

ЭФФЕКТЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ РАДИАЦИОННЫХ ПОПРАВОК В ПРОЦЕССЕ РОЖДЕНИЯ ЛЕПТОННЫХ ПАР ПРИ ФОТОН-ФОТОННОМ СЛИЯНИИ НА LHC

© 2022 г. В. А. Зыкунов^{1), 2), 3)}*

Поступила в редакцию 04.03.2022 г.; после доработки 29.03.2022 г.; принята к публикации 31.03.2022 г.

Изучены однопетлевые электромагнитные радиационные поправки для процесса рождения дилептонов в адронных столкновениях в канале фотон-фотонного слияния, особое внимание уделено жесткому тормозному излучению. Рассматриваемая реакция сопровождает процесс Дрелла–Яна, изучение которого представляет актуальную задачу в экспериментальной программе Большого адронного коллайдера (Large Hadron Collider, LHC). Прделан подробный численный анализ эффектов электромагнитных радиационных поправок к наблюдаемым дифференциальным сечениям в широкой кинематической области, в том числе для эксперимента CMS LHC в режиме Run3/HL, который соответствует сверхвысоким энергиям и инвариантным массам лептонной пары.

DOI: 10.31857/S0044002722050129

1. ВВЕДЕНИЕ

Процесс рождения лептонной пары в адронных столкновениях, который впервые теоретически был описан в работах [1, 2] (С. Дрелл, Д. Ян) и [3] (В. Матвеев, Р. Мурадян, А. Тавхелидзе), а экспериментально исследован в BNL [4], послужил становлению квантовой хромодинамики (КХД) как теории, адекватно описывающей сильные взаимодействия. Кварк-партоновая модель (КПМ), соответственно, стала рабочим инструментом для расчетов в этой области физики высоких энергий. В современной литературе принято различать процесс Дрелла–Яна (рождение дилептона в адронных столкновениях посредством аннигиляции кварк-антикварковой пары через виртуальный фотон или Z -бозон, в работе будем его обозначать “DY”) и другие подобные процессы рождения дилептона, где также имеются в виду столкновения адронов, но дилептон рождается посредством другой реакции.

Одной из таких возможностей является двухфотонный механизм (two-photon exchange mechanism) образования дилептона, другие его названия: дилептонное рождение, индуцированное фотонами (photon induced [initiated] dilepton production),

рождение дилептона при фотон-фотонном слиянии (dilepton production via $\gamma\gamma$ -fusion). В настоящей работе этот механизм (процесс) будем обозначать как “ $\gamma\gamma$ ”, одной из целей работы является сравнение экспериментально наблюдаемых величин, описанных посредством DY- и $\gamma\gamma$ -механизмов. Хотя обсуждаемые процессы экспериментально неразличимы и, вообще говоря, равноправны, часто говорят, что сечение $\gamma\gamma$ -процесса “добавляется” к сечению процесса Дрелла–Яна, так как “открывается новый канал реакции”. В какой-то мере такой подход к описанию наблюдаемых сечений оправдан, поскольку величина сечения $\gamma\gamma$ -процесса ожидается значительно меньшей, чем сечения процесса Дрелла–Яна из-за разного масштаба соответствующих партонных распределений (вероятность нахождения фотона в протоне гораздо ниже, чем кварка в протоне). Заметим, что существуют и другие подходы для расчета сечения процесса рождения дилептона, индуцированного $\gamma\gamma$ -механизмом, например, в работе [5] для построения сечения был использован формализм адронного тензора.

Потенциал новых открытий при изучении процесса рождения дилептона в столкновениях адронов крайне велик. В свое время обсуждаемая постановка эксперимента на протонном коллайдере позволила коллаборациям UA1 и UA2 в CERN обнаружить переносчики слабого взаимодействия: W -бозоны [6] и Z -бозоны [7]. Теперь же в идущих полным ходом экспериментах на адронном коллайдере LHC осуществляется тестирование энергетического масштаба выше ТэВ и поиск на нем от-

¹⁾Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия.

²⁾Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель, Беларусь.

³⁾Белорусский торгово-экономический университет потребительской кооперации, Гомель, Беларусь.

*E-mail: zykunov@cern.ch

клонений от Стандартной модели (СМ) — явлений Новой физики (НФ):

- суперсимметричных партнеров известных частиц [8],
- проявлений (супер)струнной теории и симбиоза теории струн и суперсимметрии — M -теории (теории миров на бранах) [9],
- частиц-кандидатов на Темную материю (dark matter) [10],
- аксионов (частиц, введение которых в теорию объясняет экспериментально подтвержденное отсутствие нарушения CP -симметрии в КХД) [11],
- ультраслабо взаимодействующих частиц (feebly interacting particles) [12]

и других. Обнаружение следов НФ является одной из главных перспектив развития современной физики. Есть надежда, что поиск явлений НФ увенчается успехом после тщательного исследования наблюдаемых величин процесса Дрелла–Яна при больших инвариантных массах лептонной пары (дилептона) l^-l^+ .

В 2022–2024 гг. на ЛНС будет проходить этап Run3, в котором будет реализована максимальная запланированная энергия протонов $\sqrt{S} = 14$ ТэВ (в системе их центра масс), собрана статистика до 300 фбн^{-1} и промерена область по инвариантной массе пары M примерно от 4.6 до 5.2 ТэВ. Следующий этап работы ЛНС 2027–2038 гг., на котором планируется собрать статистику в 3000 фбн^{-1} , будет называться High-Luminosity (HL) ЛНС, на нем планируется достичь области M до 6.2 ТэВ.

Если энергии, которые будут достигнуты на Run3/HL ЛНС, соответствуют пределам применимости СМ, то, по всей видимости, НФ проявится в экспериментах на ЛНС не через прямое обнаружение новых частиц и/или новых явлений, а по довольно небольшим отклонениям от предсказаний СМ. Обнаружение новых физических явлений по такому сценарию возможно только в ходе крайне точного (прецизионного) сравнения полученных экспериментальных данных с предсказаниями теории.

Все вышесказанное требует соответствующего улучшения точности теоретического описания исследуемых процессов, протекающих в микромире, и обеспечения экспериментов на Run3/HL ЛНС надежными и прецизионными программами учета не только лидирующего порядка теории возмущений, но и более высоких ее порядков. Традиционно они называются радиационными эффектами

или эффектами радиационных поправок (radiative corrections, RC). К настоящему моменту имеется большое количество разнообразных, взаимодополняющих друг друга программ и компьютерных кодов, посвященных этой проблеме, их обзор сделан, например, в работе [13]. В ней также приведено физическое содержание одной из таких программ — READY (Radiative corrections to Large invariant mass Drell–Yan process), разработанной автором для оценки электрослабых и КХД-поправок для процесса Дрелла–Яна.

В настоящей работе будет описана процедура учета однопетлевых электромагнитных радиационных поправок для процесса рождения дилептонов в адронных столкновениях посредством механизма $\gamma\gamma$ -слияния. Проведен численный анализ эффектов электромагнитных радиационных поправок к наблюдаемым дифференциальным сечениям во всей кинематической области (с акцентом на условия эксперимента CMS в режиме Run3/HL ЛНС), для чего были расширены возможности программы READY.

2. ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА

Рождение лептонной пары в столкновении адронов h_A и h_B описывается формулой

$$h_A + h_B \rightarrow l^- + l^+ + X, \quad (1)$$

где начальные адроны имеют 4-импульсы P_A (первый) и P_B (второй); они имеют равные массы m_N . Будем использовать адронный инвариант $S = (P_A + P_B)^2$, в системе центра масс адронов (с.ц.м.а.) полная энергия реакции равна, соответственно, $E_A + E_B = \sqrt{S}$. Механизмы процесса (1) изображены на рис. 1: a — процесс Дрелла–Яна, b — рождение дилептона путем фотон-фотонного слияния. Далее опишем второй процесс (рис. 1б) в духе работы [13], где подробно изложена методика расчета электрослабых и КХД-поправок для процесса Дрелла–Яна (рис. 1а).

Безрадиационный партонный процесс имеет вид

$$\gamma(p_1) + \gamma(p_2) \rightarrow l^-(p_3) + l^+(p_4), \quad (2)$$

где в скобках указаны обозначения 4-импульсов частиц. Фейнмановские диаграммы, соответствующие процессу (2) в борновском приближении, приведены на рис. 2. Обозначения на диаграмме рис. 2а следующие: p_1 (p_2) — 4-импульс первого (второго) фотона; p_3 (p_4) — 4-импульс конечного лептона l^- (l^+) с массой m . Согласно кварк-партонной модели 4-импульсы адрона и партона пропорциональны:

$$p_1 = x_1 P_A, \quad p_2 = x_2 P_B. \quad (3)$$

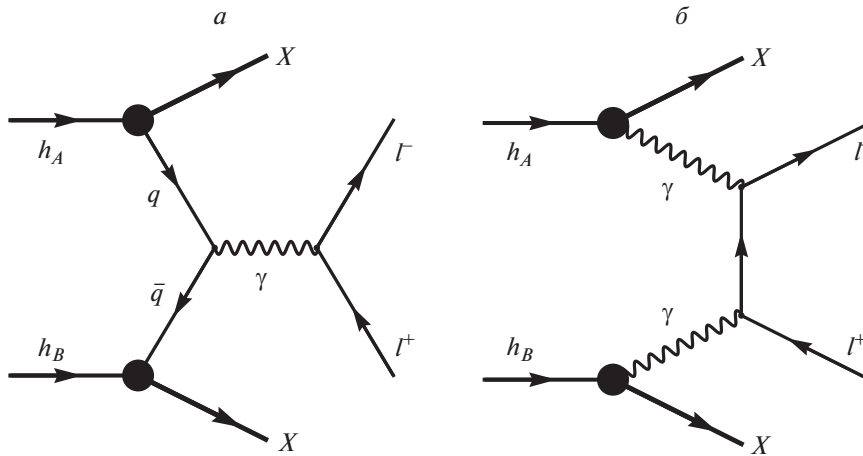


Рис. 1. Процесс рождения дилептона в адронных столкновениях: а — процесс Дрелла–Яна с виртуальным фотоном, б — механизм фотонного слияния. На линиях указаны названия частиц.

Коэффициенты пропорциональности — это так называемые доли импульса, которые забирают партоны (в данном случае — фотоны) от своего (родительского) адрона.

3. КОНВОЛЮЦИЯ

Чтобы получить в рамках КПМ сечение процесса (1), нужно просуммировать все возможности образования дилептона из адронов, т.е. учесть все возможные подпроцессы (допустимые законами сохранения заряда, момента и т.д.) и отобрать те конфигурации, которые возможны кинематически. В результате имеем так называемую конволюционную формулу (или просто конволюцию), которая строится на принципах гипотезы факторизации [14] и теоремы о полной вероятности:

$$d\sigma_C^h = f_\gamma^A(x_1)dx_1 f_\gamma^B(x_2)dx_2 d\hat{\sigma}_C^{\gamma\gamma} \Theta, \quad (4)$$

где $d\sigma_C^h$ — сечение процесса (1), $d\sigma_C^{\gamma\gamma}$ — сечение процесса (2).

Чтобы из (4) получить наблюдаемое сечение, нужно выделить в фазовом пространстве зависимость от необходимых переменных и проинтегрировать по остальным с учетом фактора Θ , который отвечает за определение области фазового объема, допустимой кинематикой реакции. Математически он представляет собой произведение θ -функций, каждая из которых будет подробно обсуждаться ниже. Символ “ $\hat{\sigma}$ ” (шляпка) означает применение к партонному сечению кинематики КПМ (3). Индексом C обозначаются вклады (contributions), соответствующие безрадиационной кинематике: борновский ($C = 0$), виртуальные однопетлевые (virtual, $C = V$) и вклад от мягких тормозных фотонов ($C = \text{soft}$).

Символом $f_\gamma^h(x)$ обозначаются функции партонных распределений (parton distribution function, PDF), которые имеют следующий (вероятностный) смысл: $f_\gamma^h(x)dx$ — это вероятность нахождения в адроне h фотона с долей импульса от x до $x + dx$. Следует заметить, что в функциях партонных распределений имеется также явная зависимость от Q^2 — энергетического масштаба (resolution scale) реакции. Для краткости записи его часто опускают, так что можно эквивалентно записать $f_\gamma^h(x) \equiv f_\gamma^h(x, Q^2)$.

4. КИНЕМАТИКА

Определим набор переменных Мандельштама для партонного subprocessа (партонные лоренц-инварианты). Для последующего корректного перехода к адронному сечению следует различать все шесть инвариантов, приведем их. Для описания безрадиационного процесса достаточно трех инвариантов:

$$s = (p_1 + p_2)^2, \quad (5)$$

$$t = (p_1 - p_3)^2, \quad u = (p_2 - p_3)^2.$$

Другие три инварианта

$$s_1 = (p_3 + p_4)^2 = M^2, \quad (6)$$

$$t_1 = (p_2 - p_4)^2, \quad u_1 = (p_1 - p_4)^2$$

нужны для описания радиационной кинематики, понятно, что для безрадиационного процесса выполняются соотношения: $s \equiv s_1, t \equiv t_1, u \equiv u_1$. Первой формулой выражения (6) дается определение инвариантной массы дилептона

$$M = \sqrt{(p_3 + p_4)^2}. \quad (7)$$

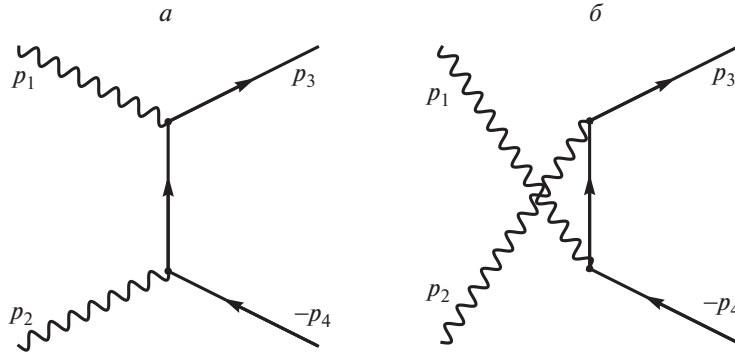


Рис. 2. Фейнмановские диаграммы процесса $\gamma\gamma \rightarrow l^-l^+$.

Адронные инварианты вводятся аналогично:

$$\begin{aligned} \hat{s} &= (P_A + P_B)^2, & \hat{t} &= (P_A - p_3)^2, \\ \hat{u} &= (P_B - p_3)^2, & \hat{t}_1 &= (P_B - p_4)^2, \\ & & \hat{u}_1 &= (P_A - p_4)^2. \end{aligned}$$

Заметим, что $\hat{s} \equiv S$, а вводить \hat{s}_1 не требуется, так как $\hat{s}_1 \equiv s_1$.

Во всей работе последовательно используется ультрарелятивистское приближение (УРП), которое, в общем случае, можно описать так: лоренц-инварианты много больше (по абсолютной величине) фермионных масс в квадрате. Массу лептона безусловно следует удерживать в аргументах коллинеарных логарифмов (см. ниже), где она является параметром, регуляризирующим коллинеарную сингулярность, и в кинематических соотношениях разд. 6, которые приводят к этой сингулярности.

Согласно КПМ (3) партонные и адронные инварианты в УРП связаны простыми соотношениями:

$$\begin{aligned} \hat{s} &= \frac{s}{x_1 x_2}, & \hat{t} &= \frac{t}{x_1}, & \hat{u} &= \frac{u}{x_2}, \\ \hat{t}_1 &= \frac{t_1}{x_2}, & \hat{u}_1 &= \frac{u_1}{x_1}. \end{aligned} \quad (8)$$

Найдем все нужные величины (энергии, углы и т.п.) в с.ц.м.а. с применением УРП. Поступаем так: сначала вычисляем нужную комбинацию инвариантов в системе центра масс партонов (фотонов) (обозначаем ее как “с.ц.м.п.”), затем делаем переход в с.ц.м.а. с помощью соотношений (3), это делается простой заменой партонных инвариантов на адронные. Итак, в с.ц.м.п.:

$$\begin{aligned} t + u &= -2(p_1 + p_2)p_3 = \\ &= -4p_{10}p_{30} = -2\sqrt{s} \cdot p_{30}, \\ t_1 + u_1 &= -2(p_1 + p_2)p_4 = \\ &= -4p_{10}p_{40} = -2\sqrt{s} \cdot p_{40}. \end{aligned} \quad (9)$$

Тогда энергии конечных частиц такие:

$$p_{30} = -\frac{t + u}{2\sqrt{s}}, \quad (10)$$

$$\begin{aligned} p_{40} &= -\frac{t_1 + u_1}{2\sqrt{s}} \quad (\text{в с.ц.м.п.}), \\ p_{30} &= -\frac{\hat{t} + \hat{u}}{2\sqrt{\hat{s}}}, \\ p_{40} &= -\frac{\hat{t}_1 + \hat{u}_1}{2\sqrt{\hat{s}}} \quad (\text{в с.ц.м.а.}). \end{aligned} \quad (11)$$

Теперь вычислим нужные углы (обозначения приведены на рис. 3): θ — угол вылета лептона, а α — антилептона, ось OZ направлена по движению адрона A . В с.ц.м.п. имеют место соотношения:

$$\begin{aligned} t &= -2p_1 p_3 = -2p_{10} p_{30} (1 - \cos \theta) = \\ &= (t + u)(1 - \cos \theta)/2, \\ u_1 &= -2p_1 p_4 = -2p_{10} p_{40} (1 - \cos \alpha) = \\ &= (t_1 + u_1)(1 - \cos \alpha)/2, \end{aligned}$$

из которых получим углы:

$$\cos \theta = \frac{u - t}{u + t}, \quad (12)$$

$$\cos \alpha = \frac{t_1 - u_1}{t_1 + u_1} \quad (\text{в с.ц.м.п.}),$$

$$\cos \theta = \frac{\hat{u} - \hat{t}}{\hat{u} + \hat{t}}, \quad (13)$$

$$\cos \alpha = \frac{\hat{t}_1 - \hat{u}_1}{\hat{t}_1 + \hat{u}_1} \quad (\text{в с.ц.м.а.}).$$

Теперь нетрудно получить поперечные и продольные компоненты 3-импульсов в с.ц.м.а.:

$$p_{3T} = p_{30} \sin \theta = \sqrt{\hat{t}\hat{u}/\hat{s}}, \quad (14)$$

$$p_{4T} = p_{40} \sin \alpha = \sqrt{\hat{t}_1\hat{u}_1/\hat{s}},$$

$$p_{3z} = p_{30} \cos \theta = \frac{\hat{t} - \hat{u}}{2\sqrt{\hat{s}}}, \quad (15)$$

$$p_{4z} = p_{40} \cos \alpha = \frac{\hat{u}_1 - \hat{t}_1}{2\sqrt{\hat{s}}}.$$

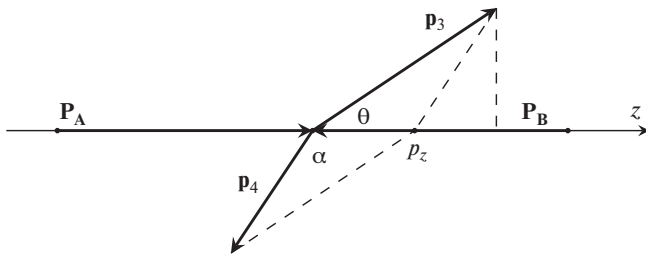


Рис. 3. Конфигурация 3-импульсов дилептонной пары в с.ц.м.а. в условиях безрадиационной кинематики.

существенно упрощается:

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{x_1(t_1 + u)}{x_2(t + u_1)} = \frac{1}{2} \ln \frac{x_1}{x_2}. \quad (18)$$

Зная p_z , нетрудно найти p_T — поперечную составляющую 3-импульса пары (в безрадиационном случае она равна нулю, это хорошо видно на рис. 3):

$$\begin{aligned} p_T^2 &= |\mathbf{p}_3 + \mathbf{p}_4|^2 - p_z^2 = \\ &= (p_{z0} + p_{z4})^2 - M^2 - p_z^2 = \\ &= \frac{(\hat{t} + \hat{u}_1)(\hat{t}_1 + \hat{u})}{\hat{s}} - M^2. \end{aligned} \quad (19)$$

5. СЕЧЕНИЕ ПРОЦЕССА С БЕЗРАДИАЦИОННОЙ КИНЕМАТИКОЙ

Для расчета $d\sigma_0^{\gamma\gamma}$ — сечения процесса (2), изображенного на диаграммах рис. 2 — применяется стандартная техника: записываем амплитуды по правилам Фейнмана из [15], затем квадратуем их и суммируем (усредняем) по поляризациям конечных (начальных) частиц. Используя фазовый объем двухчастичного конечного состояния, выраженный через инвариант t , представим результат в форме, принятой в работе [13]:

$$d\sigma_0^{\gamma\gamma} = \frac{2\pi\alpha^2}{s^2} [f_0(t, u) + f_0(u, t)] dt, \quad (20)$$

где α — постоянная тонкой структуры (ее значение берем из [16]), а

$$\begin{aligned} f_0(t, u) &= \frac{1}{t^2} (tu - m^2(3t + u) - m^4) - \\ &- \frac{m^2}{tu} (t + u + 2m^2). \end{aligned}$$

В УРП, полагая $\frac{m^2}{t} \rightarrow 0$ и $\frac{m^2}{u} \rightarrow 0$, получим формулу $f_0(t, u) = t/u$, простота этого выражения обусловлена, в частности, тем, что интерференционные вклады пропорциональны m^2 .

Применяя конволюционную формулу, перейдем к адронному сечению. Используем общий вид — трижды дифференциальное сечение (fully differential cross section), для этого осуществим замену переменных $(x_1, x_2, t) \rightarrow (M, y, \mathcal{C})$, где $\mathcal{C} = \cos \theta$ (одновременно запишем новые переменные в с.ц.м.а.). Введем соответствующий якобиан перехода J_N :

$$dx_1 dx_2 dt = |J_N| \cdot dM dy d\mathcal{C}. \quad (21)$$

Используем уравнения $x_1 x_2 = s/S$ и $x_1/x_2 = \exp(2y)$ [первое взято из (8), второе — из (18)]. Решая их в системе, получим известные соотношения, соответствующие безрадиационной

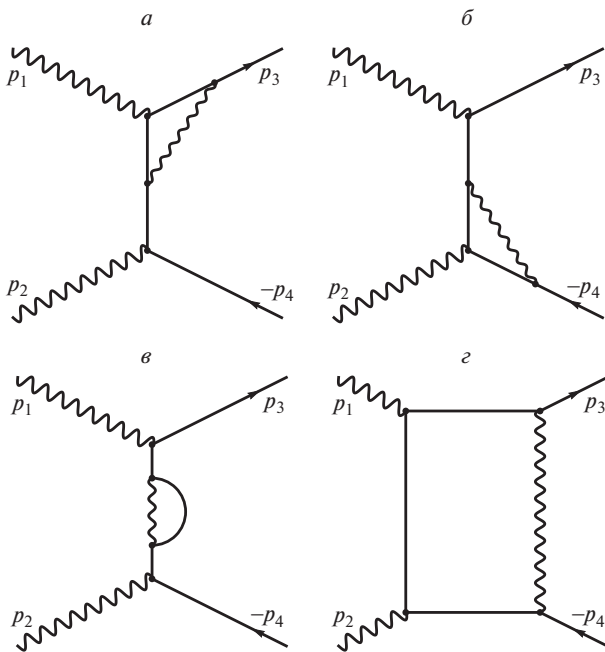


Рис. 4. Половина набора фейнмановских диаграмм процесса $\gamma\gamma \rightarrow l^- l^+$ с дополнительным виртуальным фотоном: а, б — вершинный вклад, в — вклад собственной энергии лептона, з — вклад бокса. Оставшиеся диаграммы могут быть получены заменой $p_1 \leftrightarrow p_2$.

Для вычисления быстроты пары (pair rapidity) в с.ц.м.а. нужны выражения для суммарной энергии $E = p_{z0} + p_{z4}$ и продольной компоненты 3-импульса пары (см. рис. 3):

$$\begin{aligned} p_z &= p_{z0} \cos \theta + p_{z4} \cos \alpha = \\ &= \frac{1}{2\sqrt{\hat{s}}} (\hat{t} - \hat{u} - \hat{t}_1 + \hat{u}_1). \end{aligned} \quad (16)$$

С учетом вычисленных выше выражений получим для быстроты пары

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_z}{E - p_z} = \frac{1}{2} \ln \frac{\hat{t}_1 + \hat{u}}{\hat{t} + \hat{u}_1}. \quad (17)$$

В случае безрадиационного процесса имеем: $t = t_1$, $u = u_1$, так что выражение для быстроты пары

кинематике (напомним, что в этом случае $s = s_1 = M^2$):

$$\begin{aligned} x_1 &= x_0 e^{+y}, & x_2 &= x_0 e^{-y}, \\ x_0 &= \frac{M}{\sqrt{S}}. \end{aligned} \quad (22)$$

Партонные инварианты в с.ц.м.а. выражаются из вышеприведенных уравнений так:

$$\begin{aligned} t &= -\frac{M^2(1-C)e^y}{(1-C)e^y + (1+C)e^{-y}}, \\ u &= -\frac{M^2(1+C)e^{-y}}{(1-C)e^y + (1+C)e^{-y}}. \end{aligned} \quad (23)$$

Вычисляя частные производные и затем определитель, получим якобиан, соответствующий безрадиационной кинематике, в виде

$$\begin{aligned} J_N &= \begin{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial M} & \frac{\partial x_1}{\partial y} & \frac{\partial x_1}{\partial C} \\ \frac{\partial x_2}{\partial M} & \frac{\partial x_2}{\partial y} & \frac{\partial x_2}{\partial C} \\ \frac{\partial t}{\partial M} & \frac{\partial t}{\partial y} & \frac{\partial t}{\partial C} \end{vmatrix} = \\ &= -\frac{4M^3}{S[(1-C)e^y + (1+C)e^{-y}]^2}. \end{aligned} \quad (24)$$

В результате трижды дифференциальное борновское сечение приобретает вид

$$\begin{aligned} \frac{d^3\sigma_0^h}{dM dy dC} &= \\ &= 8\pi\alpha^2 f_\gamma^A(x_1) f_\gamma^B(x_2) \frac{t^2 + u^2}{SM^5(1-C^2)} \Theta, \end{aligned} \quad (25)$$

где t, u определяются выражениями (23). В центральной (по быстрой) области ($y = 0$) сечение выглядит так:

$$\begin{aligned} \left. \frac{d^3\sigma_0^h}{dM dy dC} \right|_{y=0} &= \\ &= 4\pi\alpha^2 f_\gamma^A(x_0) f_\gamma^B(x_0) \frac{1}{SM} \frac{1+C^2}{1-C^2} \Theta. \end{aligned} \quad (26)$$

Вклад от диаграмм с дополнительным виртуальным фотоном (в обратном процессе $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$) впервые был рассчитан в работах [17, 18]. Авторы [19] его пересчитали, исправили имеющиеся в [17, 18] опечатки и разработали процедуру учета жесткого фотонного излучения (если говорить конкретно, рассматривался процесс $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma\gamma$). В работе [20] результат для электромагнитного виртуального вклада был воспроизведен, также там был рассчитан вклад электрослабых поправок.

Итак, вклад от дополнительных диаграмм с виртуальным и мягким фотонами полностью факторизуется перед борновским сечением

$$d\sigma_{V+\text{soft}}^{\gamma\gamma} = \delta_{V+\text{soft}} d\sigma_0^{\gamma\gamma}$$

(заметим, что приближенная факторизация сечения мягкого тормозного излучения возможна только при весьма небольших энергиях тормозных фотонов ω) и в наших обозначениях выглядит так:

$$\begin{aligned} \delta_{V+\text{soft}} &= \frac{\alpha}{\pi} \left(\ln \frac{4\omega^2}{s} (L-1) + \frac{\pi^2}{3} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{3}{2} + \frac{tu}{t^2 + u^2} [f(t, u) + f(u, t)] \right), \end{aligned} \quad (27)$$

где коллинеарный (“большой”) логарифм

$$L = \ln \frac{s}{m^2}, \quad (28)$$

логарифм, зависящий от угла рассеяния

$$L_t = \ln \frac{-t}{s}, \quad (29)$$

а

$$f(t, u) = \frac{s^2 + t^2}{2tu} L_t^2 + \frac{3u}{2t} L L_t + L_t. \quad (30)$$

В рассматриваемый вклад ($C = V + \text{soft}$) входят следующие диаграммы: две фотонные вершины рис. 4а, 4б, диаграмма собственной энергии лептона рис. 4в, фотонный бокс рис. 4г, диаграммы с излучением мягкого фотона рис. 5 ($C = \text{soft}$). Как уже говорилось, в мягком вкладе содержится максимальная энергия (в с.ц.м.п.) тормозного фотона ω . Этот результат инфракрасно-конечен, т.е. не содержит нефизических параметров типа массы фотона λ . Видно также, что в сумме виртуальной и мягкой частей отсутствуют двойные коллинеарные логарифмы (присутствует, как и следует, только их первая степень).

6. ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Процессы с излучением тормозного фотона на партонном уровне имеют вид

$$\begin{aligned} \gamma(p_1) + \gamma(p_2) &\rightarrow \\ &\rightarrow l^-(p_3) + l^+(p_4) + \gamma(p), \end{aligned} \quad (31)$$

здесь p — 4-импульс тормозного фотона. Фейнмановские диаграммы подпроцессов (31) приведены на рис. 5. Диаграммы а, б и в формируют амплитуды $\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2$ и \mathcal{M}_3 соответственно:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_1 &= ie^3 \bar{u}(p_3) \hat{e}(p) \frac{1}{\hat{p}_3 + \hat{p} - m} \times \\ &\quad \times \hat{e}(p_1) \frac{1}{\hat{p}_2 - \hat{p}_4 - m} \hat{e}(p_2) u(-p_4), \\ \mathcal{M}_2 &= ie^3 \bar{u}(p_3) \hat{e}(p_1) \frac{1}{\hat{p}_3 - \hat{p}_1 - m} \times \\ &\quad \times \hat{e}(p) \frac{1}{\hat{p}_2 - \hat{p}_4 - m} \hat{e}(p_2) u(-p_4), \end{aligned} \quad (32)$$

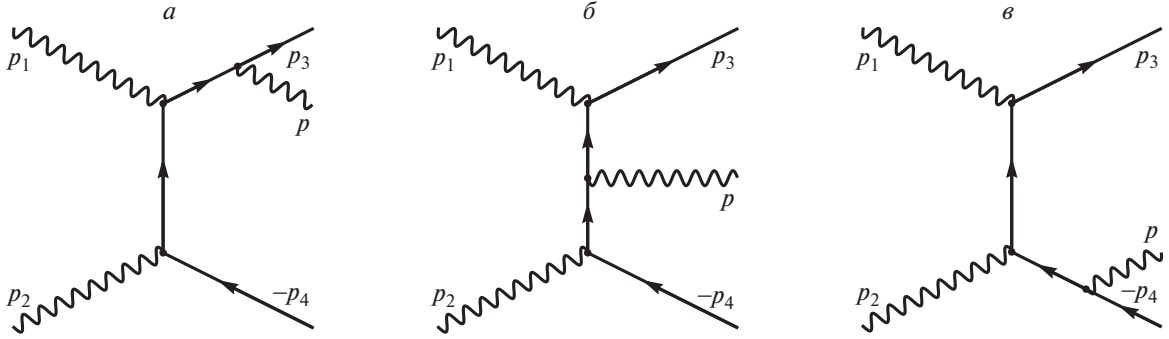


Рис. 5. Половина набора фейнмановских диаграмм процесса $\gamma\gamma \rightarrow l^- l^+ \gamma$. Оставшиеся диаграммы могут быть получены заменой $p_1 \leftrightarrow p_2$.

$$\mathcal{M}_3 = ie^3 \bar{u}(p_3) \hat{\epsilon}(p_1) \frac{1}{\hat{p}_3 - \hat{p}_1 - m} \times \\ \times \hat{\epsilon}(p_2) \frac{1}{-\hat{p}_4 - \hat{p} - m} \hat{\epsilon}(p) u(-p_4).$$

Буквой ϵ обозначается 4-вектор поляризации фотона. Еще три фейнмановские диаграммы соответствуют заменам обозначений 4-импульсов конечных лептонов, они записываются таким образом:

$$\mathcal{M}_4 = ie^3 \bar{u}(p_3) \hat{\epsilon}(p_2) \frac{1}{\hat{p}_3 - \hat{p}_2 - m} \times \quad (33)$$

$$\times \hat{\epsilon}(p_1) \frac{1}{-\hat{p}_4 - \hat{p} - m} \hat{\epsilon}(p) u(-p_4),$$

$$\mathcal{M}_5 = ie^3 \bar{u}(p_3) \hat{\epsilon}(p_2) \frac{1}{\hat{p}_3 - \hat{p}_2 - m} \times$$

$$\times \hat{\epsilon}(p) \frac{1}{\hat{p}_1 - \hat{p}_4 - m} \hat{\epsilon}(p_1) u(-p_4),$$

$$\mathcal{M}_6 = ie^3 \bar{u}(p_3) \hat{\epsilon}(p) \frac{1}{\hat{p}_3 + \hat{p} - m} \times$$

$$\times \hat{\epsilon}(p_2) \frac{1}{\hat{p}_1 - \hat{p}_4 - m} \hat{\epsilon}(p_1) u(-p_4).$$

Складывая амплитуды ($\mathcal{M}_R = \sum_{j=1}^6 \mathcal{M}_j$) и затем квадратуя их, запишем дифференциальное сечение процесса (31) в виде

$$d\sigma_R^{\gamma\gamma} = \frac{1}{2^6 \pi^5 s} \sum_{\text{pol}} \mathcal{M}_R \mathcal{M}_R^+ d\Phi_3, \quad (34)$$

где $d\Phi_3$ — фазовый объем реакции

$$d\Phi_3 = \delta(p_1 + p_2 - p_3 - p_4 - p) \frac{d^3 \mathbf{p}_3}{2p_{30}} \times \quad (35) \\ \times \frac{d^3 \mathbf{p}_4}{2p_{40}} \frac{d^3 \mathbf{p}}{2p_0}.$$

Используя конволюцию, запишем выражение для сечения процесса рождения дилептона в ад-

ронных столкновениях при фотон-фотонном слиянии с излучением тормозного фотона:

$$d\sigma_R^h = f_\gamma^A(x_1) dx_1 f_\gamma^B(x_2) dx_2 d\hat{\sigma}_R^{\gamma\gamma} \Theta_R, \quad (36)$$

где фактор Θ_R отвечает за определение области фазового объема, допускаемой (радиационной) кинематикой реакции.

При расчете вклада тормозного излучения в процессе (1) будем последовательно пользоваться обозначениями и частично результатами, полученными в работе [13]. Так, лоренц-инварианты, описывающие радиационный процесс, имеют вид

$$z_1 = 2p_1 p, \quad v_1 = 2p_2 p, \quad (37) \\ z = 2p_3 p, \quad v = 2p_4 p,$$

а s_1, t_1, u_1 описываются формулами (5). Приведем полезные соотношения, которые их связывают:

$$z_1 + v_1 = z + v = s - s_1, \quad (38)$$

$$s + t + u = 2m^2 + v, \quad s_1 + t_1 + u_1 = 2m^2 - v.$$

Инвариант s в радиационном случае выразим через энергию тормозного фотона, для этого рассмотрим в с.ц.м.п. связь между партонами инвариантами $s_1 = s - z_1 - v_1$, откуда получим соотношение $M^2 = s - 2\sqrt{s}p_0$. Решаем его относительно \sqrt{s} , тогда, отбрасывая нефизический корень, получим

$$\sqrt{s} = p_0 + \sqrt{p_0^2 + M^2}. \quad (39)$$

Данная формула показывает, что партоновый инвариант s при данном M зависит только от энергии фотона и не зависит от полной энергии реакции и $x_{1,2}$. Заметим, что, как и прежде, имеет место соотношение $s = x_1 x_2 S$. Используя эту формулу и соотношение (17) [оно введено в начале раздела, но легко модифицируется в случае радиационной кинематики, так как p_z вычисляется в случае радиационной кинематики по той же формуле (16)]:

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{\hat{t}_1 + \hat{u}}{\hat{t} + \hat{u}_1} = \frac{1}{2} \ln \frac{x_1(z_1 + M^2)}{x_2(v_1 + M^2)},$$

получим

$$x_1 = \frac{p_0 + \sqrt{p_0^2 + M^2}}{\sqrt{S}} \sqrt{\frac{v_1 + M^2}{z_1 + M^2}} e^y, \quad (40)$$

$$x_2 = \frac{p_0 + \sqrt{p_0^2 + M^2}}{\sqrt{S}} \sqrt{\frac{z_1 + M^2}{v_1 + M^2}} e^{-y}.$$

Якобиан, соответствующий радиационной кинематике, имеет вид

$$J_R = \frac{D(x_1, x_2)}{D(M, y)} = \quad (41)$$

$$= -\frac{2M}{S} \frac{p_0 + \sqrt{p_0^2 + M^2}}{\sqrt{p_0^2 + M^2}}.$$

Инвариант t в радиационном случае в с.ц.м.п. вычисляется по формуле

$$t = \frac{1}{2} \left(2m^2 - s + v + \right. \quad (42)$$

$$\left. + \cos \theta \cdot \sqrt{(s - v)^2 - 4m^2 s} \right).$$

Радиационный инвариант u выглядит так же, но с другим знаком при $\cos \theta$.

Наконец, покажем как преобразовывать фазовый объем $d\Phi_3$, чтобы адекватно (в соответствии с возможностями детектора) проинтегрировать сечение или, как говорят, наложить fiducial cuts. Удобно воспользоваться методом, изложенным в работе [21], где используется с.ц.м. начальных частиц. Изобразим в этой системе векторы конечных частиц (см. рис. 6), используя вспомогательный вектор $\mathbf{p}_5 = -\mathbf{p}$. Не приводя детали расчета (см., например, [22]), дадим конечный результат в обозначениях настоящей статьи.

Используя полученные в [21, 22] выражения, преобразуем фазовый объем Φ_3 к виду

$$d\Phi_3 = \frac{\pi |\mathbf{p}_3|}{4p_0 \mathcal{F}} \sin \theta_3 d\theta_3 p_0 dp_0 \sin \theta_p d\theta_p d\varphi_p. \quad (43)$$

Одно интегрирование (по азимутальному углу φ_3) в последней записи снято, оно дает 2π из-за симметрии относительно поворота системы вокруг оси пучка. Величина \mathcal{F} имеет вид

$$\mathcal{F} = 1 + \frac{p_{30}(1 - A|\mathbf{p}|/|\mathbf{p}_3|)}{\sqrt{p_{30}^2 - 2A|\mathbf{p}||\mathbf{p}_3| + |\mathbf{p}|^2}}, \quad (44)$$

где

$$A = \cos(\widehat{\mathbf{p}_5, \mathbf{p}_3}) = \quad (45)$$

$$= \sin \theta_3 \sin \theta_5 \cos \varphi_5 + \cos \theta_3 \cos \theta_5 =$$

$$= -\sin \theta_3 \sin \theta_p \cos \varphi_p - \cos \theta_3 \cos \theta_p.$$

Для энергии конечного лептона получаем

$$p_{30} = \frac{\sqrt{s^3 + 2p_0^2 \sqrt{s} - 3p_0 s} + Ap_0 s_q}{2s - 4p_0 \sqrt{s} + 2p_0^2(1 - A^2)}, \quad (46)$$

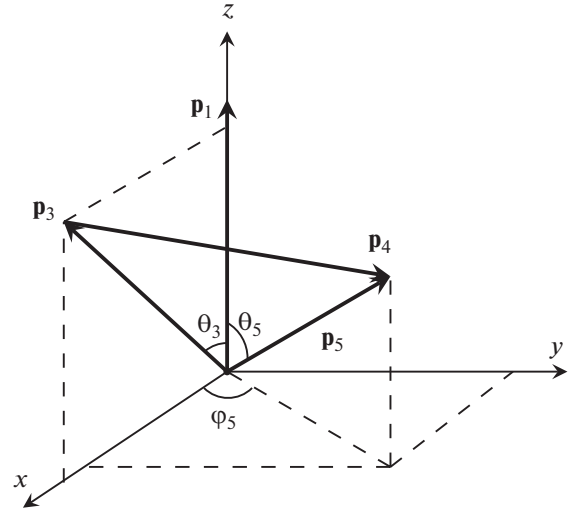


Рис. 6. Конфигурация 3-импульсов при интегрировании по фазовому пространству тормозного фотона в с.ц.м.п.

где

$$s_q =$$

$$= \sqrt{s(\sqrt{s} - 2p_0)^2 + 4m^2[p_0^2(A^2 - 1) + 2p_0\sqrt{s} - s]}.$$

В УРП выражение (46) приобретает простой вид

$$p_{30} = \frac{\sqrt{s}}{2} \frac{\sqrt{s} - 2p_0}{\sqrt{s} - p_0(1 + A)}.$$

7. КОЛЛИНЕАРНАЯ СИНГУЛЯРНОСТЬ

Всего в произведении $\mathcal{M}_R \mathcal{M}_R^\dagger$ из (34) содержится 36 слагаемых. Разберемся с тем, какого типа коллинеарную сингулярность они содержат. Всего имеется три ее типа:

1. сингулярность в точке $z \rightarrow 0$ (z -пик, который обусловлен физической ситуацией, когда тормозной фотон излучается коллинеарно лептону: $\mathbf{p} \uparrow \uparrow \mathbf{p}_3$), она содержится в слагаемых, построенных на амплитуде \mathcal{M}_1 или \mathcal{M}_6 ,
2. сингулярность $v \rightarrow 0$ (v -пик, обусловленный излучением тормозного фотона коллинеарно антилептону: $\mathbf{p} \uparrow \uparrow \mathbf{p}_4$), содержится в слагаемых, построенных на одной из амплитуд: \mathcal{M}_3 или \mathcal{M}_4 ,
3. коллинеарная сингулярность отсутствует в слагаемых, построенных только на амплитудах \mathcal{M}_2 или \mathcal{M}_5 : $\mathcal{M}_2 \mathcal{M}_2^\dagger$, $\mathcal{M}_5 \mathcal{M}_5^\dagger$ и $\mathcal{M}_2 \mathcal{M}_5^\dagger$.

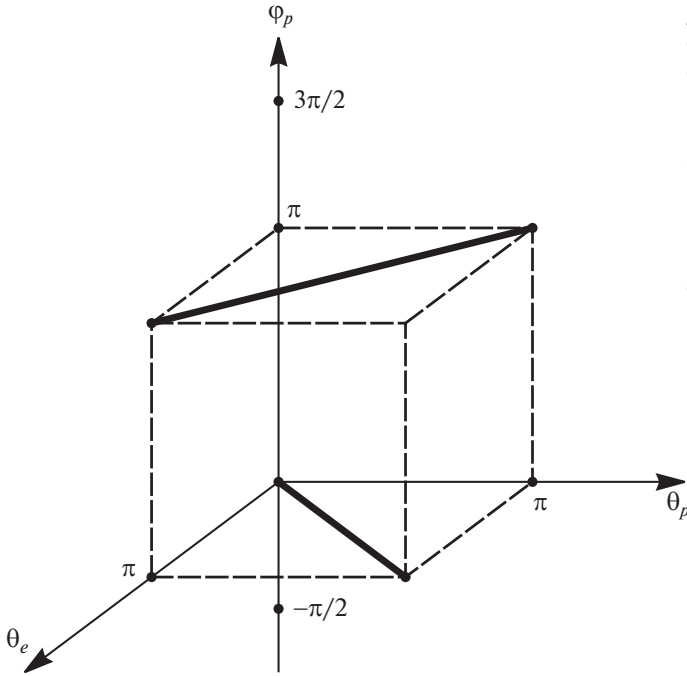


Рис. 7. Область интегрирования по углам конечных частиц в с.ц.м.п. Жирными линиями выделены области коллинеарной сингулярности: верхняя соответствует v -пику, нижняя z -пику.

Понятно, что диагональные вклады $M_1M_1^+$ и $M_6M_6^+$ соответствуют z -пику, а вклады $M_3M_3^+$ и $M_4M_4^+$ — v -пику. Интерференционные вклады содержат либо один пик (например, $M_1M_2^+$), либо оба пика (например, $M_1M_3^+$). Кроме этого $M_iM_j^+ = M_jM_i^+$ (что легко проверить непосредственным расчетом), в результате имеем $36 - 15 = 21$ нетривиальных вкладов в сечение тормозного излучения, содержащих разные типы коллинеарной сингулярности. Все вычисленные выражения для квадрированных амплитуд, таким образом, привести здесь не представляется уместным из-за их большого количества и громоздкости. Реальный расчет осуществляется с помощью системы компьютерной алгебры FORM [23], результат выражается через скалярные произведения 4-векторов, участвующих в реакции частиц (пример расчета одного из слагаемых [а именно $M_1M_3^+$] приведен в Приложении).

Численное интегрирование осуществляется с помощью программы VEGAS [24]. С фазовым объемом в виде (43) для конечного димюона в условиях Run3/HL LHC для получения точного результата, в принципе, достаточно позаботиться о сгущении точек в области малых p_0 . Однако пиковое поведение сечения жесткого тормозного излучения представляет значительную трудность

для интегрирования в случае меньшей массы лептона (электрон легче мюона примерно в 200 раз), так как происходит резкое сужение пика сечения и увеличение его высоты [13]. Этот факт экстремально повышает внимание к вопросу точности численного интегрирования в случае рождения диэлектрона при сверхвысоких энергиях и инвариантных массах. Итак, чтобы в этой ситуации точно проинтегрировать сечение тормозного излучения, требуются три дополнительных действия.

Во-первых, нужно разбить интерференционные вклады на слагаемые, соответствующие z - и v -пикам, для этого применим тождественное преобразование:

$$\frac{1}{zv} = \frac{1}{z+v} \left(\frac{1}{z} + \frac{1}{v} \right) = \frac{1}{2\sqrt{sp_0}} \left(\frac{1}{z} + \frac{1}{v} \right).$$

Во-вторых, после такого разбиения нужно рассортировать получившиеся слагаемые на три типа:

- 1) содержащие $\frac{1}{z}$ и $\frac{m^2}{z^2}$,
 - 2) содержащие $\frac{1}{v}$ и $\frac{m^2}{v^2}$,
 - 3) не содержащие коллинеарной сингулярности (в прочих комбинациях можно пренебречь членами, содержащими m).
- Далее каждый тип следует интегрировать отдельно. В-третьих, необходимо заменить переменные интегрирования на новый набор, обеспечивающий оптимальную работу Монте-Карло-интегратора. Покажем это на примере z -пика. Как нетрудно установить из рис. 6, ситуация z -пика соответствует коллинеарному излучению $\mathbf{p} \uparrow \uparrow \mathbf{p}_3$, т.е. области $\theta_p = \theta_3, \varphi_p = 0$ (см. рис. 7). Произведем следующую замену $\theta_p \rightarrow \theta_z$ (также полезно сдвинуть пределы интегрирования по φ_p , чтобы пики не лежали на краю области, хотя для VEGAS это не является критическим с точки зрения улучшения точности):

$$\int_0^\pi d\theta_3 \int_0^\pi d\theta_p \int_0^{2\pi} d\varphi_p \dots = \int_0^\pi d\theta_3 \int_0^\pi d\theta_z \int_{-\pi/2}^{3\pi/2} d\varphi_p |J_z| \dots \quad (47)$$

Новая переменная θ_z связана со старыми переменными соотношением $\theta_p = 2\theta_z + \theta_3 - \pi$, а якобиан перехода имеет вид

$$J_z = 2\theta \left(\frac{\theta_3}{2} + \theta_z - \frac{\pi}{2} \right) \theta \left(-\frac{\theta_3}{2} - \theta_z + \pi \right). \quad (48)$$

Якобиан J_z выбран так, чтобы обрезать нефизическую область при сохранении “старых” крайних значений области интегрирования (см. рис. 8a). Видно, что новая переменная z -пика (θ_z) оптимально подходит для численного интегрирования,

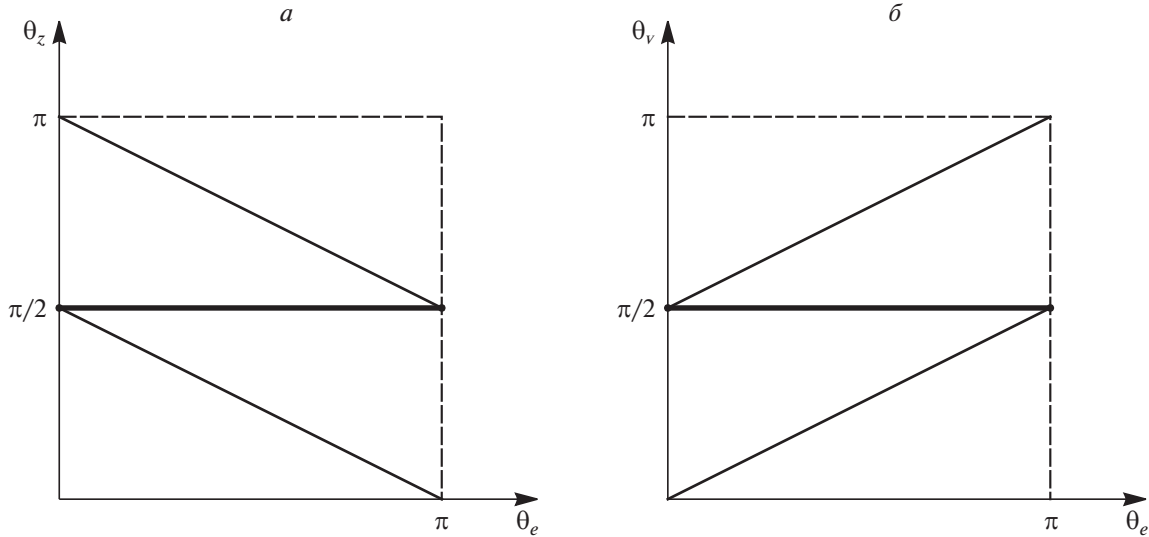


Рис. 8. Область интегрирования по части фазового объема тормозного фотона в новых переменных. Жирными линиями выделены области коллинеарной сингулярности: *a* — *z*-пик, *б* — *ν*-пик.

поскольку не зависит от других переменных и положение ее пика ($\theta_z = \pi/2$) теперь находится в центре области интегрирования (рис. 8а).

Точно так же следует поступить при интегриро-

вании слагаемых с *ν*-пиком (см. рис. 8б), приведем соответствующие формулы. Связь новой переменной θ_ν со старыми такая: $\theta_p = 2\theta_\nu - \theta_z$, а якобиан перехода выглядит следующим образом:

$$J_\nu = 2\theta\left(\theta_\nu - \frac{\theta_z}{2}\right)\theta\left(\frac{\theta_z}{2} - \theta_\nu + \frac{\pi}{2}\right). \quad (49)$$

Оставшаяся часть сечения (не содержащая коллинеарной сингулярности) замены переменных не требует.

8. ЧИСЛЕННЫЕ ОЦЕНКИ

Для численных оценок этой работы принимается набор предписаний, соответствующий экспериментальной постановке CMS LHC [25]:

1. исследуемая реакция (1) с начальными неполяризованными протонами суммарной энергии $\sqrt{S} = 14$ ТэВ (с.ц.м. протонов, Run3/HL LHC) и конечными состояниями $\mu^-\mu^+$ и e^-e^+ ;
2. электрослабые параметры СМ и лептонные массы, которые соответствуют современным значениям из [16];
3. разделитель мягких и жестких фотонов $\omega = 0.001$ ГэВ (выбрано значение, при котором выполняются условия факторизации мягкого вклада и надежная численная стабильность результата, см. рис. 9);
4. набор функций фотонных распределений MRST [26] с естественным выбором $Q^2 = M^2$ (для расчета в области $M > 3$ ТэВ

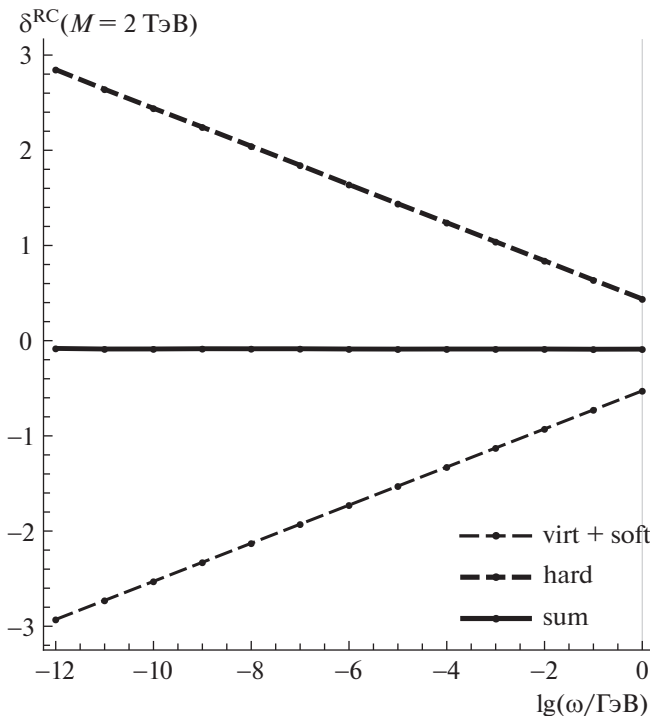


Рис. 9. Относительные электромагнитные поправки δ^{RC} к дифференциальному сечению $\frac{d\sigma}{dM}$ (сумма виртуального и мягкого вклада, жесткий вклад, сумма всех трех вкладов) в зависимости от ω в случае рождения димюона при $M = 2$ ТэВ.

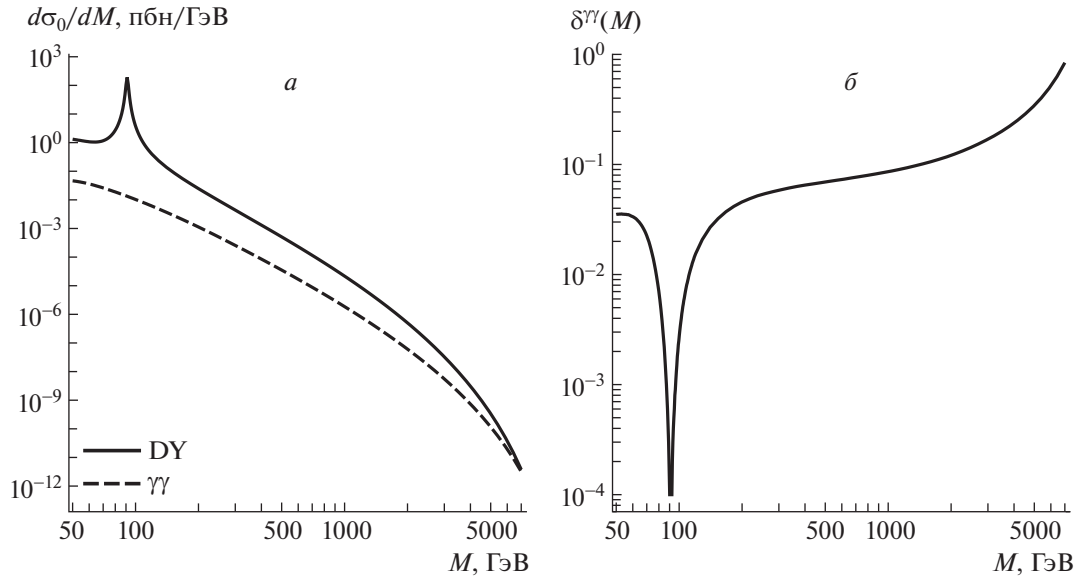


Рис. 10. *а* — Дифференциальные борновские сечения по инвариантной массе $\frac{d\sigma_0}{dM}$ в зависимости от M (сплошная кривая — DY-механизм, штриховая — $\gamma\gamma$ -механизм). *б* — Относительная поправка $\delta^{\gamma\gamma}(M)$ в зависимости от M .

использовалось максимальное значение $Q = 3$ ТэВ);

- набор функций кварковых распределений CT10 [27] и MMHT14 [28] (не было обнаружено существенных различий в численных оценках при использовании этих распределений);
- стандартные экспериментальные ограничения на угол вылета детектируемого лептона l^- : $-\zeta^* \leq \cos \theta \leq \zeta^*$ или на его быстроту: $|y(l)| \leq y(l)^*$; связь между этими переменными следующая:

$$y(l) = -\ln \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}; \quad (50)$$

$$\cos \theta = \frac{1 - e^{-2y(l)}}{1 + e^{-2y(l)}};$$

для экспериментов на детекторе CMS ζ^* и $y(l)^*$ принимают значения:

$$y(l)^* = 2.5, \quad \zeta^* \approx 0.986614; \quad (51)$$

для l^+ используются такие же ограничения;

- используется второе стандартное экспериментальное ограничение детектора CMS: $p_T(l^\pm) \geq 20$ ГэВ;
- применяется так называемая чистая схема (“bare” setup) требований идентификации лептонов: не принимается во внимание “размазывание” (smearing) и не учитываются условия рекомбинации детектируемого лептона и радиационного фотона.

Фактор Θ , который отвечает за определение области фазового объема, допускаемой кинематикой реакции в соответствии с геометрией детектора, представляет собой произведение θ -функций, опишем его подробнее:

$$\Theta = \Theta(\zeta^* - \cos \theta) \Theta(\zeta^* + \cos \theta) \times \quad (52)$$

$$\times \Theta(\zeta^* - \cos \alpha) \Theta(\zeta^* + \cos \alpha) \times$$

$$\times \Theta(p_T(l^-) - p_T^{\min}) \Theta(p_T(l^+) - p_T^{\min}).$$

Все величины из этого выражения приведены выше, использовать их нужно в зависимости от кинематики (безрадиационная или радиационная).

Будут рассматриваться два варианта сечений:

- дифференциальные сечения по инвариантной массе дилептона $\frac{d\sigma}{dM}$, проинтегрированные в заданном интервале по переменной y : $|y| < 2.5$,
- дважды дифференциальные сечения (по переменным M и y) $\frac{d\sigma}{dM dy}$,

По прочим переменным, входящим в сечения, делается интегрирование в пределах, согласующихся с кинематическими условиями CMS LHC, как описано выше. Так как распределение по y симметрично относительно нуля в случае процесса протон-протонных столкновений, будет показана область только положительных y . В эксперименте [29] используется факт симметрии этого распределения, а именно — для уменьшения статистической ошибки измеряется распределение по абсолютной величине $|y|$.

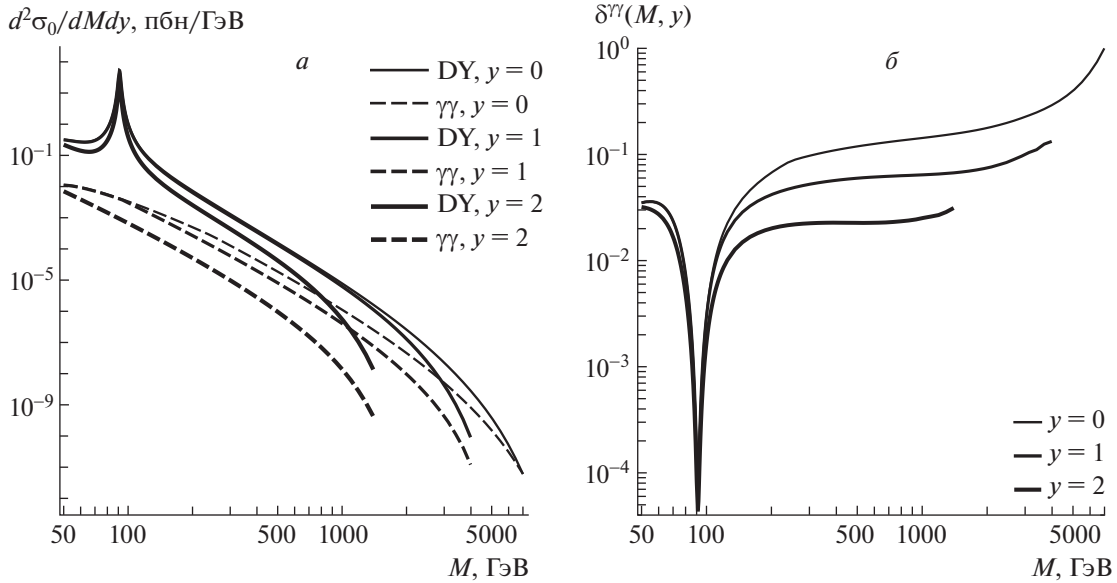


Рис. 11. *а* — Дважды дифференциальные борновские сечения $\frac{d^2\sigma_0}{dMdy}$ в зависимости от M при различных значениях y (сплошные кривые — DY-механизм, штриховые — $\gamma\gamma$ -механизм). *б* — Относительные поправки $\delta^{\gamma\gamma}(M, y)$ в зависимости от M при различных значениях y .

Рисунки 10 и 11 посвящены сравнению двух механизмов рождения лептонной пары в адронных столкновениях: DY-механизма и $\gamma\gamma$ -механизма. На

рис. 10*а* показаны дифференциальные (по инвариантной массе) борновские сечения $\frac{d\sigma_0}{dM}$ процесса рождения дилептона $\mu^-\mu^+$ (или e^-e^+) [на борновском уровне в УРП различие между этими состояниями незначительно], обусловленные DY-механизмом (сплошная кривая) и $\gamma\gamma$ -механизмом (штриховая кривая). На рис. 10*б* изображена относительная поправка $\delta^{\gamma\gamma}(M)$ в зависимости от M , которая определяется как отношение обсуждаемых борновских сечений:

$$\delta^{\gamma\gamma}(M) = \frac{d\sigma_0^{\gamma\gamma}/dM}{d\sigma_0^{\text{DY}}/dM}. \quad (53)$$

По рисунку видно, что вклад в процесс (1) от механизма фотонного слияния незначителен в области m_Z -резонанса, ниже резонанса он растет с уменьшением M (составляет $\sim 3.5\%$ при $M = 50$ ГэВ), выше резонанса он растет с увеличением M (достигает $\sim 84\%$ при $M = 7$ ТэВ). В области Run3 (HL) LHC относительная поправка достигает $\sim 30(60)\%$.

Рисунок 11 иллюстрирует эти же закономерности для дважды дифференциальных борновских сечений $\frac{d^2\sigma_0}{dMdy}$ при различных значениях y (рис. 11*а*) и относительных поправок $\delta^{\gamma\gamma}(M, y)$ (рис. 11*б*), которые определяются аналогично (54)

$$\delta^{\gamma\gamma}(M, y) = \frac{d^2\sigma_0^{\gamma\gamma}/dMdy}{d^2\sigma_0^{\text{DY}}/dMdy}. \quad (54)$$

Обсуждаемые закономерности сохраняются в частности потому, что с ростом y уменьшаются

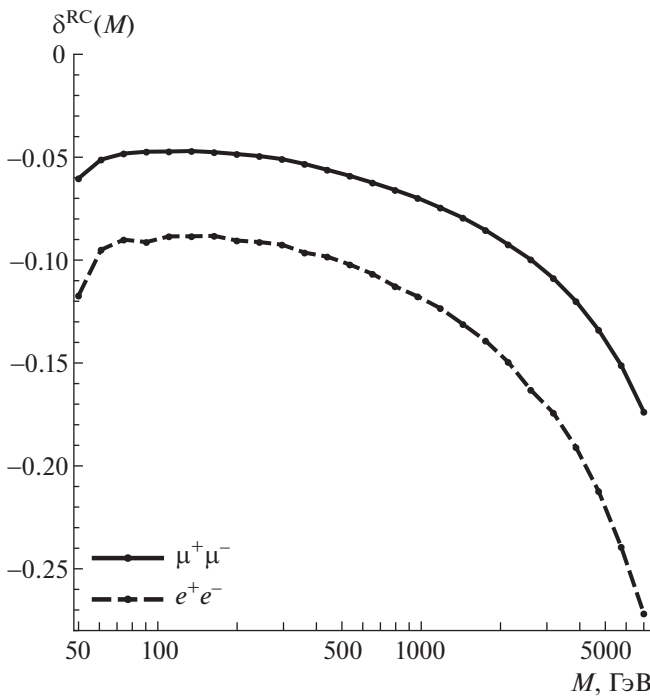


Рис. 12. Полные относительные электромагнитные поправки $\delta^{\text{RC}}(M)$ к дифференциальному сечению $\frac{d\sigma}{dM}$ в зависимости от M : сплошная кривая — рождение димюона, штриховая — рождение диэлектрона.

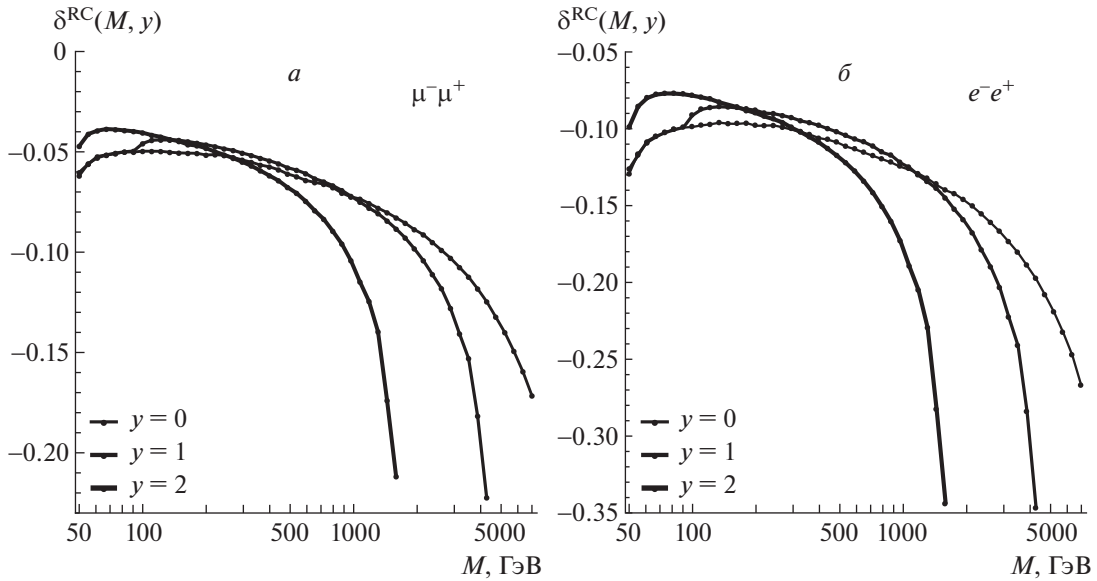


Рис. 13. Полные относительные электромагнитные поправки $\delta^{\text{RC}}(M, y)$ к дважды дифференциальному сечению $\frac{d^2\sigma_0}{dMdy}$ в зависимости от M при различных значениях y : а — рождение димюона, б — рождение диэлектрона.

максимально достижимые значения инвариантной массы M , т.е. в условиях Run3/HL LHC участвует в основном центральная по y область. Заметим также, что сечения резко уменьшаются с ростом как M , так и y , этот факт говорит о сложности экспериментального измерения на краю кинематической области. Тем не менее НФ может проявиться именно там, поэтому ее прецизионное изучение представляется крайне необходимым.

Рисунок 9 иллюстрирует отсутствие зависимости результата от нефизического параметра — максимальной энергии мягкого фотона ω . На нем отображены относительные электромагнитные поправки δ^{RC} к дифференциальному сечению $\frac{d\sigma_0^{\gamma\gamma}}{dM}$,

$$\delta^{\text{RC}}(M) = \frac{d\sigma_{\text{RC}}^{\gamma\gamma}/dM}{d\sigma_0^{\gamma\gamma}/dM}, \quad (55)$$

в зависимости от ω в случае рождения димюона при $M = 2$ ТэВ. Видно, что сумма виртуального и мягкого вклада, как и следует, логарифмически зависит от ω , жесткий вклад также имеет эту зависимость, но с противоположным знаком, следовательно, сумма всех трех вкладов (виртуального, мягкого и жесткого) от ω не зависит. Подобные тесты важны для контроля правильности полученного результата и составляют неотъемлемую часть программ, предназначенных для прецизионного учета эффектов радиационных поправок в современных экспериментах по физике высоких энергий. Широкий диапазон ω , в котором READY стабильно работает с точки зрения независимости от этого параметра, показывает высокое качество программы.

На рис. 12 приведены полные относительные электромагнитные поправки (55): сплошная кривая соответствует случаю рождения димюона $\mu^-\mu^+$, штриховая — диэлектрона e^-e^+ . Оба случая рассчитаны при одинаковом числе итераций (выбираем 15 итераций) и количества случайных точек (1.5×10^6 точек) программы VEGAS. Полученная относительная точность результата интегрирования составляет при затраченном времени ~ 1 мин работы процессора с тактовой частотой 1.2 ГГц на одну кинематическую точку $\sim 10^{-4}$ в $\mu^-\mu^+$ -случае и $\sim 5 \times 10^{-4}$ в e^-e^+ -случае, разница в точности довольно заметна и по зрительному сравнению гладкости линий. Относительные поправки отрицательны во всей исследованной области и весьма значительны по абсолютной величине, на краю области с ростом M их абсолютное значение быстро растет. Значительная разница масс электрона и мюона обуславливает отличие в эффектах электромагнитной поправки для разных конечных состояний: поправка в случае диэлектрона по сравнению с димюоном более значительно понижает сечение. Так, до $M = 2$ ТэВ разница между ними находится в интервале до 0.06, с ростом M эта разница немного увеличивается, так, при $M = 7$ ТэВ она достигает ~ 0.11 .

На рис. 13 приведены относительные электромагнитные поправки к дважды дифференциальным (по переменным M и y) сечениям $\frac{d^2\sigma_0^{\gamma\gamma}}{dMdy}$ процесса, обусловленного $\gamma\gamma$ -слиянием

$$\delta^{\text{RC}}(M, y) = \frac{d\sigma_{\text{RC}}^{\gamma\gamma}/dMdy}{d\sigma_0^{\gamma\gamma}/dMdy}. \quad (56)$$

Рисунок 13а иллюстрирует случай конечного состояния $\mu^-\mu^+$, а рис. 13б — случай конечного состояния e^-e^+ . Проявляются все закономерности поведения, выявленные на предыдущем рисунке: относительные поправки также отрицательны, весьма значительны по абсолютной величине, на краю области (с ростом как M , так и y) их абсолютное значение быстро растет, так же имеет место значительная разница в эффектах электромагнитной поправки для разных конечных состояний.

9. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе с точностью до однопетлевых электромагнитных радиационных поправок изучены наблюдаемые дифференциальные сечения процесса рождения дилептонов в адронных столкновениях в канале фотон-фотонного слияния. Сделано сравнение с аналогичными наблюдаемыми процесса Дрелла–Яна. Акцент сделан на области сверхвысоких энергий и инвариантных масс дилептона, соответствующей эксперименту CMS в режиме Run3/HL LHC и влиянии вклада жесткого тормозного излучения. Полученные теоретические эффекты радиационных поправок (безотносительно к величине статистических и систематических [экспериментальных] погрешностей, которые ожидаются быть на уровне теоретических) необходимо будет учитывать в предстоящей экспериментальной программе CMS LHC в режиме Run3/HL.

Представляется актуальным дополнить настоящий расчет вкладами от обменов W - и Z -бозонов, т.е. учесть полные электрослабые поправки. Эта нетривиальная задача уже сделана для партонного кросс-секционного процесса в работе [20]. Требуется аналогичный расчет в новой энергетической области и на адронном уровне, эта работа планируется на ближайшее будущее.

Приложение

ДЕТАЛИ РАСЧЕТА СЕЧЕНИЯ ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

В Приложении рассчитано интерференционное слагаемое $\mathcal{M}_1\mathcal{M}_3^+$ сечения тормозного излучения процесса рождения дилептона путем фотон-фотонного слияния. Начнем с того, что приведем амплитуды \mathcal{M}_1 и \mathcal{M}_3 к более развернутому (и удобному для перемножения) виду

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_1 &= ie^3 \cdot e_\alpha(p_1)e_\beta(p_2)e_\mu(p_3) \times \\ &\times \bar{u}(p_3)\gamma_\mu \frac{\hat{p}_3 + \hat{p} + m}{2p_3p} \gamma_\alpha \frac{\hat{p}_2 - \hat{p}_4 + m}{-2p_2p_4} \gamma_\beta u(-p_4), \\ \mathcal{M}_3 &= ie^3 \cdot e_\alpha(p_1)e_\beta(p_2)e_\mu(p_3) \times \end{aligned}$$

$$\times \bar{u}(p_3)\gamma_\alpha \frac{\hat{p}_3 - \hat{p}_1 + m}{-2p_1p_3} \gamma_\beta \frac{-\hat{p}_4 - \hat{p} + m}{2p_4p} \gamma_\mu u(-p_4).$$

Находим эрмитово сопряжение \mathcal{M}_3 , затем перемножаем \mathcal{M}_1 и \mathcal{M}_3^+ . Нам необходимо суммировать (усреднить) по поляризациям конечных (начальных) частиц, для этого используем свойство векторов поляризации фотонов:

$$\sum_{\text{pol}} e_\alpha e_\beta^* = -g_{\alpha\beta}.$$

В результате найдем

$$\begin{aligned} \overline{\sum_{\text{pol}} \mathcal{M}_1\mathcal{M}_3^+} &= \frac{1}{4}e^6 \times \quad (\text{П.1}) \\ &\times \text{Sp} \left[\gamma_\mu \frac{\hat{p}_3 + \hat{p} + m}{2p_3p} \gamma_\alpha \frac{\hat{p}_2 - \hat{p}_4 + m}{2p_2p_4} \gamma_\beta (\hat{p}_4 - m) \times \right. \\ &\left. \times \gamma_\mu \frac{-\hat{p}_4 - \hat{p} + m}{2p_4p} \gamma_\beta \frac{\hat{p}_3 - \hat{p}_1 + m}{2p_1p_3} \gamma_\alpha (\hat{p}_3 + m) \right]. \end{aligned}$$

Вычисляя с помощью FORM [23] след произведения гамма-матриц в выражении (П.1) и применяя, где это возможно, УРП, получим:

$$\begin{aligned} \overline{\sum_{\text{pol}} \mathcal{M}_1\mathcal{M}_3^+} &= \quad (\text{П.2}) \\ &= 2^5\pi^3\alpha^3 \frac{1}{zv(m^2-t)(m^2-u)} T_{13}, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} T_{13} &= -2stv_1 + stz + 3stv - 2st^2 + \quad (\text{П.3}) \\ &+ sv_1z + 2sv_1v - sv_1^2 - 2szv - sv^2 - 2s^2t - \\ &- s^2v_1 + s^2v - tv_1z + tv_1v + tzv + \\ &+ tz^2 - v_1v^2 + v_1^2v + zv^2 + z^2v. \end{aligned}$$

Работа выполнена при поддержке Государственной программы научных исследований Республики Беларусь “Конвергенция” (подпрограмма “Микромир, плазма и Вселенная”). Автор признателен коллегам по группе RDMS CMS и Ю.М. Быстрицкому за обсуждение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. S. D. Drell and T.-M. Yan, Phys. Rev. Lett. **25**, 316, 902 (Erratum) (1970).
2. S. D. Drell and T.-M. Yan, Ann. Phys. **66**, 578 (1971).
3. В. А. Матвеев, Р. М. Мурадян, А. Н. Тавхелидзе, Препринт № P2-4543, ОИЯИ (Дубна, 1969).
4. J. H. Christenson, G. S. Hicks, L. M. Lederman, P. J. Limon, B. G. Pope, and E. Zavattini, Phys. Rev. D **8**, 2016 (1973).
5. N. M. Shumeiko, A. V. Soroko, and P. M. Starovoitov, J. Phys. G **27**, 1735 (2001).

6. UA1 Collab. (G. Arnison *et al.*), Phys. Lett. B **122**, 103 (1983); UA2 Collab. (M. Banner *et al.*), Phys. Lett. B **122**, 476 (1983).
7. UA1 Collab. (G. Arnison *et al.*), Phys. Lett. B **126**, 398 (1983); UA2 Collab. (P. Bagnaia *et al.*), Phys. Lett. B **129**, 130 (1983).
8. J. Wess and B. Zumino, Phys. Lett. B **49**, 52 (1974).
9. E. Witten, Nucl. Phys. B **463**, 383 (1996) [hep-th/9512219].
10. G. Bertone, D. Hooper, and J. Silk, Phys. Rep. **405**, 279 (2005) [hep-ph/0404175].
11. M. Dine, W. Fischler, and M. Srednicki, Phys. Lett. B **104**, 199 (1981).
12. P. Agrawal, M. Bauer, J. Beacham, A. Berlin, A. Boyarsky, S. Cebrian, X. Cid-Vidal, D. d'Entferria, A. De Roeck, M. Drewes, B. Echenard, M. Giannotti, G. F. Giudice, S. Gninenko, S. Gori, E. Goudzovski, *et al.*, Eur. Phys. J. C **81**, 1015 (2021) [arXiv: 2102.12143 [hep-ph]].
13. В. А. Зыкунов, ЯФ **84**, 348 (2021) [Phys. At. Nucl. **84**, 492 (2021)].
14. J. C. Collins, D. E. Soper, and G. F. Sterman, Adv. Ser. Direct. High Energy Phys. **5**, 1 (1988) [hep-ph/0409313].
15. M. Böhm, H. Spiesberger, and W. Hollik, Fortschr. Phys. **34**, 687 (1986).
16. Particle Data Group (P. A. Zyla *et al.*), Prog. Theor. Exp. Phys. **2020**, 083C01 (2020).
17. I. Harris and I. M. Brown, Phys. Rev. **105**, 1656 (1957).
18. Y.-S. Tsai, Phys. Rev. **137**, B730 (1965).
19. Frits A. Berends and R. Gastmans, Nucl. Phys. B **61**, 414 (1973).
20. M. Böhm and T. Sack, Z. Phys. C **33**, 157 (1986).
21. В. А. Зыкунов, ЯФ **80**, 388 (2017) [Phys. At. Nucl. **80**, 699 (2017)].
22. В. А. Зыкунов, *Пертурбативные расчеты в физике высоких энергий* (ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель, 2020).
23. J. Kuipers, T. Ueda, J. A. M. Vermaseren, and J. Vollinga, Comput. Phys. Commun. **184**, 1453 (2013) [arXiv: 1203.6543 [cs.SC]].
24. G. P. Lepage, J. Comput. Phys. **27**, 192 (1978).
25. CMS Collab. (G. L. Bayatian *et al.*), J. Phys. G **34**, 995 (2007).
26. A. D. Martin, R. G. Roberts, W. J. Stirling, and R. S. Thorne, Eur. Phys. J. C **39**, 155 (2005) [hep-ph/0411040].
27. Jun Gao, Marco Guzzi, Joey Huston, Hung-Liang Lai, Zhao Li, Pavel Nadolsky, Jon Pumplin, Daniel Stump, and C.-P. Yuan, Phys. Rev. D **89**, 033009 (2014) [arXiv: 1302.6246 [hep-ph]].
28. L. A. Harland-Lang, A. D. Martin, P. Motylinski, and R. S. Thorne, Eur. Phys. J. C **75**, 204 (2015) [arXiv: 1412.3989 [hep-ph]].
29. CMS Collab. (S. Chatrchyan *et al.*), JHEP **1312**, 030 (2013); CMS-SMP-13-003, CERN-PH-EP-2013-168; arXiv: 1310.7291.

EFFECTS OF ELECTROMAGNETIC RADIATIVE CORRECTIONS IN LEPTON PAIR PRODUCTION VIA PHOTON–PHOTON FUSION AT LHC

V. A. Zykunov^{1),2),3)}

¹⁾Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russia

²⁾Francisk Skorina Gomel State University, Belarus

³⁾Belarusian Trade and Economics University of Consumer Cooperatives, Gomel, Belarus

One-loop electromagnetic radiative corrections to dilepton production in hadron collisions via photon–photon fusion are studied, the most attention is paid to hard bremsstrahlung. Discussed reaction follows the Drell–Yan process, its studying is the actual task of LHC experimental program. Detailed numerical analysis of electromagnetic radiative effects to observable differential cross sections in wide kinematical region including the CMS experiment in Run3/HL regime of LHC corresponding ultra-high energies and dilepton invariant masses is performed.