

## ХАРАКТЕРИСТИКИ ПИГМИ- И ГИГАНТСКИХ РЕЗОНАНСОВ В МИКРОСКОПИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ УЧЕТА СЛОЖНЫХ КОНФИГУРАЦИЙ: ФОРМАЛИЗМ

© 2022 г. С. П. Камерджиев<sup>1)\*</sup>, М. И. Шитов<sup>1)</sup>

Поступила в редакцию 10.04.2022 г.; после доработки 10.04.2022 г.; принята к публикации 18.04.2022 г.

В рамках развитой микроскопической модели учета сложных конфигураций [1] получены формулы для описания характеристик пигми- и гигантских мультипольных резонансов (ПДР и ГМР). Для этого сформулировано уравнение для матрицы плотности и получено выражение для поляризационного оператора. Полученные результаты позволяют рассчитать энергии и вероятности возбуждений уровней ПДР и ГМР, включая их тонкую структуру. Сравнение нашего подхода с известной двухфононной моделью, основанной на замене частично-дырочной пары на фонон, показало заметное различие этих двух подходов.

DOI: 10.31857/S0044002722050051

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Изучение пигми- и гигантских резонансов (ПДР, ГМР) продолжает оставаться одним из центральных направлений развития физики низких энергий [2–6]. См., например, специальный выпуск [7] из 30 статей “Гигантские, пигми, спаривательные резонансы и связанные направления”. Центральное место занимает изучение роли связи с фонанами в этих явлениях [8–11]. В теоретических работах главным является использование самосогласованных подходов, которые имеют большую предсказательную силу, что особенно важно для астрофизики и для ядерных данных.

Как известно, в процессе возбуждения ядра внешним полем могут возбуждаться не только однофононные, но и двухфононные состояния, см., например, [2, 12]. Кроме того, включение двухфононных состояний важно для объяснения характеристик ПДР и ГМР. Эти вопросы решались в рамках как квазичастично-фононной модели (КФМ) [9, 11–13], так и в приближении временного блокирования (ПВБ) [14]. Однако, несмотря на довольно быстрое и успешное развитие, остается пространство для дальнейшей работы.

По нашему мнению, перспективным подходом является использование метода функций Грина (ФГ) и дальнейшее развитие Теории Конечных Ферми-Систем (ТКФС) [15]. В ранних

работах [16–18] уравнение для вершины — основного понятия ТКФС, определяющего поляризуемость ядра — было обобщено на случай учета квазичастично-фононного взаимодействия, и были выполнены соответствующие расчеты  $M1$ -резонансов в магических ядрах, которые с помощью включения эффекта фононов объяснили актуальную в то время проблему “исчезновения  $M1$ -резонанса”.

В близких по физике дела работах [14, 19, 20] в рамках метода ФГ был использован рецепт исключения полюсов второго порядка — метод хронологического разделения диаграмм (МХРД) или, пользуясь более современной терминологией, ПВБ. Это позволило позднее выполнить расчеты характеристик резонансов вплоть до расчетов тонкой структуры ПДР [21] и  $M1$ -резонанса [22]. Дальнейшее развитие этого подхода пошло по пути учета более сложных, чем  $1p1h \otimes \rho\nu\rho\nu$ , конфигураций, в рамках так называемой двухфононной модели [23–25]. В этой модели был использован аппарат функций отклика (т.е., в отличие от вершины, величины, описываемой четырьмя индексами), основанный на уравнении Бете–Солпитера. При этом, кроме рецепта МХРД, использовалось другое приближение — так называемая процедура факторизации функции отклика, которая позволила сильно упростить уравнение и выполнить соответствующие расчеты для низколежащих двухфононных возбуждений в изотопах олова [25].

Метод вариаций, предложенный для ТКФС в работе [26], успешно развивался и использовался для последовательного описания характеристик

<sup>1)</sup>Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, Москва, Россия.

\*E-mail: kamerdzhiev\_sp@nrcki.ru

основного и нескольких коллективных низколежащих состояний в рамках самосогласованной ТКФС [8, 27]. Эти результаты можно считать вторым этапом развития ТКФС. В недавних работах [1, 28] последовательный метод вариаций, использованный в [8], был перенесен на область энергий ПДР и ГМР. Это сразу же привело к появлению новых и не изученных в этой области эффектов, именно, динамического эффекта тэдпола, многочисленных сложных корреляций в основном состоянии, эффектов изменения эффективного взаимодействия  $\delta F$  в поле фононов. В этих работах не использовалась процедура факторизации [25], что привело к заметному усложнению всех формул.

В статье [1] была развита микроскопическая модель для учета сложных конфигураций в области энергий ПДР и ГМР. Исходным было основное понятие ТКФС — вершина, описывающая поляризуемость ядра под действием внешнего поля. Впервые были получены: 1) Точные выражения для первой и второй вариаций вершины  $\delta^{(1)}V \equiv \delta V$  и  $\delta^{(2)}V$ , 2) Перспективные уравнения для новой вершины, включающие полную амплитуду взаимодействия  $\Gamma$ , которая удовлетворяет уравнению метода хаотических фаз (МХФ), сформулированному на языке ФГ, 3) Впервые в рамках задачи обобщения ТКФС — двухфононные конфигурации (в дополнение к сложным конфигурациям  $1p1h \otimes \text{phonon}$ ).

В [1] было получено только новое уравнение для новой вершины  $\tilde{V}$ , которое содержало указанные сложные конфигурации двух видов. Однако конкретные формулы для описания наблюдаемых характеристик резонансов не рассматривались. В частности, необходимо получить уравнение для матрицы плотности, которая нужна для получения поляризационного оператора и соответствующего дисперсионного уравнения. Аналогичная процедура была реализована в стандартной ТКФС [15], т.е. в рамках МХФ, сформулированного на языке ФГ. Необходимо также получить формулы с учетом регулярной части амплитуды  $\Gamma^r$ , о которой было вскользь упомянуто в [1]. Все это является основной целью настоящей работы, именно, получить уравнение для матрицы плотности и выражение для поляризационного оператора, выполнить указанное обобщение. Кроме того, полезно сравнить нашу двухфононную часть с упомянутой выше двухфононной моделью [25].

В настоящей статье рассматриваются только  $1p1h \otimes \text{phonon}$ - и двухфононные конфигурации в магических ядрах. Как обычно, мы используем факт существования малого  $g^2$ -параметра. Очень часто формулы записываются символически, большая их часть представляется в виде диаграмм

Фейнмана, так что окончательные формулы можно легко получить.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ МИКРОСКОПИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ УЧЕТА СЛОЖНЫХ КОНФИГУРАЦИЙ [1]

Здесь мы кратко опишем, уточним и немного переформулируем основные результаты статьи [1]. Главной особенностью этой модели является использование только главной фононной  $g^2$ -поправки к уравнению для вершины  $V$  в ТКФС [15]:

$$V = e_q V^0 + FGGV. \quad (1)$$

Эта поправка имеет вид

$$\Delta V = \delta^{(2)}VD, \quad (2)$$

где  $\delta^{(2)}V$  — вариация второго порядка в поле фонона от вершины  $V$  (1),  $D$  — ФГ фонона.

Наша модель достаточно подробно изложена в [1]. Подход основан на получении точного выражения для  $\delta^{(2)}V$ . Это выражение получается варьированием уравнения (1) в поле фонона, при этом в задачу входит также первая вариация вершины  $\delta^{(1)}V \equiv \delta V$ . Полученные в [1] точные выражения для  $\delta V$  и  $\delta^{(2)}V$  имеют вид

$$\begin{aligned} \delta^{(1)}V &= d\Gamma GGV + \Gamma \delta GGV, \quad (3) \\ \delta^{(2)}V &= \Gamma \delta^{(2)}(GG)V + \\ &+ 2d\Gamma \delta GGV + 2d\Gamma GGG\delta^{(1)}V + 2\Gamma \delta GGG\delta^{(1)}V + \\ &+ d^{(2)}\Gamma GGV. \end{aligned}$$

Они содержат уже полную амплитуду частично-дырочного взаимодействия  $\Gamma$ , которая удовлетворяет уравнению [15]

$$\Gamma = F + FGG\Gamma, \quad (4)$$

величину

$$d\Gamma = \delta^{(1)}F + FGGd\Gamma, \quad (5)$$

и мы ввели новую величину

$$d^{(2)}\Gamma = \delta^{(2)}F + FGGd^{(2)}\Gamma. \quad (6)$$

В отличие от нашей первой статьи [28], где использовались только свободные члены уравнений для  $\delta^{(2)}V$  и  $\delta V$ , здесь для этих величин получены точные выражения.

Поскольку в  $\delta^{(2)}V$ , согласно (3) и (2), входит величина  $\delta^{(2)}(GG)$ , легко получить для  $\delta^{(2)}(GG)D$ , как для одного из слагаемых в (2) при варьировании уравнения для вершины (1):

$$\delta^{(2)}(GG)D = 2GgGDgGG + \quad (7)$$

Рис. 1. Выражение (7) в диаграммном представлении.

$$+ GgGDGgG + 2G(g_{11}D)GG,$$

где амплитуда рождения фонона  $g$  удовлетворяет уравнению

$$g = FAg, \quad (8)$$

и  $g_{11}$  — амплитуда рождения двух одинаковых фононов, см. [1]. Соотношение (7) показано на рис. 1. Здесь и в дальнейшем цифра 2 перед слагаемым или графиком означает, что имеется два однотипных слагаемых, которые для краткости не выписываются.

Из (7) и рис. 1 сразу видно, что появляется новое по сравнению с предыдущим более простым подходом [16–19] слагаемое с тэдполом, которое дает новый *динамический* эффект тэдпола. Подчеркнем, что мы остаемся в рамках последовательного подхода стандартной ТКФС, именно, амплитуда  $\Gamma$  удовлетворяет уравнению (4), и амплитуда рождения фонона  $g$  удовлетворяет уравнению (8).

Далее в [1] для вывода уравнения для новой вершины  $\tilde{V}$  используется только поправка (2). Новое уравнение для вершины  $\tilde{V}$  имеет вид

$$\begin{aligned} \tilde{V} = & e_q V^0 + FA\tilde{V} + \quad (9) \\ & + 2FGgDGgGG\tilde{V} + FGgGDGgG\tilde{V} + \\ & + 2FGg_{\bar{1}\bar{1}}DGG\tilde{V} + \\ & + 4FGGgGTGDgGG\tilde{V} + \\ & + 2FGgGGDd\Gamma GG\tilde{V} + 2\delta FDGgGG\tilde{V} + \\ & + 2\delta FDGG\Gamma GgGG\tilde{V} + \\ & + \delta FDGGd\Gamma GG\tilde{V} + \delta^{(2)}FGG\tilde{V}. \end{aligned}$$

Это уравнение содержит 10 интегральных слагаемых вместо 12 в уравнении (23) в [1]. Оно показано в графическом виде на рис. 2.

Как всегда, в его аналитической форме мы пишем цифру 4 в третьей линии уравнения (9) вместо цифр 2 для каждого из двух слагаемых в его графическом представлении. В отличие от уравнения (23), рис. 5 в [1], здесь для краткости не используется выражение для  $d\Gamma = \delta F + GGG\delta F$  [1] через полную амплитуду ( $\delta(1)F \equiv \delta F$ ). Поэтому наше уравнение (9) для  $\tilde{V}$  содержит на два интегральных члена меньше, чем уравнение (23), рис. 5 в [1].

Слагаемые с  $\delta F$ ,  $d\Gamma$ ,  $\delta^{(2)}F$  в четвертой, пятой и шестой строках уравнения (9) и рис. 2 являются совершенно новыми. Они или их аналог не содержатся во всех известных нам подходах. Они содержат амплитуду  $W$  трехквартичного эффективного взаимодействия:  $\delta_s F = WGg_s G$  [8], роль которого, по-видимому, в целом невелика. В дальнейшем мы не выписываем слагаемые с  $\delta F$ ,  $d\Gamma$ ,  $\delta^{(2)}F$ . Если понадобится, их легко дописать.

### 3. ОБОБЩЕНИЕ МОДЕЛИ. ВВЕДЕНИЕ ДВУХФОНОННЫХ КОНФИГУРАЦИЙ

Полученное уравнение (9), рис. 2, содержит полную амплитуду взаимодействия  $\Gamma$ , удовлетворяющую уравнению (4). Это позволяет получить двухфононные конфигурации, если воспользоваться разложением амплитуды по фононам в ТКФС [15]:

$$\Gamma(\omega) = \Gamma^r + \frac{g^s g^{s*}}{\omega - \omega_s}, \quad (10)$$

где  $\Gamma^r$  — регулярная часть амплитуды  $\Gamma$  и не зависит от  $\omega$  (мы опустили индекс  $s$  в  $\Gamma^r$ ).  $\Gamma^r$  удовлетворяет уравнению [15]:

$$\Gamma^r = F + \sum F \frac{dA}{d\omega} g^s g^{s*} + \sum FA_s \Gamma^r \quad (11)$$

(суммирование выполняется по паре одночастичных индексов). Это интегральное уравнение с двумя свободными членами, которое, насколько нам известно, никто не решал. Амплитуда рождения фонона  $g$  удовлетворяет уравнению (8).

Подставляя (10) в уравнение (9), получаем новое уравнение для  $\tilde{V}$ , которое содержит не только сложные  $1p1h \otimes \text{phop}$ - и двухфононные конфигурации, как в [1], но и слагаемые с  $\Gamma^r$  (напомним, что мы не выписываем 5 слагаемых с  $\delta F$ ,  $d\Gamma$  и  $\delta F^{(2)}$  в (9), которых будет 7 с учетом выражения для  $d\Gamma$  через  $\Gamma$ ):

$$\begin{aligned} \tilde{V} = & e_q V^0 + FA\tilde{V} + \quad (12) \\ & + 2FGgDGgGG\tilde{V} + FGgGDGgG\tilde{V} + \\ & + 2FGg_{\bar{1}\bar{1}}DGG\tilde{V} + \\ & + 4FGGgGTGDgGG\tilde{V} + \\ & + 4FGGgGDDGgGG\tilde{V}. \end{aligned}$$

Оно показано на рис. 3.

Как видно из (12), рис. 3, главное отличие нашей обобщенной модели от более простого варианта в [1] состоит в появлении слагаемых с  $\Gamma^r$ . Слагаемые с  $\Gamma$  на линии 3, рис. 3, с учетом (10) можно коротко записать по-другому — в более наглядном и единообразном виде:

$$4F[GG\Gamma^i GG]\tilde{V} = \quad (13)$$

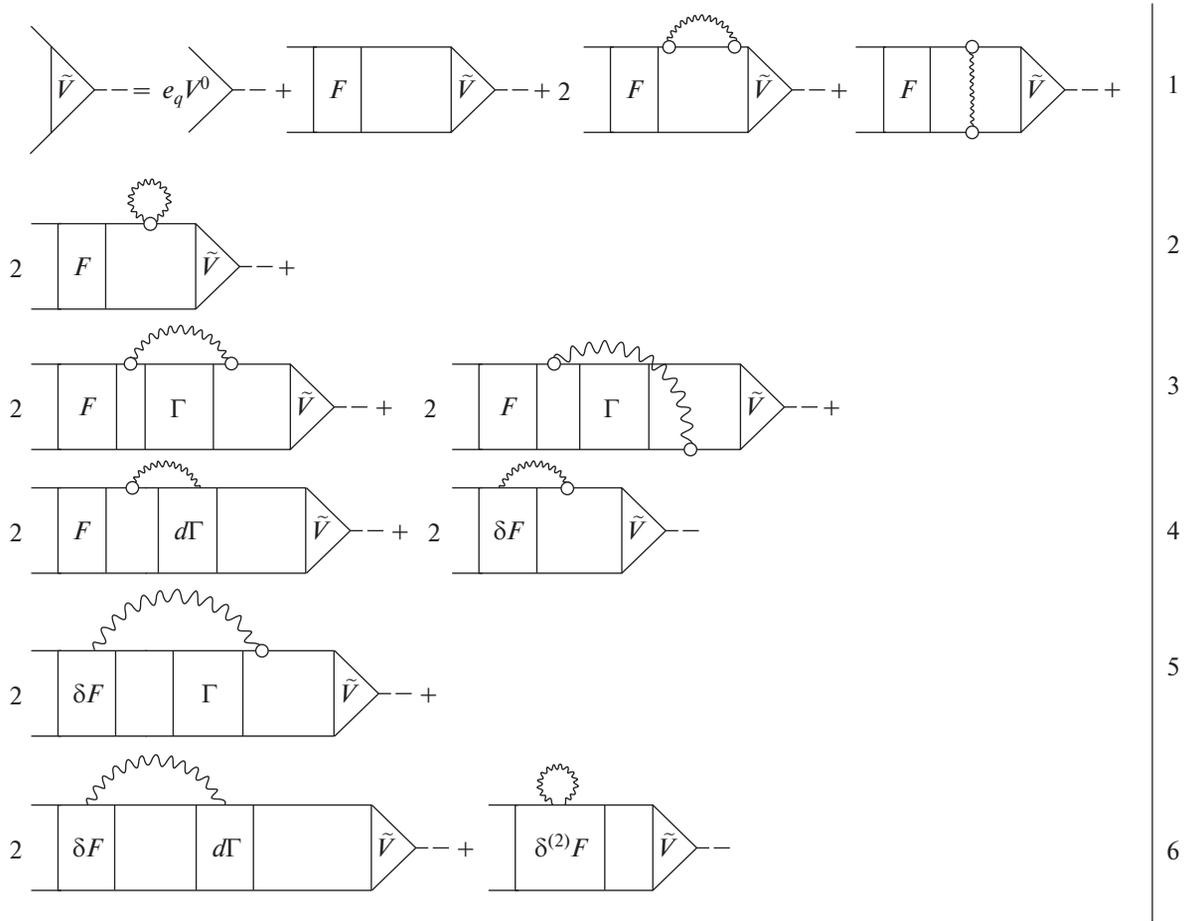


Рис. 2. Уравнение (9) в диаграммном виде.

$$= 4F[GG\Gamma^{ri}GG + GGF_{ind}^{2phon}GG]\tilde{V},$$

где  $\Gamma^i = g\Gamma Dg$  — фонов-обменное взаимодействие, обусловленное обменом фононом в двух  $ph$  и двух ( $pp$  и  $hh$ )-каналах, например, для первого из четырех слагаемых в линии 3 на рис. 2:

$$\begin{aligned} \Gamma_{1234}^i(\omega, \epsilon_1, \epsilon_3) &= (14) \\ &= \sum_{56s} g_{15}g_{63}^*\Gamma_{5264}(\omega)I_{56s}(\omega, \epsilon_1, \epsilon_3) \times \\ &\quad \times \delta(\epsilon_1 - \epsilon_2 + \epsilon_4 - \epsilon_3), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{56s}(\omega, \epsilon_1, \epsilon_3) &= (15) \\ &= \int G_5(\epsilon_1 - \omega_1)G_6(\epsilon_3 - \omega_1)D(\omega_1)d\omega_1 = \\ &= -\frac{n_5n_6}{(\epsilon_1 - \epsilon_{\lambda_5} + \omega_s - \nu\gamma)(\epsilon_3 - \epsilon_{\lambda_6} + \omega_s - \nu\gamma)} - \\ &\quad - \frac{(1 - n_5)(1 - n_6)}{(\epsilon_1 - \epsilon_{\lambda_5} - \omega_s + \nu\gamma)(\epsilon_3 - \epsilon_{\lambda_6} - \omega_s + \nu\gamma)} + \\ &\quad + \frac{(1 - n_5)n_6}{(\epsilon_3 - \epsilon_1 + \epsilon_{56} - \nu\gamma)(\epsilon_1 - \epsilon_{\lambda_5} - \omega_s + \nu\gamma)} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \frac{n_5(1 - n_6)}{(\epsilon_3 - \epsilon_1 + \epsilon_{56} + \nu\gamma)(\epsilon_1 - \epsilon_{\lambda_5} + \omega_s - \nu\gamma)} + \\ &+ \frac{(1 - n_5)n_6}{(\epsilon_1 - \epsilon_3 + \epsilon_{65} + \nu\gamma)(\epsilon_3 - \epsilon_{\lambda_5} + \omega_s - \nu\gamma)} + \\ &+ \frac{n_5(1 - n_6)}{(\epsilon_1 - \epsilon_3 + \epsilon_{65} - \nu\gamma)(\epsilon_3 - \epsilon_{\lambda_5} - \omega_s + \nu\gamma)}, \end{aligned}$$

где  $\epsilon_{65} = \epsilon_{\lambda_6} - \epsilon_{\lambda_5}$ .

Величина  $\Gamma^{ri}$  по своей структуре совпадает с  $\Gamma^i$  (14), в которой вместо  $\Gamma_{5264}$  стоит взаимодействие  $\Gamma^r$ . Величина  $F_{ind}^{2phon}$  получена и обсуждалась в [1].

Как видно из структуры графиков с  $\Gamma^{ri}$  и  $F_{ind}^{2phon}$  на рис. 3 (см. (14), (13)), эти величины играют роль дополнительного по сравнению с  $F$  взаимодействия, обусловленного обменом фононом в двух  $ph$  и двух ( $pp$  и  $hh$ )-каналах или обменом двумя фононами. Такие силы появляются на следующем этапе взаимодействия частично-дырочной пары с ядром после предыдущего частично-дырочного взаимодействия  $F$  и создают дополнительный механизм, связанный с рождением фононов.

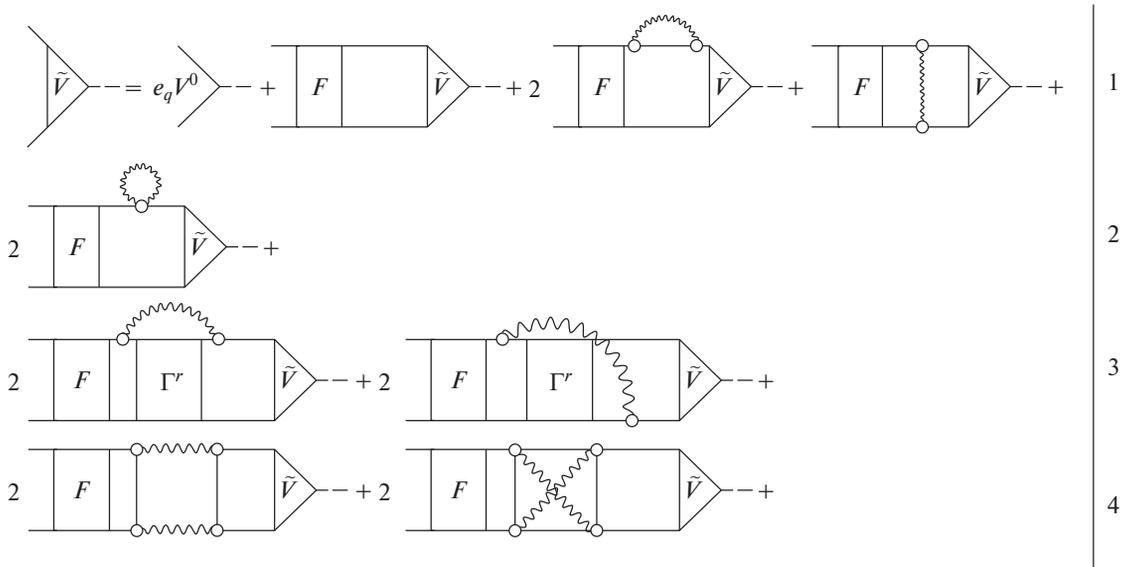


Рис. 3. Уравнение (12) для новой вершины  $\tilde{V}$  в диаграммном виде. См. также подпись к рис. 4.

4. УРАВНЕНИЕ ДЛЯ МАТРИЦЫ ПЛОТНОСТИ. ВЫРАЖЕНИЕ ДЛЯ ПОЛЯРИЗАЦИОННОГО ОПЕРАТОРА. ХАРАКТЕРИСТИКИ ПИГМИ- И ГИГАНТСКИХ РЕЗОНАНСОВ

Используя (13) и, как говорилось, не выписывая слагаемые с  $\delta F$ , уравнение (12) для  $\tilde{V}$  можно кратко записать в виде

$$\tilde{V} = e_q V^0 + F A \tilde{V} + F G G \Gamma^i G G \tilde{V}, \quad (16)$$

или, если ввести обобщенный пропагатор  $\bar{A}$ :

$$\tilde{V} = e_q V^0 + F \bar{A} \tilde{V}, \quad (17)$$

где

$$\bar{A}_{1234} = [A' + A^t + A^i]_{1234}. \quad (18)$$

Здесь  $\bar{A}$  содержит известный пропагатор  $A'$  и три новых пропагатора. Именно,  $A'$  — пропагатор уравнения для  $V'$ , показанного в [1], который состоит из пропагатора  $A$  стандартной ТКФС и двух первых графиков с фононами на рис. 1,  $A^t$  — новый пропагатор в графике с тэдполом, который получен и обсуждался в [28], пропагатор  $A^i = A^{ri} + A^{2\text{phon}}$  имеет вид:

$$\begin{aligned} A_{1234}^i(\omega) &= [A^{ri} + A^{2\text{phon}}]_{1234}(\omega) = \quad (19) \\ &= \int G_1(\epsilon_1) G_2(\epsilon_1 - \omega) [\Gamma^{ri} + F_{\text{ind}}^{2\text{phon}}]_{1234} \times \\ &\quad \times G_3(\epsilon_3) G_4(\epsilon_3 - \omega) d\epsilon_1 d\epsilon_3. \end{aligned}$$

Двухфононное слагаемое  $[F_{\text{ind}}^{2\text{phon}}]_{1234}$  получено и обсуждалось в [1].

Все это позволяет естественно ввести матрицу плотности:

$$\delta\rho_{12} = \bar{A}_{1234} \tilde{V}_{43}. \quad (20)$$

Уравнение для  $\delta\rho_{12}$  можно получить из уравнения (17) для  $\tilde{V}$ :

$$\delta\rho_{12} = \delta\rho_{12}^0 + \bar{A}_{1234} F_{3456} \delta\rho_{56}, \quad (21)$$

где  $\delta\rho_{12}^0 = \bar{A}_{1234} e_q V_{43}^0$ .

Теперь нетрудно получить выражение для поляризационного оператора:

$$\begin{aligned} \langle V^0 \rangle &= \sum V_{21}^0 \delta\rho_{12} = \sum V_{21}^0 \bar{A}_{1234} \tilde{V}_{43} = \quad (22) \\ &= \sum V_{21}^0 [A' + A^t + A^{ri} + A^{2\text{phon}}]_{1234} \tilde{V}_{43}. \end{aligned}$$

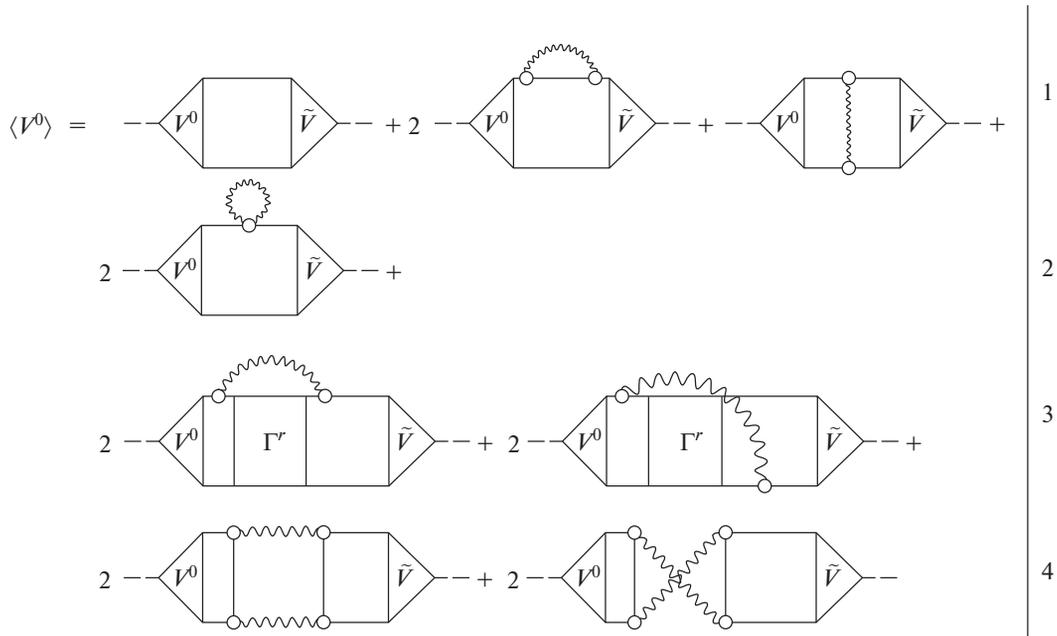
Это выражение показано на рис. 4.

Новая величина  $A^{ri}$  имеет вид, например, для первого из четырех слагаемых с  $\Gamma^{ri}$  на рис. 3:

$$A_{1234}^{ri}(\omega) = \sum_{56s} g_{15}^s g_{63}^{s*} \Gamma_{5264}^{ri} I_{1256s34}(\omega), \quad (23)$$

где

$$\begin{aligned} I_{1256s34}(\omega) &= \int G_1(\epsilon_1) G_2(\epsilon_1 - \omega) \times \quad (24) \\ &\quad \times I_{56s}(\omega, \epsilon_1, \epsilon_3) G_3(\epsilon_3) G_4(\epsilon_3 - \omega) d\epsilon_1 d\epsilon_3. \end{aligned}$$



**Рис. 4.** Поляризационный оператор (22). Слагаемые первой строки соответствуют известным случаям с пропагатором  $A$  в ТКФС и первым двум пропагаторам с фононами на рис. 1. Остальные слагаемые — новые и содержат пропагаторы  $A^t$  (тэдпол, вторая строка),  $A^{ri}$  (третья строка) и двухфононный пропагатор  $A^{2\text{phon}}$  (четвертая строка). Слагаемые с  $\delta F$  и  $\delta^2 F$  опущены.

Этот интеграл берется с использованием (15), результат имеет сложный вид (П.1) и приведен в Приложении в первичном и удобном для дальнейшего анализа виде.

Характеристики ПДР и ГМР рассчитываются с помощью силовой функции

$$S(\omega, \Delta) = \frac{dB(EL)}{d\omega} = -\frac{1}{\pi} \text{Im}\langle V^0 \rangle = \quad (25)$$

$$= -\frac{1}{\pi} \text{Im} \sum_{12} e_q V_{12}^0 \rho_{21}(\omega + i\Delta),$$

где матрица плотности  $\rho = \bar{A}\tilde{V}$ ,  $\bar{A}$  — наш обобщенный пропагатор и  $\Delta$  — параметр усреднения, который симулирует экспериментальное разрешение.

Из формулы (25) можно получить вероятности перехода и энергетически взвешенные правила сумм, просуммированные по любому энергетическому интервалу, см. например, [6]. Что касается важной проблемы тонкой структуры, то характеристики тонкой структуры могут быть получены при малых значениях  $\Delta = 10$  или 1 кэВ. В [21] такие расчеты для ПДР в  $^{208}\text{Pb}$  были выполнены в рамках самосогласованного ПВБ с использованием сил Skyrme, и они показали, что невозможно получить разумное согласие с наблюдаемой тонкой структурой ПДР. Можно надеяться, что расчеты в рамках нашего подхода должны улучшить ситуацию.

### 5. ДВУХФОНОННАЯ МОДЕЛЬ В НАШЕМ ПОДХОДЕ. СРАВНЕНИЕ С ДВУХФОНОННЫМ ВАРИАНТОМ [25]

Поскольку в нашей модели появился и реально обозначился двухфононный канал, имеет смысл применить наш подход к изучению двухфононных низколежащих состояний. Например, хорошо известны и наблюдаются  $1^-$ -уровни, образованные из первых  $2^+$ - и  $3^-$ -уровней. Они изучались как в рамках КФМ [12], так и относительно недавно в рамках ПВБ [25], в обоих случаях с использованием КМХФ-фононов. Заметим, что согласно [15], уравнение (11) для  $\Gamma^r$  получено для одного фонона, что и требуется для выделения конкретных двухфононных уровней из нашего уравнения.

В полученных выше результатах сделаем следующие приближения:

1. В (18) опускаем слагаемые с фононными частями от  $A'$  и пропагатор  $A^t$ .
2. Везде опускаем, конечно, новые слагаемые с  $A^{ri}$ .
3. Рассматриваем только слагаемые с пропагаторами  $A$  ТКФС и в (18)  $A^{2\text{phon}}$ , последний содержит необходимые нам два фиксированных фонона  $s_1$  и  $s_2$ .

Тогда наше уравнение (16) для  $\tilde{V}$  преобразуется в новое уравнение для  $\tilde{V}^1$ :

$$\tilde{V}^1 = V^0 + FGG\tilde{V}^1 + 4FGGF^{2\text{phon}}GG\tilde{V}^1. \quad (26)$$

Умножим это уравнение слева на  $(1 + 4F^{2\text{phon}}GG)$  и введем новую вершину  $\bar{V} = \tilde{V}^1 + F^{2\text{phon}}GG\tilde{V}^1$ , уравнение для которой получается из (26):

$$\bar{V} = V^0 + 4F^{2\text{phon}}GGV^0 + \quad (27)$$

$$+ FGG\bar{V} + 4F^{2\text{phon}}GGFGG\bar{V},$$

которое содержит “затравку”  $(V^0 + 4F^{2\text{phon}}GGV^0)$  и двухфононную часть с двумя фононами  $s_1$  и  $s_2$ . Тогда по физическому смыслу это уравнение похоже на основное уравнение (23) двухфононной модели [25] для функции отклика  $R$ . Именно,

– оба уравнения содержат в качестве “затравки” как “нулевую”, так и двухфононную часть. Хотя в случае с [25] “затравка”  $R^e$  более сложная.

– далее физический процесс развивается одинаково, т.е. через рождение частично-дырочной пары за счет эффективного взаимодействия, обозначенного у нас как  $F$ .

Чтобы найти характеристики двухфононного уровня  $[s_1 \otimes s_2]$  для фиксированных фононов  $s_1$  и  $s_2$ , необходимо решать уравнение для соответствующего вычета и находить вероятность перехода в это конкретное двухфононное состояние. Эта процедура в нашем случае остается весьма сложной при реализации.

При этом следует иметь в виду, что двухфононная часть в [25] была получена с использованием формализма функции отклика из (на нашем языке) слагаемого с  $A'$ , т.е. без  $A^t$ , путем использования процедуры факторизации, которая состояла в замене  $1p1h$ -пары на фонон. В результате этой процедуры в задачу [25] входят только двухфононные конфигурации со знаменателями  $[\omega \pm (\omega_s + \omega_{s'})]^{-1}$ . Аналогичная процедура в нашем подхо-

де не используется. Можно думать, что конфигурации  $1p1h \otimes \text{phонон}$  количественно существенны для больших энергий, чем энергии двухфононных конфигураций.

Как видим, чтобы получить физически похожую на двухфононную модель [25] ситуацию, в нашем случае пришлось сделать много приближений. Необходим, конечно, дальнейший анализ полученных результатов.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе получены формулы для описания характеристик ПДР и ГМР в рамках микроскопической модели учета сложных конфигураций [1]. Найдены уравнение для матрицы плотности и выражение для поляризационного оператора. Это позволяет, используя известное понятие силовой функции [6], рассчитать энергии и вероятности возбуждений в области ПДР и ГМР с любой величиной параметра усреднения, включая значения  $\Delta = 10$  или 1 кэВ, что необходимо для описания уже наблюдаемой тонкой структуры в этой области.

Как указывалось в тексте и в [1], расчеты являются весьма сложными, если не использовать дополнительных приближений типа процедуры факторизации в [25]. Здесь мы надеемся, в частности, на развитие новых математических методов анализа и расчетов функций комплексного переменного и диаграмм, а также на последовательное решение уравнений, таких как уравнения для регулярной части  $\Gamma^r$  и для амплитуды рождения двух фононов. Хотя двухфононный вариант нашей модели выглядит значительным упрощением, ее реализация требует еще больших усилий.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

### ИНТЕГРАЛ — ФОРМУЛА (24)

$$I_{1256s34}(\omega) = 1/(\varepsilon_{34} - \omega) \times \quad (П.1)$$

$$\times \left( \frac{n_1(1-n_2)(1-n_3)(1-n_5)n_6}{(\varepsilon_{12} - \omega)(\varepsilon_{15} - \omega_s)(\varepsilon_{13} - \varepsilon_{56})} + \frac{n_1(1-n_2)(1-n_3)n_5(1-n_6)}{(\varepsilon_{12} - \omega)(\varepsilon_{13} - \varepsilon_{56})(\varepsilon_{63} - \omega_s)} + \right.$$

$$+ \frac{n_1(1-n_2)n_3(1-n_5)(1-n_6)}{(\varepsilon_{12} - \omega)(\varepsilon_{15} - \omega_s)(\varepsilon_{63} + \omega_s)} + \frac{(1-n_1)n_2n_3n_5(1-n_6)}{(\varepsilon_{12} - \omega)(\varepsilon_{15} + \omega_s)(\varepsilon_{13} - \varepsilon_{56})} -$$

$$- \frac{(1-n_1)n_2(1-n_3)(1-n_5)n_6}{(\varepsilon_{12} - \omega)(\varepsilon_{13} - \varepsilon_{56})(\varepsilon_{63} + \omega_s)} + \frac{(1-n_1)n_2(1-n_3)n_5n_6}{(\varepsilon_{12} - \omega)(\varepsilon_{15} + \omega_s)(\varepsilon_{63} - \omega_s)} +$$

$$+ \frac{(1-n_1)n_2(1-n_3)(1-n_5)n_6}{(\varepsilon_{21} + \omega)(\varepsilon_{23} + \omega - \varepsilon_{56})(\varepsilon_{25} + \omega - \omega_s)} + \left. \frac{(1-n_1)n_2(1-n_3)n_5(1-n_6)}{(\varepsilon_{21} + \omega)(\varepsilon_{23} + \omega - \varepsilon_{56})(\varepsilon_{63} - \omega_s)} + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{(1-n_1)n_2n_3(1-n_5)(1-n_6)}{(\varepsilon_{21}+\omega)(\varepsilon_{25}+\omega-\omega_s)(\varepsilon_{63}+\omega_s)} + \frac{n_1(1-n_2)n_3n_5(1-n_6)}{(\varepsilon_{21}+\omega)(\varepsilon_{23}+\omega-\varepsilon_{56})(\varepsilon_{25}+\omega+\omega_s)} + \\
& + \frac{n_1(1-n_2)n_3(1-n_5)n_6}{(\varepsilon_{21}+\omega)(\varepsilon_{23}+\omega-\varepsilon_{56})(\varepsilon_{63}+\omega_s)} + \frac{n_1(1-n_2)(1-n_3)n_5n_6}{(\varepsilon_{21}+\omega)(\varepsilon_{25}+\omega+\omega_s)(\varepsilon_{63}-\omega_s)} + \\
& + \frac{n_1n_2n_3(1-n_5)n_6}{(\varepsilon_{15}-\omega_s)(\varepsilon_{63}+\omega_s)(\varepsilon_{25}+\omega-\omega_s)} + \frac{(1-n_1)(1-n_2)(1-n_3)n_5(1-n_6)}{(\varepsilon_{15}+\omega_s)(\varepsilon_{63}-\omega_s)(\varepsilon_{25}+\omega+\omega_s)} - \\
& - \frac{(1-n_1)(1-n_2)n_3n_5(1-n_6)}{(\varepsilon_{13}-\varepsilon_{56})(\varepsilon_{23}+\omega-\varepsilon_{56})(\varepsilon_{63}+\omega_s)} - \frac{n_1n_2(1-n_3)(1-n_5)n_6}{(\varepsilon_{13}-\varepsilon_{56})(\varepsilon_{23}+\omega-\varepsilon_{56})(\varepsilon_{63}-\omega_s)} - \\
& - \frac{(1-n_1)(1-n_2)(1-n_3)n_5n_6}{(\varepsilon_{15}+\omega_s)(\varepsilon_{25}+\omega+\omega_s)(\varepsilon_{63}-\omega_s)} - \frac{n_1n_2n_3(1-n_5)(1-n_6)}{(\varepsilon_{15}-\omega_s)(\varepsilon_{25}+\omega-\omega_s)(\varepsilon_{63}+\omega_s)} - \\
& - \frac{n_1(1-n_2)(1-n_4)(1-n_5)n_6}{(\varepsilon_{12}-\omega)(\varepsilon_{15}-\omega_s)(\varepsilon_{14}-\omega-\varepsilon_{56})} - \frac{n_1(1-n_2)(1-n_4)n_5(1-n_6)}{(\varepsilon_{12}-\omega)(\varepsilon_{14}-\omega-\varepsilon_{56})(\varepsilon_{64}-\omega-\omega_s)} - \\
& - \frac{n_1(1-n_2)n_4(1-n_5)(1-n_6)}{(\varepsilon_{12}-\omega)(\varepsilon_{15}-\omega_s)(\varepsilon_{64}-\omega+\omega_s)} - \frac{(1-n_1)n_2n_4n_5(1-n_6)}{(\varepsilon_{12}-\omega)(\varepsilon_{15}+\omega_s)(\varepsilon_{14}-\omega-\varepsilon_{56})} + \\
& + \frac{(1-n_1)n_2(1-n_4)(1-n_5)n_6}{(\varepsilon_{12}-\omega)(\varepsilon_{14}-\omega-\varepsilon_{56})(\varepsilon_{64}-\omega+\omega_s)} - \frac{(1-n_1)n_2(1-n_4)n_5n_6}{(\varepsilon_{12}-\omega)(\varepsilon_{15}+\omega_s)(\varepsilon_{64}-\omega-\omega_s)} - \\
& - \frac{(1-n_1)n_2(1-n_4)(1-n_5)n_6}{(\varepsilon_{21}+\omega)(\varepsilon_{24}-\varepsilon_{56})(\varepsilon_{25}+\omega-\omega_s)} - \frac{(1-n_1)n_2(1-n_4)n_5(1-n_6)}{(\varepsilon_{21}+\omega)(\varepsilon_{24}-\varepsilon_{56})(\varepsilon_{64}-\omega-\omega_s)} - \\
& - \frac{(1-n_1)n_2n_4(1-n_5)(1-n_6)}{(\varepsilon_{21}+\omega)(\varepsilon_{25}+\omega-\omega_s)(\varepsilon_{64}-\omega+\omega_s)} - \frac{n_1(1-n_2)(1-n_4)n_5n_6}{(\varepsilon_{21}+\omega)(\varepsilon_{24}-\varepsilon_{56})(\varepsilon_{25}+\omega+\omega_s)} - \\
& - \frac{n_1n_2n_4(1-n_5)n_6}{(\varepsilon_{21}+\omega)(\varepsilon_{24}-\varepsilon_{56})(\varepsilon_{64}-\omega+\omega_s)} - \frac{(1-n_1)(1-n_2)(1-n_4)n_5(1-n_6)}{(\varepsilon_{21}+\omega)(\varepsilon_{25}+\omega+\omega_s)(\varepsilon_{64}-\omega-\omega_s)} + \\
& - \frac{(1-n_1)(1-n_2)n_4n_5(1-n_6)}{(\varepsilon_{15}-\omega_s)(\varepsilon_{64}-\omega+\omega_s)(\varepsilon_{25}+\omega-\omega_s)} - \frac{n_1n_2(1-n_4)(1-n_5)n_6}{(\varepsilon_{15}+\omega_s)(\varepsilon_{64}-\omega-\omega_s)(\varepsilon_{25}+\omega+\omega_s)} + \\
& + \frac{(1-n_1)(1-n_2)n_4n_5(1-n_6)}{(\varepsilon_{14}-\omega-\varepsilon_{56})(\varepsilon_{24}-\varepsilon_{56})(\varepsilon_{64}-\omega+\omega_s)} + \frac{n_1n_2(1-n_4)(1-n_5)n_6}{(\varepsilon_{14}-\omega-\varepsilon_{56})(\varepsilon_{24}-\varepsilon_{56})(\varepsilon_{64}-\omega-\omega_s)} + \\
& + \frac{(1-n_1)(1-n_2)(1-n_4)n_5n_6}{(\varepsilon_{15}+\omega_s)(\varepsilon_{25}+\omega+\omega_s)(\varepsilon_{64}-\omega-\omega_s)} + \frac{n_1n_2n_4(1-n_5)(1-n_6)}{(\varepsilon_{15}-\omega_s)(\varepsilon_{25}+\omega-\omega_s)(\varepsilon_{64}-\omega+\omega_s)} \Big)
\end{aligned}$$

Работа поддержана внутренним грантом Национального исследовательского центра “Курчатовский институт” (приказ № 2767 от 28.10.21).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. С. П. Камерджиев, М. И. Шитов, ЯФ **84**, 410 (2021) [S. P. Kamerdzhiev and M. I. Shitov, Phys. At. Nucl. **84**, 649 (2021)].
2. D. Savran, T. Aumann, and A. Zilges, Prog. Part. Nucl. Phys. **70**, 210 (2013).
3. N. Paar, D. Vretenar, E. Khan, and G. Colo, Rep. Prog. Phys. **70**, 691 (2007).
4. A. Bracco, E. G. Lanza, and A. Tamii, Prog. Part. Nucl. Phys. **106**, 360 (2019).
5. С. П. Камерджиев, О. И. Ачаковский, С. В. Толконников, М. И. Шитов, ЯФ **82**, 320 (2019) [S. P. Kamerdzhiev, O. I. Achakovskiy, S. V. Tolokonnikov, and M. I. Shitov, Phys. At. Nucl. **82**, 366 (2019)].
6. S. Kamerdzhiev, J. Speth, and G. Tertychny, Phys. Rep. **393**, 1 (2004).
7. *Giant-, pygmy-pairing resonances and related topics*, Eds. N. Alamanos, R. A. Broglia, and E. Vigezzi, Eur. Phys. J. A **55** (2019).
8. V. A. Khodel and E. E. Saperstein, Phys. Rep. **92**, 183 (1982).
9. V. G. Soloviev, *Theory of Atomic Nuclei: Quasi-Particles and Phonons* (Institute of Physics, Bristol and Philadelphia, USA, 1992).
10. E. Litvinova and P. Schuck, Phys. Rev. C **100**, 064320 (2019).
11. N. Ryezayeva, T. Hartmann, Y. Kalmykov, H. Lenske, P. von Neumann-Cosel, V. Yu. Ponomarev, A. Richter, A. Shevchenko, S. Volz, and J. Wambach, Phys. Rev. Lett. **89**, 272502 (2002).
12. J. Bryssinck, L. Govor, D. Belic, F. Bauwens, O. Beck, P. von Brentano, D. De Frenne, T. Eckert, C. Fransen, K. Govaert, R.-D. Herzberg, E. Jacobs,

- U. Kneissl, H. Maser, A. Nord, N. Pietralla, *et al.*, Phys. Rev. C **59**, 1930 (1999).
13. N. N. Arsenyev, A. P. Severyukhin, V. V. Voronov, and N. Van Giai, Phys. Rev. C **95**, 054312 (2017).
  14. E. Litvinova, P. Ring, and V. Tselyaev, Phys. Rev. C **78**, 014312 (2008).
  15. А. Б. Мигдал, *Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер* (Наука, Москва, 1965; Intersci., New York, 1967).
  16. С. П. Камерджиев, ЯФ **38**, 316 (1983) [S. P. Kamerdzhiev, Sov. J. Nucl. Phys. **38**, 188 (1983)].
  17. S. P. Kamerdzhiev and V. N. Tkachev, Z. Phys. A **334**, 19 (1989).
  18. S. P. Kamerdzhiev and V. N. Tkachev, Phys. Lett. B **142**, 225 (1984).
  19. В. И. Целяев, ЯФ **50**, 1252 (1989) [V. I. Tselyaev, Sov. J. Nucl. Phys. **50**, 780 (1989)].
  20. S. P. Kamerdzhiev, G. Y. Tertychny, and V. I. Tselyaev, Phys. Part. Nucl. **28**, 134 (1997).
  21. Н. А. Люторович, В. И. Целяев, О. И. Ачаковский, С. П. Камерджиев, Письма в ЖЭТФ **107**, 699 (2018) [N. A. Lyutorovich, V. I. Tselyaev, O. I. Achakovskiy, and S. P. Kamerdzhiev, JETP Lett. **107**, 659 (2018)].
  22. V. Tselyaev, N. Lyutorovich, J. Speth, and P.-G. Reinhard, Phys. Rev. C **102**, 064319 (2020).
  23. V. Tselyaev, Phys. Rev. C **75**, 024306 (2007).
  24. E. Litvinova, P. Ring, and V. Tselyaev, Phys. Rev. Lett. **105**, 022502 (2010).
  25. E. Litvinova, P. Ring, and V. Tselyaev, Phys. Rev. C **88**, 044320 (2013).
  26. В. А. Ходель, ЯФ **24**, 704 (1976) [V. A. Khodel, Sov. J. Nucl. Phys. **24**, 367 (1976)].
  27. Э. Е. Саперштейн, С. В. Толоконников, ЯФ **79**, 703 (2016) [E. E. Saperstein and S. V. Tolokonnikov, Phys. At. Nucl. **79**, 1030 (2016)].
  28. S. P. Kamerdzhiev and M. I. Shitov, Eur. Phys. J. A **56**, 265 (2020).

## CHARACTERISTICS OF PYGMY AND GIANT RESONANCES IN A MICROSCOPIC MODEL OF ACCOUNTING FOR COMPLEX CONFIGURATIONS: FORMALISM

S. Kamerdzhiev<sup>1)</sup>, M. Shitov<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>*National Research Center “Kurchatov Institute”, Moscow, Russia*

Formulas for describing the characteristics of pygmy and giant multipole resonances (GDR and GMR) are obtained within the framework of the developed microscopic model for taking into account complex configurations [1]. An equation for the density matrix is formulated and an expression for the polarization operator is obtained. The results obtained make it possible to calculate the energies and probabilities of excitations of the PDR and GMR levels, including their fine structure. A comparison of our approach with the well-known two-phonon model based on the replacement of a particle–hole pair by a phonon showed a noticeable difference between these two approaches.