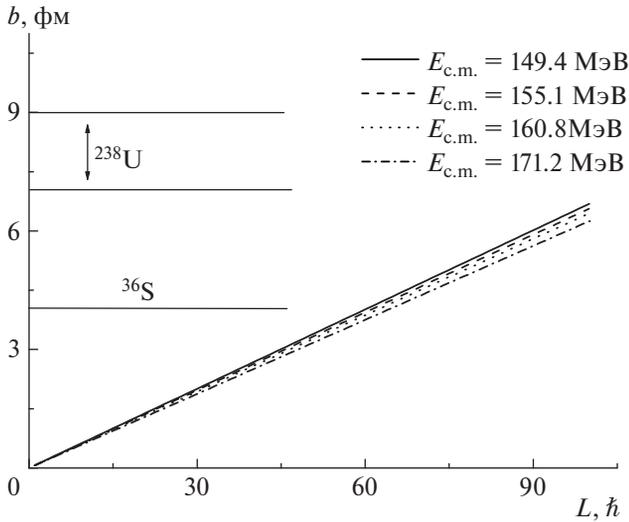


Рис. 2. Зависимость начального прицельного параметра от углового момента системы. Горизонтальными линиями показаны размеры ядер (для деформированного ядра-мишени указаны размеры ядра вдоль малой и большой полуосей).

Взаимосвязь значений прицельного параметра и момента импульса системы для различных значений энергии реакции приведена на рис. 2. Сравнивая значения прицельного параметра со значениями радиуса ядра-снаряда и малой и большой полуосями ядра-мишени, показанными на рис. 2 горизонтальными линиями, можно сделать вывод о том, что системе могут быть доступны достаточно большие значения угловых моментов.

На второй стадии расчета сталкивающиеся ядра вращаются вместе с линией, соединяющей их центры масс с угловой скоростью $\dot{\varphi}$, в этом случае, используя уравнения (21) и (16), можно получить разностную схему для вычисления φ^{II} :

$$\varphi_{n+1}^{\text{II}} = \varphi_n^{\text{II}} + \frac{L_0 \hbar}{Mr_n^2 + I_{\perp t} + I_{\perp p}} \tau. \quad (24)$$

Используя соотношения (1) и (2), а также одно из соотношений (22) или (24), можно получать значения параметра θ_t в различные моменты времени на обеих стадиях расчета, от которого зависит потенциальная энергия системы.

Для использования разностных схем (20), (22) и (24) необходимо задать начальные значения параметров и соответствующих им импульсов (или скоростей). Начальное значение расстояния между центрами масс сталкивающихся ядер на первой стадии расчета должно быть достаточно большим, чтобы силы кулоновского взаимодействия практически не зависели от деформации ядра-мишени, в настоящей работе было выбрано значение $r_0 =$

$= 40$ фм. Начальное значение импульса радиального движения определяется выражением

$$p_{r,0} = -\sqrt{2ME_{c.m.}} \cos \varphi_0, \quad (25)$$

где φ_0 задается условием

$$\varphi_0 = \arcsin \left(\frac{L_0 \hbar}{r_0 \sqrt{2ME_{c.m.}}} \right). \quad (26)$$

Начальное значение скорости изменения параметра φ^{I} определяется выражением

$$\dot{\varphi}_0^{\text{I}} = \frac{L_0 \hbar}{Mr_0^2}. \quad (27)$$

Начальное значение параметра ориентации Θ_t^{I} выбирается случайным образом.

Значения параметров формы системы и соответствующих им импульсов (скоростей), полученные в конце первой стадии расчета, являются начальными для второй стадии.

Интегрирование уравнений движения на второй стадии расчета заканчивается после того, как ядро-снаряд преодолело кулоновский барьер и прекратило радиальное движение [24], считаем, что в этот момент происходит его захват ядром-мишенью.

Если радиальное сближение ядер прекращается до того, как система преодолеет кулоновский барьер, то включается механизм туннелирования. Вероятность туннелирования рассчитывается по методу Вентцеля–Крамерса–Бриллюэна [15]:

$$T_L(E) = \frac{1}{1 + \exp \frac{2}{\hbar} \int_{r_1}^{r_2} \sqrt{2m(V_{\text{pot}}(r, \alpha_t, \alpha_p, \theta_t) - E)} dr}, \quad (28)$$

где интегрирование производится между точками поворота r_1 (точка, в которой система прекратила радиальное сближение) и r_2 (точка, в которой потенциальная энергия системы становится равной энергии системы в точке r_1) в подбарьерной области потенциала, т.е. $V_{\text{pot}}(r_1, \alpha_t, \alpha_p, \theta_t) = V_{\text{pot}}(r_2, \alpha_t, \alpha_p, \theta_t) = E$ (при вычислении потенциальной энергии в подбарьерной области значения всех остальных параметров остаются постоянными). Данный механизм позволяет системе с некоторой вероятностью пройти под кулоновским барьером и реализовать захват ядра-снаряда ядром-мишенью. Учет туннельного эффекта вносит значительный вклад в сечения захвата при энергиях реакций, близких к кулоновскому барьеру. Подробно влияние данного эффекта исследовалось в работе [25].

Кроме того, у системы всегда остается шанс преодолеть кулоновский барьер за счет случайной силы, входящей в уравнения Ланжевена (3) (за счет теплового движения).

3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Как уже говорилось выше, в рамках рассматриваемого приближения процесс захвата ядра-снаряда ядром-мишенью разделен на две стадии, на первой стадии отсутствует собственное вращение сталкивающихся ядер относительно оси Oz , на второй стадии ядра вращаются как одно целое вокруг центра масс системы. Переход от первой стадии расчета ко второй происходит мгновенно в момент, когда величина коэффициента тангенциального трения в системе превышает некоторое пороговое значение γ_{φ}^{cr} (это пороговое значение является параметром модели).

На рис. 3 показаны примеры траекторий, полученных на первой (сплошные линии) и второй (штриховые линии) стадиях расчета. На первой траектории ядра не смогли приблизиться друг к другу настолько, чтобы тангенциальное трение превысило критическое значение ($\gamma_{\varphi}^{cr} = 5 \times 10^{-24}$ с/МэВ), соответственно весь расчет проводился в рамках первой стадии, в данном случае захвата не происходит. Остальные из представленных траекторий оканчиваются захватом ядра-снаряда ядром-мишенью. На второй стадии расчета ориентационный параметр ядра-мишени Θ_t , в приведенном примере изначально равный 45° , может немного изменять свое значение, причем чем больше угловой момент системы, тем значительнее эти изменения. Для приведенных траекторий конечные значения Θ_t равны соответственно: 1) 45° ; 2) 44° ; 3) 45.5° ; 4) 55° .

Для проверки влияния условия перехода от первой стадии расчета ко второй на результаты моделирования расчеты выполняются для трех пороговых значений коэффициента тангенциального трения: $\gamma_{\varphi}^{cr} = 2.5 \times 10^{-24}$, 5×10^{-24} и 10×10^{-24} с/МэВ. Зависимость значений коэффициентов γ_{φ} от расстояния между центрами масс сталкивающихся ядер приведена на рис. 4а.

Основным результатом моделирования является вид зависимости значений вероятности (сечения) захвата от углового момента. Результаты расчетов вероятности захвата, проведенных в модели [10], предполагающей, что сталкивающиеся ядра участвуют в коллективном вращении на протяжении всего расчета, а также результаты, полученные в настоящей работе, приведены на рис. 4б. Видно, что более аккуратное описание процесса сближения ядер, проведенное в настоящей работе, приводит к более резкому спаду вероятности захвата при увеличении момента импульса системы. Причем результаты, полученные для разных значений параметра γ_{φ}^{cr} , очень близки друг к другу. Вероятно, это связано с тем, что интенсивность трения

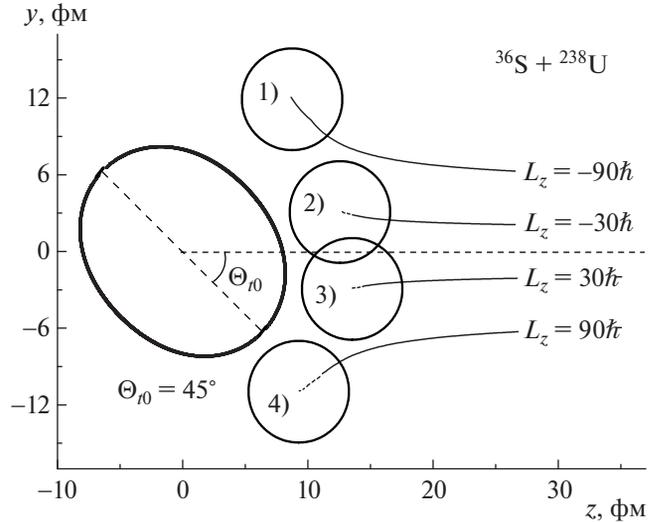


Рис. 3. Примеры возможных траекторий движения системы сталкивающихся ядер. Сплошные линии — части траекторий, которые получены на первой стадии расчета; штриховые линии соответствуют второй стадии расчета. Точка перехода от первой стадии расчета ко второй соответствует условию $\gamma_{\varphi}^{cr} = 5 \times 10^{-24}$ с/МэВ. Начальный угол между осью симметрии ядра и осью Oz $\Theta_{t0} = 45^\circ$. Углы Θ_t в конце соответствующих траекторий равны: 1) 45° ; 2) 44° ; 3) 45.5° ; 4) 55° .

очень быстро нарастает при уменьшении расстояния между поверхностями сталкивающихся ядер, а, значит, состояние системы в момент окончания первой стадии расчета слабо зависит от значения параметра γ_{φ}^{cr} . В то же время видно, что для порогового значения $\gamma_{\varphi}^{cr} = 10 \times 10^{-24}$ с/МэВ у кривой, иллюстрирующей зависимость вероятности захвата от углового момента системы, появляются особенности, которые физически не обоснованы (наличие точек перегиба при небольших значениях углового момента). Из этого можно сделать вывод, что переход от первой стадии расчета ко второй должен происходить при меньших значениях γ_{φ}^{cr} .

В экспериментальных работах, например, в [26], результат столкновения атомных ядер описывается с помощью величины суммарного сечения σ_{cap} захвата ядра-снаряда ядром-мишенью:

$$\sigma_{cap} = \sum_L \sigma_{cap}^L(L), \tag{29}$$

где парциальное сечение $\sigma_{cap}^L(L)$ зависит от длины волны де Бройля, соответствующей налетающему ядру ($\lambda = 2\pi\hbar/\sqrt{2ME_{с.м.}}$), определяется выражением:

$$\sigma_{cap}^L(L) = \pi\lambda^2(2L + 1)P_{cap}(L). \tag{30}$$

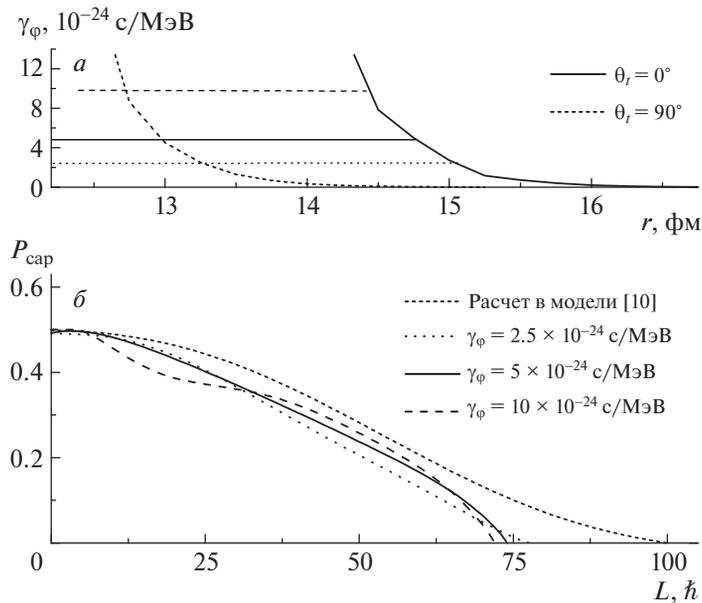


Рис. 4. *а* — Зависимость величины тангенциального трения от расстояния между сталкивающимися ядрами. *б* — Зависимость вероятности захвата $P_{\text{сap}}$ ядра-снаряда ядром-мишенью от момента импульса системы при энергии реакции $E_{\text{с.м.}} = 160.8$ МэВ. Различные типы кривых (штриховая, сплошная и точечная) соответствуют критериям перехода от системы, в которой отсутствует собственное вращение ядер, к системе, в которой ядра участвуют в коллективном вращении (переход происходит мгновенно при достижении коэффициентом тангенциального трения значений 2.5×10^{-24} , 5×10^{-24} или 10×10^{-24} с/МэВ). Кривая с коротким штрихом — расчет в модели [10].

На рис. 5*а* приведена зависимость парциальных сечений захвата от углового момента системы L_0 . Видно, что более аккуратный учет вращения системы, выполненный в настоящей работе, приводит к снижению вероятности захвата ядра-снаряда ядром-мишенью при высоких значениях углового момента системы по сравнению с модификацией модели [10], в которой предполагалось, что атомные ядра участвуют в коллективном вращении (как “гантелька”), даже находясь на большом расстоянии друг от друга.

Данный эффект можно объяснить тем, что момент инерции системы ядер, не участвующих в коллективном вращении (см. формулу (15)), немного меньше, чем момент инерции “гантельки” (16). Уменьшение момента инерции при фиксированном угловом моменте приводит к увеличению доли вращательной энергии системы, а значит, к уменьшению доли кинетической энергии радиального движения. Полученный результат показывает, что проведенные преобразования модели положительно сказываются на ее предсказательной силе, так, в предыдущих версиях модели, например, в [10], имела место явная переоценка сечений захвата при высоких энергиях реакции.

На рис. 5*б* линиями показаны суммарные значения сечений захвата, полученные в настоящей работе, а также в предыдущей версии модели [10]. В этих расчетах были заморожены деформационные и ориентационные (см. формулу (2)) степени

свободы. Крестики показывают значения сечений захвата, которые можно получить в описываемой модели, не учитывая возможность туннелирования системы через кулоновский барьер (для $\gamma_{\phi}^{\text{ср}} = 5 \times 10^{-24}$ с/МэВ). Кроме того, приведены экспериментальные данные [26] (кружки) и расчеты [9] (треугольники), учитывающие изменение деформаций обоих ядер и ориентации ядра-мишени в пространстве в ходе столкновения, но обладающие недостатком, описанным во Введении. Видно, что даже приближенный расчет, проведенный в настоящей работе, выгодно отличается от результатов работы [9] и практически совпадает с экспериментом. Следует отметить, что учет возможности туннелирования приводит к значительному увеличению сечения захвата. При самой низкой из рассмотренных энергий сечения захвата, рассчитанные с учетом и без учета туннелирования, отличаются примерно в два раза. При самой высокой из рассмотренных энергий учет туннелирования приводит к увеличению сечения захвата примерно на 25%.

4. ВЫВОДЫ

Исследовано влияние более аккуратного учета прицельного параметра на результаты описания процесса столкновения ядер. Показано, что проведенное уточнение модели в целом приводит

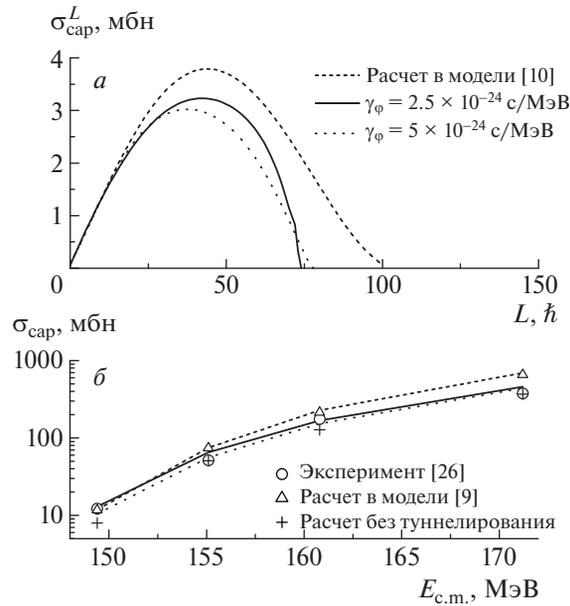


Рис. 5. *a* — Зависимость парциальных сечений захвата ядра-снаряда ядром-мишенью от момента импульса системы при энергии реакции $E_{c.m.} = 160.8$ МэВ. *б* — Зависимость суммарных сечений захвата ядра-снаряда ядром-мишенью от энергии реакции. Кружки — экспериментальные данные [26], треугольники — расчет в модели [9], в которой учитывалась эволюция коллективных координат q ($q \equiv r, \alpha_t, \alpha_p, \theta_t$), но предполагалось, что система вращается как одно целое с самого начала расчета, крестики — расчеты в описываемой модели, проведенные для $\gamma_\phi^{cr} = 5 \times 10^{-24}$ с/МэВ, но не учитывающие туннелирование системы через кулоновский барьер. Сплошные и пунктирные кривые — расчеты в описываемой модели, учитывающие возможность туннелирования. Кривая с коротким штрихом — расчет в модели [10].

к уменьшению сечения захвата. При этом существенно изменяется описание столкновений с большими значениями углового момента (прицельного параметра), в то время как при малых значениях углового момента результаты, полученные в прежних версиях модели, являются достаточно точными. Значения сечений захвата, полученные в настоящей работе, хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Используемый в настоящей работе метод заморозки некоторых степеней свободы и более аккуратный учет прицельного параметра предоставляют возможность быстро и эффективного описания реакций слияния—деления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. D. H. E. Gross and H. Kalinowski, Phys. Rev. **45**, 175 (1978).
2. P. Fröbrich, Phys. Rep. **116**, 337 (1984).
3. J. Marten and P. Fröbrich, Nucl. Phys. A **545**, 854 (1992).
4. G. I. Kosenko, F. A. Ivanyuk, V. V. Pashkevich, and D. V. Dinner, Phys. At. Nucl. **71**, 2052 (2008).
5. I. I. Gonchar, D. J. Hinde, M. Dasgupta, C. R. Morton, and J. O. Newton, Phys. Rev. C **73**, 034610 (2006).
6. V. Yu. Denisov and N. A. Pilipenko, Phys. At. Nucl. **73**, 1152 (2010).
7. V. L. Litnevsky, G. I. Kosenko, F. A. Ivanyuk, and V. V. Pashkevich, Phys. At. Nucl. **74**, 1001 (2011).
8. V. L. Litnevsky, G. I. Kosenko, F. A. Ivanyuk, and V. V. Pashkevich, Phys. At. Nucl. **75**, 1500 (2012).
9. V. L. Litnevsky, F. A. Ivanyuk, G. I. Kosenko, and S. Chiba, Phys. Rev. C **101**, 064616 (2020).
10. V. L. Litnevsky, F. A. Ivanyuk, and G. I. Kosenko, Izv. Saratov Univ. (N. S.), Ser. Phys. **20**, 233 (2020).
11. A. V. Karpov and V. V. Saiko, Phys. Rev. C **96**, 024618 (2017).
12. M. Ismail, A. Y. Ellithi, M. M. Botros, and A. E. Mellik, Phys. Rev. C **75**, 064610 (2007).
13. H. Koura and M. Yamada, Nucl. Phys. A **671**, 96 (2000).
14. V. V. Pashkevich, Nucl. Phys. A **169**, 275 (1971).
15. T. I. Nevzorova and G. I. Kosenko, Phys. At. Nucl. **71**, 1373 (2008).
16. Г. Д. Адеев, А. В. Карпов, П. Н. Надточий, Д. В. Ванин, ЭЧАЯ **36**, 732 (2005).
17. V. M. Strutinsky, Nucl. Phys. A **95**, 420 (1967); **122**, 1 (1968).
18. F. A. Ivanyuk, C. Ishizuka, M. D. Usang, and S. Chiba, Phys. Rev. C **97**, 054331 (2018).
19. A. S. Iljinov, M. V. Mebel, N. Bianchi, E. De Sanctis, C. Guaraldo, V. Lucherini, V. Muccifora, E. Polli, A. R. Reolon, and P. Rossi, Nucl. Phys. A **543**, 517 (1992).

20. N. Bohr and J. A. Wheeler, Phys. Rev. **56**, 426 (1939).
 21. W. D. Myers and W. J. Swiatecki, Ark. Fys. **36**, 343 (1967).
 22. R. S. Kurmanov and G. I. Kosenko, Phys. At. Nucl. **77**, 1442 (2014).
 23. H. Hofmann and D. Kiderlen, Int. J. Mod. Phys. E **7**, 243 (1998).
 24. V. Volcov, Phys. Part. Nucl. **35**, 425 (2004).
 25. V. L. Litnevsky, G. I. Kosenko, and F. A. Ivanyuk, Phys. At. Nucl. **79**, 342 (2016).
 26. K. Nishio, H. Ikezoe, S. Mitsuoka, I. Nishinaka, Y. Nagame, Y. Watanabe, T. Ohtsuki, K. Hirose, and S. Hofmann, Phys. Rev. C **77**, 064607 (2008).

THE METHOD OF APPROXIMATE ACCOUNTING OF THE IMPACT PARAMETER IN THE FUSION–FISSION REACTIONS OF HEAVY IONS IN THE FRAMEWORK OF A STOCHASTIC MODEL WITH THREE DYNAMIC PARAMETERS

V. L. Litnevsky¹⁾, A. L. Litnevsky^{2),3)}, G. I. Kosenko⁴⁾, F. A. Ivanyuk⁵⁾

¹⁾*Omsk State Transport University, Russia*

²⁾*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Russia*

³⁾*Almazov National Medical Research Centre, St. Petersburg, Russia*

⁴⁾*Omsk Tank Automotive Engineering Institute, Russia*

⁵⁾*Institute for Nuclear Research, Kiev, Ukraine*

The method of approximate accounting of the impact parameter during the description of the input channel of fusion–fission reactions of nuclei is considered. The study is carried out on the example of the collision process in hot fusion reactions $^{36}\text{S} + ^{238}\text{U}$. The description of the nuclear fusion model is presented. The simulation is carried out by solving a system of stochastic Langevin equations. The calculations are carried out in the approximation of frozen deformation and orientation degrees of freedom of the colliding nuclei. It is shown that a more accurate accounting of the impact parameter significantly affects the obtained values of the capture cross-sections in the reaction under consideration and improves agreement of the obtained results with the experimental data.