ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА, 2022, том 85, № 6, с. 419–424

ЯДРА

ПРОХОЖДЕНИЕ НЕЙТРОНОВ ЧЕРЕЗ ОСЦИЛЛИРУЮЩИЙ ВДОЛЬ ПУЧКА ОБРАЗЕЦ

© 2022 г. Ф. С. Джепаров[1),2)*], Д. В. Львов[1),2)], А. И. Франк[3)]

Поступила в редакцию 15.06.2022 г.; после доработки 15.06.2022 г.; принята к публикации 04.07.2022 г.

Рассмотрено прохождение тепловых нейтронов через плоскопараллельную пластину, совершающую периодические колебания вдоль пучка нейтронов. Для анализа процесса построено нестационарное приближение эйконала. Проведено сравнение эйконального результата с борновским приближением. Получено аналитическое выражение для потока прошедших нейтронов.

DOI: 10.31857/S004400272206006X

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследования специфики взаимодействия нейтронных волн с ускоренным веществом имеют немалую историю, и в настоящее время можно считать твердо установленным наличие влияния продольного ускорения нейтронно-оптически однородной мишени на прошедший сквозь нее поток [1, 2]. Данное явление получило название эффекта ускоряющегося вещества (ЭУВ), в его результате частота волны, прошедшей через образец, движущийся с ускорением, отлична от частоты падающей волны. Планируются новые эксперименты для изучения ЭУВ в более сложных условиях и для поисков его приложений. Впервые вопрос о прохождении нейтрона сквозь слой вещества, движущийся с линейным ускорением, был рассмотрен в работе [3]. С тех пор проведенные исследования, по существу, основывались на чисто классическом анализе [4, 1, 2] и численных методах [5], поскольку аналитическое решение (в электродинамике) было получено только для простейшего случая, когда равноускоренно движущаяся мишень выбрана в форме плоскопараллельной диэлектрической пластины [6]. Аналогичное полуклассическое объяснение получило явление ускорения нейтрона вблизи брэгговского резонанса при прохождении нейтроном совершенного кристалла, движущегося с переменной скоростью [7]. В данной работе впервые сформулирован квантово-механический метод анализа, позволивший получить аналитические формулы для данного круга задач. Он основывается на нестационарном обобщении эйконального приближения, хорошо известного в стационарной теории рассеяния, см., например, [8, 9].

[1)] Курчатовский комплекс теоретической и экспериментальной физики НИЦ "Курчатовский институт", Москва, Россия.

[2)] Национальный исследовательский ядерный университет "МИФИ", Москва, Россия.

[3)] Лаборатория нейтронной физики им. И. М. Франка, Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия.

[*] E-mail: dzheparov@itep.ru

2. НЕСТАЦИОНАРНЫЙ ВАРИАНТ МЕТОДА ЭЙКОНАЛА

Стационарный метод эйконала (также называемый приближением высоких энергий) изложен во многих учебниках по квантовой механике (см., например, [8]). В данном методе рассматривается решение задачи о рассеянии частицы с массой m и начальным импульсом $\mathbf{k} = k\mathbf{n} = m\mathbf{v} = (0, 0, k)$ для $E \gg U$, где E — кинетическая энергия частицы, а $U(\mathbf{r})$ — потенциальная энергия. Здесь и далее полагаем постоянную Планка $\hbar = 1$. Решение стационарного уравнения Шредингера

$$\left(\frac{\hat{p}^2}{2m} + U(\mathbf{r})\right)\psi = \frac{k^2}{2m}\psi, \tag{1}$$

где $\hat{\mathbf{p}} = -i\nabla$, ищется в форме $\psi = e^{ikz}F(\mathbf{r})$. Функция $F(\mathbf{r})$ медленно меняется по сравнению с множителем e^{ikz}, при $U = 0$ имеем $F = 1$. Для расчета $F(\mathbf{r})$ удерживаются главные члены по $1/k$, т.е. в точном уравнении

$$\left(\frac{\hat{\mathbf{p}}\mathbf{k}}{m} + U\right)F = -\frac{\hat{p}^2}{2m}F \tag{2}$$

пренебрегаем второй производной F в правой части (2). В результате получаем уравнение первого порядка

$$\mathbf{n}\hat{\mathbf{p}}F = -i\frac{\partial F}{\partial z} = -\frac{mU}{k}F, \tag{3}$$

решение которого имеет вид

$$F(\mathbf{r}) = \exp\left(-i\frac{m}{k}\int_{-\infty}^{z} dz' U(\mathbf{r}_\perp, z')\right) = \tag{4}$$

$$= \exp\left(-i\int_{-\infty}^{z}\frac{dz'}{v}U(\mathbf{r}_\perp, z')\right),$$

где $\mathbf{r}_\perp$ — компонента вектора $\mathbf{r}$, ортогональная оси z. Рассмотрим аналогичное приближение для нестационарного уравнения Шредингера

$$\left(\frac{\hat{p}^2}{2m} + U(\mathbf{r}, t)\right)\psi = i\frac{\partial}{\partial t}\psi. \tag{5}$$

Ищем решение в виде

$$\psi(\mathbf{r}, t) = e^{ikz - i\frac{k^2}{2m}t}F(\mathbf{r}, t). \tag{6}$$

Подставляя (6) в (5), получаем

$$\left(\frac{(\hat{\mathbf{p}} + \mathbf{k})^2}{2m} + U\right)F = \left(\frac{k^2}{2m} + i\frac{\partial}{\partial t}\right)F, \tag{7}$$

$$\left(\frac{\hat{\mathbf{p}}\mathbf{k}}{m} - i\frac{\partial}{\partial t} + U\right)F = \frac{\hat{p}^2}{2m}F. \tag{8}$$

Как и в стационарном варианте, заменяем правую часть на 0. Остается

$$\left(-iv\frac{\partial}{\partial z} - i\frac{\partial}{\partial t} + U(\mathbf{r}, t)\right)F = 0. \tag{9}$$

Вводим вместо (z, t) новые переменные $(\xi(z, t), \tau(z, t))$, т.е.

$$z = z(\xi, \tau) = f(\xi, \tau), \quad t = t(\xi, \tau) = u(\xi, \tau), \tag{10}$$

так, чтобы выполнялось равенство

$$v\frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial t} = v\frac{\partial}{\partial \xi}. \tag{11}$$

Тогда вместо (9) получаем

$$\left(-iv\frac{\partial}{\partial \xi} + U(\mathbf{r}_\perp, f(\xi, \tau), u(\xi, \tau))\right) \times$$
$$\times F(\mathbf{r}_\perp, f(\xi, \tau), u(\xi, \tau)) = 0.$$

Решение этого уравнения

$$F(\mathbf{r}_\perp, z, t) = \exp\Bigg(-i\int_{-\infty}^{\xi(z,t)}\frac{d\xi'}{v} \times \tag{12}$$
$$\times U\left(\mathbf{r}_\perp, f(\xi', \tau(z, t)), u(\xi', \tau(z, t))\right)\Bigg).$$

Из (11) следует, что

$$v\frac{\partial \xi}{\partial z} + \frac{\partial \xi}{\partial t} = v, \quad v\frac{\partial \tau}{\partial z} + \frac{\partial \tau}{\partial t} = 0, \tag{13}$$

откуда находим связь переменных (ξ, τ) и (z, t)

$$\xi = \xi(z, t) = \frac{1}{2}(z + vt), \quad \tau = \tau(z, t) = t - z/v.$$

Решая данную систему относительно (z, t), имеем

$$z = f(\xi, \tau) = \xi - \frac{v\tau}{2}, \quad t = u(\xi, \tau) = \frac{\xi}{v} + \frac{\tau}{2}. \tag{14}$$

Подстановка этих соотношений в (12) дает

$$F(\mathbf{r}_\perp, z, t) = \exp\Bigg(-i\int_{-\infty}^{\frac{1}{2}(z+vt)}\frac{d\xi'}{v} \times \tag{15}$$
$$\times U\left(\mathbf{r}_\perp, f(\xi', t - z/v), u(\xi', t - z/v)\right)\Bigg).$$

Отсюда после замены $\xi' = z' + \dfrac{vt - z}{2}$ и элементарных упрощений окончательно получаем нестационарное приближение эйконала для волновой функции

$$F(\mathbf{r}_\perp, z, t) = \exp\Bigg(-i\int_{-\infty}^{z}\frac{dz'}{v} \times \tag{16}$$
$$\times U\left(\mathbf{r}_\perp, z', t - \frac{1}{v}(z - z')\right)\Bigg) =$$
$$= \exp\left(-i\Phi(\mathbf{r}_\perp, z, t)\right).$$

Легко видеть, что волновая функция непосредственно зависит от значения потенциала в момент прохождения частицы через него.

Очевидно, что в стационарном случае, т.е. при $U(\mathbf{r}_\perp, z, t) = U(\mathbf{r}_\perp, z)$, из (16) получается стандартная формула (4).

3. ОСЦИЛЛИРУЮЩАЯ ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ СТЕНКА

В экспериментах, описанных в [1] и [2], образец, представляющий собой плоскопараллельную пластинку толщины d, осциллирует с частотой ω в направлении нейтронного пучка, которое ортогонально плоскости пластинки. Потенциальная энергия взаимодействия нейтрона с такой прямоугольной стенкой определяется нейтронно-оптическим потенциалом и равна:

$$U(\mathbf{r}_\perp, z, t) = V(z - s(t)), \tag{17}$$
$$V(z) = V_0\vartheta(0 < z < d),$$
$$s(t) = s_0\sin\omega t,$$

где $\vartheta(y)$ — функция Хэвисайда. Величину потенциала V_0 мы считаем вещественной, т.е. поглощение нейтронов в образце не рассматривается. Из (16) имеем

$$\Phi(\mathbf{r}_\perp, z, t) = \tag{18}$$

$$= \int_{-\infty}^{z} \frac{dz'}{v} U\left(\mathbf{r}_\perp, z', t - \frac{1}{v}(z - z')\right) =$$

$$= V_0 \int_{-\infty}^{z} dz' \vartheta\left(0 < z' - s\left(t - \frac{z - z'}{v}\right) < d\right) =$$

$$= \Phi(z, t).$$

Далее удобно использовать поток импульса нейтронов, равный стандартному потоку, умноженному на массу нейтрона. В точке $\mathbf{r}$ он имеет только z-компоненту, равную

$$j = \frac{i}{2}\left|\nabla_z \psi^*(\mathbf{r}, t)\psi(\mathbf{r}, t) - \psi^*(\mathbf{r}, t)\nabla_z \psi(\mathbf{r}, t)\right| =$$

$$= k - \frac{d}{dz}\Phi(z, t) =$$

$$= k - \frac{1}{v} V_0 \vartheta(0 < z - s(t) < d) -$$

$$- \frac{1}{v} V_0 \int_{-\infty}^{z} dz' \nabla_z \vartheta\left(0 < z' - s\left(t - \frac{z - z'}{v}\right) < d\right).$$

Поток на детекторе, расположенном в $z > d + s_0$

$$j = k + \frac{1}{v^2} V_0 \int_{-\infty}^{z} dz' \nabla_t \times \tag{19}$$

$$\times \vartheta\left(0 < z' - s\left(t - \frac{z - z'}{v}\right) < d\right) =$$

$$= k - \frac{V_0}{v^2} \int_{-\infty}^{z} dz' \left[\delta\left(z' - s\left(t - \frac{z - z'}{v}\right)\right) -\right.$$

$$\left. - \delta\left(z' - d - s\left(t - \frac{z - z'}{v}\right)\right)\right] \nabla_t s\left(t - \frac{z - z'}{v}\right).$$

В эксперименте [1, 2] максимальная скорость движения образца много меньше скорости нейтрона, т.е. $\omega s_0/v \ll 1$. Вычислим интегралы в (19) в главных порядках по этому малому параметру. Обозначим

$$I = \int_{-\infty}^{z} dz' \delta\left(z' - s\left(t - \frac{z - z'}{v}\right)\right) \times$$

$$\times \frac{d}{dt} s\left(t - \frac{z - z'}{v}\right).$$

Сделаем замену переменной $h = t - \dfrac{z - z'}{v}$. Тогда

$$I = \int_{-\infty}^{t} v dh \delta(vh - vt + z - s(h)) \frac{d}{dh} s(h) = \tag{20}$$

$$= v \frac{s'(h_0)}{v - s'(h_0)},$$

где h_0 определяет нули δ-функции: $h_0 = t - \dfrac{z}{v} + \dfrac{s(h_0)}{v}$. В первом приближении

$$h_0 = t - \frac{z}{v} + \frac{s_0}{v}\sin\omega(t - z/v).$$

Тогда

$$s'(h_0) = s_0\omega\cos\omega\left(t - \frac{z}{v} + \frac{s_0}{v}\sin\omega(t - z/v)\right) \approx$$

$$\approx s_0\omega\left[\cos\omega\left(t - \frac{z}{v}\right) - \frac{s_0\omega}{v}\sin^2\omega\left(t - \frac{z}{v}\right)\right].$$

Подставляя данное выражение в (20), имеем

$$I = v s_0 \omega \frac{\cos\omega\left(t - \frac{z}{v}\right) - \frac{s_0\omega}{v}\sin^2\omega\left(t - \frac{z}{v}\right)}{v - s_0\omega\cos\omega\left(t - \frac{z}{v}\right)} \approx$$

$$\approx s_0\omega\left(\cos\omega\left(t - \frac{z}{v}\right) + \frac{s_0\omega}{v} \times\right.$$

$$\left.\times\left[\cos^2\omega\left(t - \frac{z}{v}\right) - \sin^2\omega\left(t - \frac{z}{v}\right)\right]\right).$$

Вычисляя аналогично второй интеграл в (19), получаем

$$j = k - \frac{V_0}{v^2} s_0\omega\left(\cos\omega\left(t - \frac{z}{v}\right) -\right.$$

$$\left. - \cos\omega\left(t - \frac{z - d}{v}\right)\right) + \frac{V_0}{v^3} s_0^2\omega^2 \times$$

$$\times\left(\cos^2\omega\left(t - \frac{z}{v}\right) - \cos^2\omega\left(t - \frac{z - d}{v}\right) +\right.$$

$$\left. + \sin^2\omega\left(t - \frac{z - d}{v}\right) - \sin^2\omega\left(t - \frac{z}{v}\right)\right).$$

Из соотношений (6) и (16) следует, что $|\psi(\mathbf{r}, t)|^2 = 1$. Поэтому изменение потока $\Delta j = j - k$ в (19) равно изменению Δk среднего по ансамблю импульса нейтрона в точке z, а соответствующее изменение его энергии может быть оценено как

$$\Delta E = v\Delta k = \Delta E_1 + \Delta E_2 = \tag{21}$$

$$= -\frac{2V_0 s_0\omega}{v}\sin\frac{\omega d}{2v}\sin\omega\left(t - \frac{z - d/2}{v}\right) -$$

$$- \frac{2V_0}{\nu^2} s_0^2\omega^2 \sin\frac{\omega d}{2\nu}\sin 2\omega\left(t - \frac{z - d/2}{\nu}\right).$$

Для определения же реального распределения по энергии в потоке прошедших частиц должна использоваться волновая функция (6) с учетом (16) и теория того прибора, который применяется для данного измерения.

Если $\frac{\omega d}{2v} \ll 1$, то из (21) следует

$$\Delta E_1 = -V_0 \frac{s_0 \omega^2 d}{v^2} \sin\omega\left(t - \frac{z - d/2}{v}\right), \quad (22)$$

$$\Delta E_2 = -\frac{2V_0 s_0^2 \omega^3 d}{v^3} \sin 2\omega\left(t - \frac{z - d/2}{v}\right). \quad (23)$$

В работе [2] для этих же условий, но в рамках классического приближения для изменения энергии было получено выражение

$$\Delta E_F = -m s_0 \omega^2 d \frac{1-n}{n} \sin\omega t,$$

где n — показатель преломления. Учитывая, что

$$1 - n = 1 - \left(1 - \frac{V_0}{mv^2/2}\right)^{1/2} \approx \frac{V_0}{mv^2},$$

имеем

$$\Delta E_F = -m s_0 \omega^2 d \frac{V_0}{mv^2} \sin\omega t = \quad (24)$$
$$= -s_0 \frac{\omega^2 d}{v^2} V_0 \sin\omega t,$$

что совпадает с (22) с точностью до фазы. При выводе величины эффекта в [2] фаза не отслеживалась, а необходимость измерения фазы осцилляции в экспериментах [1, 2] была обусловлена поглощением в образце, которое в нашем выводе игнорировалось. Выражение (23) дает поправку к данному результату следующего порядка малости по $\omega s_0/v \ll 1$.

4. СРАВНЕНИЕ ЭЙКОНАЛЬНОГО РЕЗУЛЬТАТА С БОРНОВСКИМ ПРИБЛИЖЕНИЕМ

Формула (16) работает в области мишени и около нее. Для продолжения результата на любые расстояния можно поступить аналогично тому, что делают в стационарном варианте: подставить в правую часть точного соотношения

$$\psi = e^{-iH_0(t-t_0)}\psi_0 - \quad (25)$$
$$- i\int\limits_{t_0}^{t} dt' e^{-iH_0(t-t')} U(t')\psi(t')$$

эйкональное приближение $\psi_e(\mathbf{r}, t') = \exp\Big(ikz - i\frac{k^2}{2m}t' - i\Phi(\mathbf{r}_\perp, z, t')\Big)$ вместо $\psi(t')$.

Однако интересен следующий вопрос: воспроизводят ли формулы (6), (16) борновское приближение в общей области применимости?

В стационарной теории для амплитуды рассеяния в методе эйконала [8] получено:

$$f(\mathbf{q}) = \frac{k}{2\pi i}\int d^2\rho e^{i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho}} \times \quad (26)$$
$$\times \left(\exp\left(-i\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dz'}{v} U(\boldsymbol{\rho}, z')\right) - 1\right).$$

При этом правильная формула для амплитуды рассеяния (т.е. в зоне Фраунгофера) в борновском приближении получается простым разложением $f(\mathbf{q})$ в ряд по U, а вопрос о совпадении эйконального приближения ψ_e с борновским в окрестности мишени (т.е. в зоне Френеля) не ставится. Для нас он важен как проверочный для новых формул нестационарного эйконального приближения. Решить его на основе уравнения (25) нельзя, поскольку в борновском приближении оно очевидно правильно и ничего не говорит о $\psi_e(t')$.

В борновском приближении из (25) следует:

$$\psi = e^{-iH_0(t-t_0)}\psi_0 - i\int\limits_{t_0}^{t} dt' e^{-iH_0(t-t')} \times \quad (27)$$
$$\times U(t') e^{-iH_0(t'-t_0)}\psi_0 + O(U^2).$$

Выберем начальное условие в виде

$$\psi_0(\mathbf{r}) = \exp(ikz), \quad E_0 = \frac{k^2}{2m}. \quad (28)$$

Пропагатор свободного движения

$$G_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t) = \left\langle \mathbf{r} \left| e^{-iH_0 t} \right| \mathbf{r}' \right\rangle = \quad (29)$$
$$= \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} e^{-i\frac{p^2 t}{2m} + i\mathbf{p}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')} =$$
$$= \left(\frac{m}{2\pi(\varepsilon + it)}\right)^{3/2} e^{-m(\mathbf{r}-\mathbf{r}')^2/(2(\varepsilon+it))},$$

где $\varepsilon \to +0$. Подставляя (29) в (27), в координатном представлении имеем:

$$\psi(\mathbf{r}) = e^{-iE_0(t-t_0)+ikz} - i\int d^3r' \times \quad (30)$$
$$\times \int\limits_{t_0}^{t} dt' G_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t') U(\mathbf{r}', t') e^{-iE_0(t'-t_0)+ikz'} =$$
$$= e^{-iE_0(t-t_0)+ikz}\Bigg[1 - i\int d^3r' \times$$
$$\times \int\limits_{t_0}^{t} dt' G_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t') \times$$

$$\left.\times U(\mathbf{r}',t')e^{iE_0(t-t')+ik(z'-z)}\right] =$$

$$= e^{ikz - i\frac{k^2}{2m}(t-t_0)}F_B(\mathbf{r},t).$$

Таким образом, в борновском приближении при $t_0 \to -\infty$ получаем:

$$F_B(\mathbf{r},t) = 1 - i\int d^3r' \int\limits_0^\infty ds G_0(\mathbf{r}',s) \times \tag{31}$$

$$\times U(\mathbf{r}-\mathbf{r}',t-s)e^{iE_0 s - ikz'} = 1 - i\Phi_B(\mathbf{r},t).$$

Эта формула верна на любых расстояниях, тогда как (16) работает только при $r \ll ka^2$, где a — размер мишени. Для выяснения вопроса о том, совпадают ли формулы (16) и (31) в общей области применимости, учтем, что

$$G_0(\mathbf{r}',s)e^{iE_0 s - ikz'} = \left(\frac{m}{2\pi\,(\varepsilon + is)}\right)^{3/2} \times \tag{32}$$

$$\times \exp\left(\frac{im\left(\mathbf{r}'^2_\perp + (z'-vs)^2\right)}{2s}\right) =$$

$$= G_0(\mathbf{r}'_\perp, z'-vs, s).$$

Теперь с учетом (31) и (32) получаем, что

$$\Phi_B(\mathbf{r},t) = \int d^3r' \int\limits_0^\infty ds \left(\frac{m}{2\pi\,(\varepsilon + is)}\right)^{3/2} \times \tag{33}$$

$$\times \exp\left(\frac{im\left(\mathbf{r}'^2_\perp + (z'-ks/m)^2\right)}{2\,(s-i\varepsilon)}\right) U(\mathbf{r}-\mathbf{r}',t-s).$$

Выделим главный порядок по $(ka)^{-1} = (mva)^{-1}$. Пусть

$$U(\mathbf{r},t) = U_1\left(\frac{\mathbf{r}}{a},t\right) = U_1\left(\frac{\mathbf{r}_\perp}{a},\frac{z}{a},t\right). \tag{34}$$

Подставляя (34) в (33) и выполняя замену переменных $\mathbf{r}' = a\mathbf{r}''$ и $s = \dfrac{a\tau}{v}$, с учетом $v = k/m$, получаем

$$\Phi_B(\mathbf{r},t) = a^4 \int d^3r'' \int\limits_0^\infty \frac{d\tau}{v}\left(\frac{vm}{2\pi\,(\varepsilon + ia\tau)}\right)^{3/2} \times$$

$$\times \exp\left(\frac{ima^2\left(\mathbf{r}''^2_\perp + (z''-\tau)^2\right)}{2\frac{a}{v}\,(\tau - i\varepsilon)}\right) \times$$

$$\times U_1\left(\frac{\mathbf{r}_\perp}{a} - \mathbf{r}''_\perp, \frac{z}{a} - z'', t - \frac{a\tau}{v}\right).$$

Выполнив еще одну замену переменной $\mathbf{r}' = \sqrt{ka}(\mathbf{r}''_\perp, z''-\tau)$, получим

$$\Phi_B(\mathbf{r},t) = \frac{a^{5/2}v^{1/2}m^{3/2}}{(ka)^{3/2}}\int d^3r' \times \tag{35}$$

$$\times \int\limits_0^\infty d\tau \left(\frac{1}{2\pi\,(\varepsilon + i\tau)}\right)^{3/2} \exp\left(\frac{i\mathbf{r}'^2}{2\,(\tau - i\varepsilon)}\right) \times$$

$$\times U_1\left(\frac{\mathbf{r}_\perp}{a} - \frac{\mathbf{r}'_\perp}{(ka)^{1/2}}, \frac{z}{a} - \frac{z'}{(ka)^{1/2}} - \tau, t - \frac{a\tau}{v}\right).$$

Раскладывая потенциал по малому параметру $(ka)^{-1/2}$, получаем

$$\Phi_B(\mathbf{r},t) = \frac{a}{v} \times \tag{36}$$

$$\times \left(\int\limits_0^\infty d\tau U_1\Big(\frac{\mathbf{r}_\perp}{a}, \frac{z}{a} - \tau, t - \frac{a\tau}{v}\Big) + O\left((ka)^{-1}\right)\right) =$$

$$= \int\limits_{-\infty}^z \frac{dz'}{v} U\left(\mathbf{r}_\perp, z', t - \frac{z-z'}{v}\right)\left(1 + O\left((ka)^{-1}\right)\right).$$

Подставляя полученное выражение в (31), в главном порядке по малому параметру $(ka)^{-1/2}$ имеем

$$F_B(\mathbf{r},t) = 1 - i\int\limits_{-\infty}^z \frac{dz'}{v} U\Big(\mathbf{r}_\perp, z', t - \frac{z-z'}{v}\Big). \tag{37}$$

Это выражение в главном порядке по U совпадает с (16).

Проведем аналогичные выкладки в стационарном случае. Эйкональное решение в области мишени

$$\psi\,(\mathbf{r}) = e^{ikz}F(\mathbf{r},k), \tag{38}$$

$$F(\mathbf{r},k) = \exp\left(-i\int\limits_{-\infty}^z \frac{dz'}{v}U(\mathbf{r}_\perp, z')\right).$$

В борновском приближении

$$\psi_B\,(\mathbf{r}) = e^{ikz} - \frac{m}{2\pi}\int d^3r' \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}U(\mathbf{r}')e^{ikz'} = \tag{39}$$

$$= e^{ikz}\left[1 - \frac{m}{2\pi}\int d^3r' \frac{e^{ikr'}}{r'}U(\mathbf{r}-\mathbf{r}')e^{-ikz'}\right].$$

Экспоненты выделяют область размером k^{-1} вблизи $r' = z'$ и $r'_\perp = 0$, определяющую значение интеграла. Поэтому для $\mathbf{r}$ вблизи мишени имеем

$$\psi_B\,(\mathbf{r}) \approx e^{ikz} \times \tag{40}$$

$$\times \left[1 - \frac{m}{2\pi}\int dz' U(\mathbf{r}_\perp, z - z')e^{-ikz'} \int d^2 r'_\perp \frac{e^{ikr'}}{r'}\right].$$

Используя выражение для пропагатора в импульсном представлении, получаем

$$\int d^2 r'_\perp \frac{e^{ikr'}}{r'} = 4\pi \int \frac{dp}{2\pi} \frac{e^{ipz}}{p^2 - k^2 - i\varepsilon} = 4\pi \frac{i}{2k} e^{ik|z|}.$$

Подставляя данное выражение в (40), имеем

$$\psi_B(\mathbf{r}) = e^{ikz} \times \tag{41}$$

$$\times \left[1 - 2m\int dz' \frac{i}{2k} e^{ik|z'| - ikz'} U(\mathbf{r}_\perp, z - z')\right] =$$

$$= e^{ikz}\left[1 - i\int\limits_{-\infty}^{z} \frac{dz'}{v} U(\mathbf{r}_\perp, z') + O\left((ka)^{-1}\right)\right],$$

что соответствует (38).

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Хотя наличие эффекта ускоряющегося вещества на данный момент не вызывает сомнений, изучение его природы продолжается, планируются новые эксперименты. В работе [10] на основе принципа эквивалентности сформулирована гипотеза о более общем характере эффекта. Полученные в данной работе решения дают первое аналитическое описание ЭУВ на основе квантовой механики, что позволяет лучше понять природу явления. Данный подход может быть использован для анализа более сложных экспериментов, например, для предсказания влияния поперечных пучку ускорений, когда образцом служит не плоскопараллельная пластина, а специально профилированная мишень.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А. И. Франк, П. Гелтенборт, М. Жентшель, Д. В. Кустов, Г. В. Кулин, В. Г. Носов, А. Н. Стрепетов, ЯФ **71**, 1686 (2008) [Phys. At. Nucl. **71**, 1656 (2008)].
2. А. И. Франк, ЭЧАЯ **47**, 1192 (2016) [Phys. Part. Nucl. **47**, 647 (2016)].
3. F. V. Kowalski, Phys. Lett. A **182**, 335 (1993).
4. В. Г. Носов, А. И. Франк, ЯФ **61**, 686 (1998) [Phys. At. Nucl. **61**, 613 (1998)].
5. M. A. Zakharov, G. V. Kulin, and A. I. Frank, Eur. Phys. J. D **75**, 47 (2021).
6. K. Tanaka, Phys. Rev. A **25**, 385 (1982).
7. Ю. П. Брагинец, Я. А. Бердников, В. В. Федоров, И. А. Кузнецов, М. В. Ласица, С. Ю. Семенихин, Е. О. Вежлев, В. В. Воронин, ЯФ **80**, 39 (2017) [Phys. At. Nucl. **80**, 38 (2017)].
8. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика* (Физматлит, Москва, 2019).
9. Ф. С. Джепаров, Д. В. Львов, Письма в ЖЭТФ **72**, 518 (2000) [JETP Lett. **72**, 360 (2020)].
10. А. И. Франк, УФН **190**, 539 (2020) [Phys. Usp. **63**, 500 (2020)].

PASSAGE OF NEUTRONS THROUGH A SAMPLE OSCILLATING ALONG THE BEAM

F. S. Dzheparov[1),2)], D. V. Lvov[1),2)], A. I. Frank[3)]

[1)] Kurchatov Complex for Theoretical and Experimental Physics NRC "Kurchatov Institute", Moscow, Russia
[2)] National Research Nuclear University MEPhI, Moscow, Russia
[3)] Frank Laboratory of Neutron Physics, Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russia

The passage of thermal neutrons through a plane-parallel plate performing periodic oscillations along the neutron beam is considered. To analyze the process, a nonstationary eikonal approximation is constructed. The eikonal result is compared with the Born approximation. An analytical expression for the flux of transmitted neutrons is obtained.