= ЯДРА =

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗБУЖДЕННЫХ СОСТОЯНИЙ ¹³С В РАССЕЯНИИ АЛЬФА-ЧАСТИЦ

© 2023 г. С. А. Гончаров¹⁾, А. С. Демьянова^{2)*}, А. Н. Данилов²⁾, В. И. Старостин^{2),3)}, Т. Л. Беляева⁴⁾, В. Трзаска⁵⁾, Н. Буртебаев^{6),7)}, М. Насурлла^{6),7)}, Ю. Б. Гуров^{3),8)}

Поступила в редакцию 13.09.2022 г.; после доработки 13.09.2022 г.; принята к публикации 15.09.2022 г.

Проведен теоретический анализ имеющихся экспериментальных данных по упругому и неупругому рассеянию $\alpha + {}^{13}C$ в области энергий до 90 МэВ. Получены параметры полумикроскопического потенциала в рамках дисперсионной оптической модели (SMDOM). Найденные потенциалы использованы при анализе в рамках метода искаженных волн недавно измеренных нами данных по неупругому рассеянию при энергиях 65 и 90 МэВ. Экспериментальные данные для состояний 3.68 и 7.55 МэВ представлены впервые. Состояния 3.68 и 7.55 МэВ рассмотрены в предположении принадлежности вращательной полосе основного состояния в рамках стандартной вращательной модели. Получено удовлетворительное описание угловых распределений, и определены значения длин деформации. Для остальных возбуждений до энергий 11 МэВ использован моделируемый феноменологический формфактор. Проведенный анализ подтвердил наличие нейтронного гало в состоянии 3.09 МэВ. Сходство формы полученных неупругих формфакторов для состояний 8.86, 10.996 и 11.08 МэВ, а также близость их радиусов дают основание полагать, что ядро 13 С во всех трех состояниях имеет увеличенные размеры и схожую структуру. Сравнение радиальных зависимостей формфакторов для состояний 9.90 и 8.86 МэВ показывает, что волновая функция состояния 9.90 МэВ имеет существенно меньшую пространственную протяженность. Полученные результаты согласуются с величинами радиусов обсуждаемых состояний, определенными в рамках Модифицированной дифракционной модели.

DOI: 10.31857/S004400272301021X, EDN: RBRNJU

1. ВВЕДЕНИЕ

¹³С является хорошим примером "нормального" ядра, хорошо описываемого в рамках оболочечной модели. Состояния с отрицательной четностью определяются различными конфигурациями девяти нуклонов в *p*-оболочке. Состояния положительной четности с нуклоном в *sd*-оболочке хорошо описы-

- ⁵⁾JYFL, Department of Physics, University of Jyvaskyla, FI-40014 Jyvaskyla, Finland.
- ⁶⁾Институт ядерной физики Национального ядерного центра Республики Казахстан, Алматы, Республика Казахстан.
- ⁷⁾Аль-Фараби национальный университет, Алматы, Республика Казахстан.
- ⁸⁾Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия.

ваются его связью с основным и первым возбужденным состояниями ядра ¹²С. Некоторые альфакластерные состояния появляются при более высоких энергиях возбуждения в области соответствующих порогов. Таким образом, схема уровней ¹³С надежно определяется до энергий возбуждения ~10 МэВ и подробно описана в [1].

Однако некоторые новые идеи и результаты возродили интерес к ¹³С. Наиболее амбициозной среди них выступает гипотеза о возможном существовании альфа-частичного Бозе-конденсата (αBEC) в легких ядрах [2, 3]. Ожидается, что соответствующие ядерные состояния представляют собой разреженные системы практически невзаимодействующих альфа-частиц с нулевым моментом относительного движения и расположены вблизи порогов развала на альфа-частицы $A \to n\alpha$. Некоторые свойства таких конденсатных структур были предсказаны в [2, 3] и экспериментально наблюдались в [4-6] во втором возбужденном состоянии ${}^{12}\text{C0}_{2}^{+}, E^{*} = 7.65 \text{ МэВ, так называемом состоянии}$ Хойла. Ожидается [7-10], что аналоги состояния Хойла проявятся в некоторых соседних ядрах, например, в ¹³С. В этом случае ожидается, что

¹⁾Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия.

²⁾Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", Москва, Россия.

³⁾Национальный исследовательский ядерный университет "МИФИ", Москва, Россия.

⁴⁾Universidad Autónoma del Estado de México, Toluca, México.

^{*}E-mail: a.s.demyanova@bk.ru

73

валентный нейтрон связан с кором, представленным состоянием Хойла. Соответствующие состояния $1/2^-$ и $1/2^+$, расположенные вблизи порога 12 С, $(0_2^+) + n$ (12.60 МэВ), могут иметь признаки такой кластерной конфигурации. Наиболее ярким признаком того, что такая экзотическая структура существует, является увеличенный размер ядра в этих состояниях.

Ямада и Фунаки [9, 10] предсказали, что в трех состояниях: $1/2_2^-, 1/2_3^-$ и $1/2_4^-$, среднеквадратичные радиусы превышают среднеквадратичный радиус в основном состоянии на 0.6-0.8 Фм. Кавабата с коллегами [7, 8] наблюдали сильные монопольные переходы в неупругом рассеянии ${}^{13}\text{C} + \alpha$ с возбуждением этих 1/2- состояний с энергиями возбуждения $E_x = 8.86, 11.08$ и 12.5 МэВ соответственно. Два разреженных кластерных состояния, $1/2_2^+$ и $1/2_3^+$ с $R_{\rm rms} = 4.0$ и 5.4 Фм соответственно, также были предсказаны в [9, 10] вблизи порога $3\alpha + n$ и в принципе могут быть соотнесены с известными состояниями 11.00 и 12.14 МэВ. Ожидается, что последнее будет обладать яркими признаками альфа-конденсации. В одной из своих последних работ [11] Ямада и Фунаки предположили, что конфигурация состояний $1/2^-$ не имеет доминирующей ${}^{12}{
m C}({
m X}$ ойл)+n компоненты, а ближе к конфигурации ${}^{9}\mathrm{Be} + \alpha$. То же относится и к состояниям $1/2_2^+$, $1/2_3^+$ и $1/2_4^+$. И только состояние $1/2_5^+$, которое экспериментально еще не наблюдалось, а по расчетам находится в районе 15 МэВ, может рассматриваться как альфа-конденсатное состояние [11]. По расчетам радиус в этом состоянии огромен, ~4 Фм, а вероятность конденсатной конфигурации $(0S)^3_{\alpha}(S)_n$ порядка 52%.

Аналогичный поиск возможных аналогов состояния Хойла был осуществлен в рамках метода антисимметризованной молекулярной динамики (АМД) [12]. Была рассмотрена внутренняя структура возбужденных 1/2-- и 1/2+ состояний. Показано, что для состояний $1/2^-_2$ и $1/2^+_3$, представляющих дублет, свойственна структура ${}^9\mathrm{Be} + \alpha$. По предсказаниям метода АМД состояния $1/2^-_3$, $1/2^-_4$ и $1/2^-_5$ имеют конфигурацию $3\alpha + n$, но не могут быть аналогами Хойла из-за микса конфигураций ${}^{12}\mathrm{C}(0^+_2)0p_{1/2}$ и ${}^{12}\mathrm{C}(0^+_2)0p_{3/2}$ и малости S-фактора в первой. Отсутствие аналогов состояния Хойла в этом случае, по мнению авторов, объясняется сильным $\alpha - n$ -взаимодействием в случае P-волны. Возможным аналогом Хойла было признано состояние $1/2^+_2$, расположенное по расчетам в районе 15.4 МэВ и имеющее вероятность нахождения конденсатной конфигурации 64%. Соответствующее экспериментальное состояние расположено в районе 11 МэВ. Мы надеемся, что данное состояние можно наблюдать экспериментально.

Альфа-кластеризация в возбужденных состояниях ¹³С анализировалась и с другой точки зрения. Милин и фон Эрцен [13] предположили существование двух вращательных полос, построенных на состояниях $3/2^{-}_{2}$, 9.90 МэВ, и еще не обнаруженном 3/2⁺ соответственно. Эти полосы рассматривались как дублет четности кластерной структуры ⁹Be(g.s.) + α . Фурутачи и Кимура [14] предложили две вращательные полосы $K^{\pi} = 3/2^{-1}$ с большим моментом инерции вблизи порога 3α + + n (12.2 МэВ). Ожидается, что одна из них будет иметь линейную 3α -конфигурацию (см. также [15]) и может быть отождествлена с полосой, основанной на состоянии 9.90 МэВ. Предсказано [14], что радиусы в состояниях-членах этой полосы будут увеличены ($R_{\rm rms} \sim 3.2 - 3.3 \, \Phi$ м).

Спектр ¹³С также может иметь разреженные состояния другого типа. Вскоре после открытия нейтронного гало в основных состояниях некоторых ядер вблизи границы нейтронной стабильности было высказано предположение [16], что подобные структуры могут быть обнаружены также в возбужденных состояниях. Наиболее очевидным кандидатом было названо состояние $1/2^+$, 3.09 МэВ в ¹³С, и некоторые экспериментальные доказательства существования гало в этом состоянии были получены [17, 18] на основе анализа реакции ${}^{12}C(d,p){}^{13}C$.

Наша группа также активно изучала состояния ¹³С в рамках развиваемого нами метода Модифицированной дифракционной модели (МДМ) [19]. Первое применение МДМ [20] к существующим довольно скудным экспериментальным данным по альфа- и ³Не-рассеянию на ¹³С показало, что состояния 1/2⁺, 3.09 и 1/2⁻, 8.86 МэВ действительно имеют увеличенные радиусы. Отсутствие экспериментальных данных привело к необходимости проведения собственных экспериментов по рассеянию альфа-частиц на ¹³С при 65 и 90 МэВ [21-23]. Оба эксперимента были выполнены на циклотроне К130 Университета города Ювяскула, Финляндия с использованием большой камеры рассеяния. Новые экспериментальные данные позволили с уверенностью сделать выводы о том, что низколежащие состояния ¹³С представляют несколько типов структур. Первое возбужденное состояние $1/2_1^+$, 3.09 МэВ — это состояние с нейтронным гало [21, 22]. Состояния $1/2_2^-$, 8.86 и 1/23, 11.08 МэВ — альфа-кластерные состояния с увеличенными радиусами, возможные аналоги состояния Хойла [21, 22, 24]. Полученные радиусы

для этих состояний в пределах ошибок совпали с радиусом для состояния Хойла [19].

Довольно неожиданный результат был получен для состояния 3/2-, 9.90 МэВ. Оказалось, что это компактное состояние с радиусом примерно на 10% меньше радиуса основного состояния [21-23]. При этом в работе [14] разреженная структура для этого состояния была предсказана с увеличенным радиусом больше 3 Фм. В работах [13, 14] выдвинуты предположения о вращательной структуре этого состояния и возможности формирования вращательной полосы на нем. В работе [25] была рассмотрена внутренняя структура этого состояния и показано, что состояние имеет кластерную структуру ${}^{9}\text{Be}(3/2_{1}^{-}) + \alpha$. Полученный в рамках МДМ уменьшенный радиус не противоречит этому. Мы также рассмотрели изобар-аналоговое состояние в ¹³N, состояние 9.48 МэВ [24] и получили в рамках МДМ радиус, в пределах ошибок совпадающий с радиусом основного состояния. Но следует отметить довольно большую ошибку полученного результата. Поэтому необходимы дополнительные исследования этого вопроса.

Следует отметить, что при рассмотрении возбужденных состояний ¹³С мы не обнаружили признаки возможных вращательных полос. В [26] было высказано предположение, что на состоянии Хойла может быть построена вращательная полоса. Возникает резонный вопрос о существовании врашательных полос на аналогах состояния Хойла в ¹³С. В работе [27] в рамках нового типа симметрии D'_{3h} была предсказана вращательная природа для целой группы низколежащих состояний ¹³С. Ранее в работе [26] аналогичный тип симметрии D_{3h} был предсказан для ядра ¹²С. В [27] для ¹³С были предложены шесть вращательных полос, т.е. практически все низколежащие состояния ¹³С были распределены по полосам. В случае подтверждения этой гипотезы наши представления о структуре ¹³С кардинально изменятся.

Таким образом, несмотря на обилие экспериментальных и теоретических исследований ¹³С, остаются открытые вопросы по внутренней структуре части состояний. Это привело нас к необходимости всестороннего теоретического анализа существующих экспериментальных данных. В настоящей работе приведены результаты Метода искаженных волн (DWBA) анализа наших экспериментальных данных по рассеянию альфа-частиц на ¹³С при энергиях 65 и 90 МэВ [21–24]. Расчеты методом DWBA проведены с помощью программ FRESCO [28] и DWUCK4 [29].

2. ЭКСПЕРИМЕНТ

Эксперименты были выполнены при двух энергиях 65 [21] и 90 МэВ [22, 23] на циклотроне К130 университета города Ювяскула (Финляндия) с использованием большой камеры рассеяния.

В качестве мишеней были использованы самоподдерживающиеся пленки ¹³С толщиной 0.3 мг/см². Единственными примесями в мишенях были ¹²С и ¹⁶О, их общее содержание не превышало 2% и не оказывало существенного . влияния на состояния ¹³С. Для того чтобы получить требуемое разрешение 200-250 кэВ, перед экспериментами проводилась монохроматизация пучка, что позволило уменьшить разброс пучка в 2—3 раза. Рассеянные альфа-частицы регистрировались стандартной $\Delta E - E$ -методикой. В качестве ΔE -детекторов использовались тонкие детекторы с толщинами 100, 250 и 380 микрон. Все Е-детекторы были толшиной 3.6 мм. Одновременно использовалось четыре телескопа, которые размещались в плоскости реакции под разными углами. Телескопы перемещались после каждого выхода, в результате полный измеряемый угловой диапазон составил 5°-72° в лабораторной системе для эксперимента при 65 МэВ и 6°-40° для эксперимента при 90 МэВ. В ходе эксперимента накапливались файлы последовательных событий, которые обрабатывались офлайн.

Экспериментальные спектры включают энергетический диапазон до энергий возбуждения ~12 МэВ. Типичные спектры обоих экспериментов приведены на рис. 1. Фон на рисунках отмечен штриховой линией и в основном имеет физический характер, и может быть описан следующими фазовыми объемами: ${}^{12}C + n + \alpha$ и ${}^{9}Be + \alpha +$ $+ \alpha$, показанными на рис. 1 штриховой линией. Были получены угловые распределения для упругого рассеяния [21-23] и для возбужденных состояний 3.09 [21, 22, 24], 3.68, 7.55, 8.86 [21, 22, 24], 9.90 [21-24] и 11.08 МэВ [24]. Данные по угловым распределениям для состояний 3.68 и 7.55 МэВ представляем впервые. Полученные угловые распределения были проанализированы в рамках программ FRESCO [28] и DWUCK4 [29].

3. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ

Для анализа данных по неупругому рассеянию применяется борновское приближение с искаженными волнами — DWBA. Использование DWBA требует знания оптических потенциалов, описывающих упругое рассеяние во входном и выходном каналах реакции.



Рис. 1. Типичные спектры экспериментов. *а* — Типичный спектр при угле 38.5° эксперимента при 65 МэВ. *б* — Типичный спектр при угле 20° эксперимента при 90 МэВ. Фон на обоих спектрах отмечен штриховой кривой.

3.1. Модель оптического потенциала

Для описания упругого рассеяния в ядроядерных столкновениях в области энергий до 100 МэВ/нуклон в работе [30] в рамках дисперсионной оптической модели была развита и в дальнейшем многократно апробирована полумикроскопическая модель оптического потенциала (SMDOM), теоретической основой которой является формализм эффективного потенциала [31].

В рамках SMDOM оптический потенциал представляется в следующем виде:

$$V(r, E) = V_{\text{Coul}}(r) + V_F(r, E) +$$
(1)
+ $V_P(r, E) + iW(r, E) + V_{\text{so}}(r),$

где $V_{\text{Coul}}(r)$ — кулоновский потенциал однородно заряженной сферы радиуса R_{C} , который оценивается по среднеквадратичным зарядовым радиусам сталкивающихся ядер. Второй член формулы есть потенциал среднего поля (СП), вычисляемый микроскопически, на основе модели двукратной свертки (см. ниже).

Третье и четвертое слагаемые представляют динамический поляризационный потенциал (ДПП), который строится феноменологически на основе комбинации объемной и поверхностной вудссаксоновских форм. Мнимая (поглощающая) его часть:

$$iW = -iW_S(E) f(x_S) + i4W_D(E) \frac{df(x_D)}{dx_D},$$
 (2)

где $f(x) = (e^x + 1)^{-1}, \ x_{S(D)} = (r - R_{S(D)})/a_{S(D)},$ $R_{S(D)} = r_{S(D)}(A_p^{1/3} + A_t^{1/3}).$

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 86 № 1 2023

Геометрические параметры (радиусы и диффузности вудс-саксоновской формы) предполагаются независимыми от энергии. Это позволяет явно учесть дисперсионные соотношения и представить реальную часть ДПП (дисперсионную поправку) выражением

$$V_P(r, E) = V_S(E) f(x_S) + V_D(E) \frac{df(x_D)}{dx_D}.$$
 (3)

Параметры ДПП определяются из совместного анализа для всех имеющихся в наличии наборов данных при различных энергиях, при этом для каждой энергии определяется четыре силовых параметра (V_S , V_D , W_S и W_D), а четыре геометрических параметра (r_S , a_S , r_D и a_D) фиксируются одинаковыми для всех энергий.

В (1) также включен стандартный феноменологический спин-орбитальный потенциал $V_{\rm so}(r)$ (по спину мишени) в виде производной вудссаксоновской формы, который позволяет улучшить описание данных на больших углах.

Такая модель с использованием дисперсионных соотношений эффективно имеет меньшее число варьируемых параметров, чем обычная феноменологическая оптическая модель, где весь набор определяется для каждой энергии. Это позволяет уменьшить неоднозначность анализа.

3.2. Вычисление потенциала среднего поля

Широкое распространение получил микроскопический расчет потенциала СП на основе метода двукратной свертки с учетом обменной компоненты (возникающей вследствие принципа Паули), где

для последней используется приближение однонуклонного обменного выбивания — "SNKE" (см., например, [30, 32] и ссылки в них). В работах [33, 34] был предложен и апробирован метод коррекции обменной компоненты через зависящую от энергии его перенормировку, определяемую эмпирически. Хотя такой метод и предполагает двухступенчатый анализ, но позволяет эффективно учесть многочастичный обмен путем корректировки энергетического поведения обменной компоненты. В тех же работах было предложено простое приближение для ядерных матриц плотности в расчетах обменной компоненты, которое многократно ускоряет вычисления. Предложенное приближение дает результат, близкий к осцилляторной модели, при более правильном асимптотическом поведении. В недавней работе [35] было предложено и апробировано более совершенное приближение для вычисления матриц плотности, которое дает результаты, более близкие к осцилляторной модели также и на малых радиусах.

В предлагаемой работе мы применяем эту последнюю версию метода микроскопического расчета. Потенциал СП для взаимодействия ядра *a* с ядром *A* в рамках SNKE-приближения может быть представлен (см., например, [30]) через интегралы свертки для прямой и обменной компонент (опуская спиновые переменные и спиновые компоненты):

$$\hat{V}_F = \hat{V}^D + \hat{V}^E. \tag{4}$$

Потенциалы здесь рассматриваются как матрицы, у которых диагональные члены — оптические потенциалы, определяющие упругое рассеяние в данном канале, а недиагональные — переходные потенциалы, ответственные за неупругое возбуждение.

Прямая компонента

$$\hat{V}^{D}(r) = \sum_{T=0,1} \hat{V}^{D}_{T}(r), \qquad (5)$$
$$\hat{V}^{D}_{T}(r) = \int dr_{1} dr_{2} g^{c,D}_{T}(s) \rho^{a}_{T}(r_{1}) \rho^{A}_{T}(r_{2}),$$

где $\rho_T^{a,A}$ — скалярная (T = 0) и изовекторная (T = 1) компоненты ядерных плотностей (переходных плотностей для недиагональных элементов), $s = r_1 - r_2 + r$ — радиус-вектор между отдельными нуклонами взаимодействующих ядер и r — расстояние между центрами масс ядер.

Локализованная обменная компонента

$$\hat{V}^{E}(r,E) = \sum_{T=0,1} \hat{V}_{T}^{E}(r,E), \qquad (6)$$

$$\hat{V}_{T}^{E}(r,E) = \int dr_{1} dr_{2} g_{T}^{c,E}(s) \rho_{T}^{a}(r_{1},r_{1}+s) \times$$

$$\times \rho_T^A(r_2, r_2 - s) \exp\left(\frac{iK(E, r)s}{\mu}\right),$$

 $\rho_T^i(r_1, r_2)$ — соответствующие компоненты ядерных матриц плотности (переходных матриц плотности для недиагональных элементов), а величина локального импульса K(E, r) дается формулой

$$K^{2}(E,r) = \frac{2\mu}{\hbar^{2}} \left(E - V(r) - V_{C}(r) \right), \quad (7)$$

где V(r) и $V_{\rm C}(r)$ — ядерный и кулоновский потенциалы взаимодействия сталкивающихся ядер.

В эффективные нуклон-нуклонные взаимодействия (в данном случае — центральные прямые и обменные компоненты) включается плотностная зависимость в виде являющегося функцией плотности множителя к модельному взаимодействию M3Y (опуская индексы):

$$g(s,\rho) = f(\rho) g(s).$$
(8)

При этом в настоящей работе мы использовали параметризацию

$$f(\rho) = C \left[1 + \alpha e^{-\beta\rho} - \gamma\rho \right]$$
(9)

в версии "CDM3Y6", где параметры определены по свойствам холодной ядерной материи [36], но, в отличие от этой работы, мы не вводим здесь искусственную зависимость от энергии.

Применение интегральных преобразований Фурье—Бесселя приводит далее к выражениям, по которым вычисляется обменная компонента:

$$\hat{V}_{T}^{E}(E,r) =$$
(10)
= $4\pi \int_{0}^{\infty} g_{T}^{c,E}(s,\rho) j_{0} (K(E,r) s/M) s^{2} ds \times$
 $\times \int f_{T}^{a}(r_{1},s) f_{T}^{A}(|r_{1}-r|,s) dr_{1},$

где K(E, r) — модуль локального импульса, а матрицы плотности после отделения части угловых переменных сводятся к так называемым профилям плотности $f_T^i(x,s)$ (i = a, A), для которых с учетом предложенного в работе [35] приближения мы используем выражение

$$f_T^i(x,s) = \rho_T^i(x) \left[1 - \bar{D}_T^i \frac{s^2}{4b_i^2} \right] \times \qquad (11)$$
$$\times \exp\left(-\frac{s^2}{4b_i^2}\right),$$

где $\rho_T^i(x)$ — эмпирическая одночастичная плотность (материальная, изоскалярная при T = 0 и изовекторная при T = 1) и

$$\bar{D}_T^i = \frac{1}{N + (-1)^T Z} \times$$
 (12)

$$\times \left[\frac{N(N-2)}{N+1} + (-1)^T \frac{Z(Z-2)}{Z+1} \right]$$

(в случае N = Z считается, что изовекторные компоненты отсутствуют).

Для ядер с $A \leq 4$ можно использовать применявшуюся нами ранее в работе [33] приближенную форму, отвечающую $\bar{D}_T^i = 0$.

Для осцилляторного параметра мы используем систематику из работы [37]:

$$b_{i,p}^2 = b_{i,n}^2 = b_i^2 = 0.983 A^{1/3} + 0.373 \ [\Phi M^2].$$
 (13)

Для материальной плотности альфа-частиц мы использовали гауссовскую форму, которая дает среднеквадратичный радиус $R_m = 1.47$ Фм. Для материальной плотности основного состояния ядра 13 С $\rho_m(r) = \rho_p(r) + \rho_n(r)$ применялась модель трехпараметрического распределения Ферми при стандартной нормировке на число частиц. Использовались следующие значения параметров:

$$w_p = 0.15 \ \Phi \text{M}, \quad c_p = 2.18 \ \Phi \text{M},$$
 (14)
 $a_p = 0.395 \ \Phi \text{M}, \quad w_n = 0.135 \ \Phi \text{M},$
 $c_n = 2.16 \ \Phi \text{M}, \quad a_n = 0.395 \ \Phi \text{M},$

при этом плотность распределения протонов $\rho_p(r)$ дает довольно близкие к экспериментальным значениям зарядового формфактора [38] и среднеквадратичного зарядового радиуса $R_{\rm ch} = 2.46$ Фм [39], а среднеквадратичный материальный радиус $R_m = 2.32$ Фм.

Для коррекции энергетической зависимости обменной компоненты, предложенной в работах [33, 34], вводится дополнительный нормировочный множитель $\phi(E)$, тогда скорректированная обменная компонента СП

$$V^{E}(r, E) = (1 + \phi(E)) V^{(\text{SNKE})}(r, E)$$
 (15)

определяется из сравнения энергетической зависимости объемного интеграла СП, вычисленного с обменной компонентой в SNKE-приближении,

$$J_F^{(\text{SNKE})} = J^D + J^{(\text{SNKE})} \tag{16}$$

с эмпирической зависимостью от энергии объемного интеграла СП $J_{av}(E)$, задаваемой в форме (17), параметры которой определяются на первом этапе феноменологического анализа в дисперсионной оптической модели [40]:

$$J_{\rm av}(E) = a + b \exp(-cE), \qquad (17)$$

т.е.

$$J^{(\text{SNKE})}(E)\phi(E) = J_{\text{av}}(E) - J_F^{(\text{SNKE})}(E) \,.$$
(18)

Поскольку параметры плотностной зависимости эффективных нуклон-нуклонных взаимодействий определялись из условия воспроизведения

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 86 № 1 2023

свойств холодной ядерной материи в рамках приближения Хартри—Фока, которое выражается через такие же интегралы свертки [36], естественно положить

$$\phi\left(0\right) = 0. \tag{19}$$

Для оценки при любых энергиях в заданном интервале удобно аппроксимировать $\phi(E)$ с помощью, например, полинома.

Двухэтапная методика анализа и детали вычислительных процедур представлены более подробно в работах [33—35].

4. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

4.1. Результаты анализа данных по упругому рассеянию

Используя описанную выше модель оптического потенциала SMDOM, проведен анализ экспериментальных данных по дифференциальным сечениям упругого рассеяния $\alpha + {}^{13}$ C при энергиях $E_{\rm lab} = 48.7$ [41], 54.1 [41], 65 [21] и 90 [22, 23] МэВ. Получены параметры потенциала SMDOM. В частности, на первом этапе феноменологического дисперсионного анализа для потенциала СП определена эмпирическая зависимость объемного интеграла

$$J_{\rm av}(E) = 309.3 + 50 \exp(-0.003 E_{\rm cm}).$$
 (20)

С точностью до константы это совпадает с полученной ранее зависимостью для $\alpha + {}^{12}$ С [6]. Корректирующий фактор $\phi(E)$ аппроксимируется многочленом 3-го порядка:

$$\phi(E) = 1.115 \times 10^{-3} E_{\rm cm} - 1.79 \times (21) \times 10^{-6} E_{\rm cm}^2 + 1.5 \times 10^{-8} E_{\rm cm}^3.$$

Найденные на втором этапе анализа силовые параметры ДПП представлены в табл. 1 вместе с объемными интегралами и рассчитанными сечениями реакции. Геометрические параметры для всех энергий фиксированы на значениях:

$$r_S = 1.2 \ \Phi_{M}, \quad a_S = 0.50 \ \Phi_{M},$$
 (22)
 $r_D = 0.70 \ \Phi_{M}, \quad a_D = 0.40 \ \Phi_{M},$
 $r_C = 0.7 \ \Phi_{M},$

при определении радиуса потенциала $R_i = r_i (A_p^{1/3} + A_t^{1/3}) (i = S, D, C, so).$ В табл. 1 также представлены оцененные значения параметров при энергиях, соответствующих выходным каналам неупругого рассеяния в исследуемые возбужденные состояния.

Стандартный феноменологический спин-орбитальный потенциал (по спину мишени) позволил



Рис. 2. Дифференциальные сечения упругого рассеяния $\alpha + {}^{13}$ С при различных энергиях (снизу вверх): 90 [22], 65 [21] (значения сечения умножены на 10²), 54.1 [41] (значения сечения умножены на 10⁴), 48.7 МэВ [41] (значения сечения умножены на 10⁶). Сплошные кривые — расчет с потенциалом SMDOM.

улучшить описание данных на больших углах при использовании следующих параметров:

$$V_{\rm so} = 5.0 \text{ M} \Im B, \quad r_{\rm so} = 0.65 \text{ } \Phi M,$$
 (23)
 $a_{\rm so} = 0.8 \text{ } \Phi M.$

Качество описания экспериментальных угловых распределений можно увидеть на рис. 2. В настоящее время практически отсутствуют данные по сечениям реакции для α + ¹³C в рассмотренном интервале энергий. Тем не менее, сравнение с имеющимися данными для α + ¹²C (см. рис. 3) показывает, что построенный потенциал дает вполне адекватные значения. Подчеркнем, что оптический потенциал SMDOM изначально строился с учетом дисперсионных соотношений для ДПП. Если аппроксимировать энергетическую зависимость объемного интеграла мнимой части линейными отрезками, опираясь на эмпирические значения мнимой части потенциала SMDOM, то вычисление разностного дисперсионного интеграла [43]

$$J_P(E, E_S) \equiv J_P(E) - J_P(E_S) = (24)$$

$$=\frac{(E-E_S)}{\pi}P\int dE'\frac{J_W(E')}{(E'-E_S)(E'-E)}$$

и сложение этой дисперсионной добавки с объемным интегралом потенциала СП дает объемный интеграл полной реальной части оптического потенциала, который с точностью до константы хорошо согласуется с эмпирическими значениями, полученными в результате анализа экспериментальных данных по упругому рассеянию (см. рис. 4).

В рассматриваемой области энергий в экспериментальных дифференциальных сечениях явно проявляется эффект радужного рассеяния. Расчет с найденным потенциалом SMDOM сечения, отвечающего дальней компоненте амплитуды при стремящейся к нулю мнимой части ДПП, показывает характерный для радужного рассеяния широкий максимум при последующем плавном падении и предшествующем глубоком минимуме — "главном минимуме Эйри". При этом положения этого минимума хорошо согласуются с найденной ранее и многократно подтвержденной (см. например, [34] и ссылки в ней) закономерностью — линейной зависимостью от обратной энергии, что продемонстрировано на рис. 5.

Использование радужных эффектов также позволило снизить неоднозначность в определении параметров оптического потенциала, а достаточно плавная зависимость параметров полученного потенциала от энергии в рассматриваемом интервале дает возможность оценить значения параметров и интегральных характеристик потенциала при энергиях выходных каналов неупругого рассеяния, которые представлены на рис. 3–5.

4.2. Анализ данных по неупругому рассеянию

Анализ данных [21-23] по α + ¹³C-рассеянию при энергиях α -частиц 65 и 90 МэВ с воз-



Рис. 3. Сечения реакции $\alpha + {}^{13}$ С. Заполненные кружки — расчет с потенциалом SMDOM, полые кружки — расчет с оцененными значениями параметров потенциала SMDOM при энергиях выходных каналов неупругого рассеяния, квадраты — экспериментальные данные [42] для $\alpha + {}^{12}$ С.



Рис. 4. Объемные интегралы реальной J_V (сверху) и мнимой J_W (снизу) частей оптического потенциала. Заполненные значки — расчет с эмпирическим потенциалом SMDOM, полые значки — расчет с оцененными значениями параметров потенциала SMDOM при энергиях выходных каналов неупругого рассеяния. Штрихпунктирная кривая — объемный интеграл потенциала СП (20), сплошная кривая в нижней части — линейная аппроксимация J_W , сплошная кривая в верхней части — объемный интеграл полной реальной части оптического потенциала J_V как результат суммы СП (20) и дисперсионной добавки (24).

буждением состояний 1/2⁺ (3.09 МэВ), 3/2⁻ (3.68 МэВ), 5/2⁺ (3.85 МэВ), 5/2⁻ (7.55 МэВ), 1/2⁻ (8.86 МэВ), 3/2⁻ (9.9 МэВ), 1/2⁺ (10.996 МэВ) и 1/2⁻ (11.08 МэВ) проведен в рамках DWBA с помощью программ FRESCO [28] и DWUCK4 [29].

4.2.1. Теоретическое описание неупругого рассеяния. Дифференциальное сечение опреде-



Рис. 5. Положения главных Эйри-минимумов. Заполненные кружки — расчет с эмпирическим потенциалом SMDOM, сплошная линия — линейная аппроксимация, полые кружки — расчет с оцененными значениями параметров потенциала SMDOM при энергиях выходных каналов неупругого рассеяния.

ляется квадратом модуля амплитуды неупругого рассеяния [31]

$$T_{\alpha'\alpha} = \int u_{\alpha'}^{(-)^*} \left(K', r \right) \times$$

$$\times \hat{U}_{\alpha'\alpha} \left(r \right) u_{\alpha}^{(+)} \left(K, r \right) dr,$$
(25)

где $u_{\alpha}^{(+)}$ и $u_{\alpha'}^{(-)}$ есть искаженные волны — волновые функции упругого рассеяния во входном и выходном каналах. Для вычисления искаженных волн используются силовые параметры полученного выше потенциала SMDOM при соответствующих энергиях (см. табл. 1).

Мультипольное разложение неупругого формфактора — матричного элемента (интеграла перекрытия) неупругого взаимодействия с волновыми функциями ядра-мишени во входном и выходном каналах имеет стандартный вид

$$\hat{U}_{\alpha'\alpha}\left(\mathbf{r}\right) = \sum_{LM} F_L\left(r\right) i^{-L} Y_{LM}^*\left(\hat{r}\right),\qquad(26)$$

где значения L и M определяются рангом неупругого взаимодействия, связывающего спины ядер и их проекции в каналах α и α' .

В задачах, решаемых в настоящей работе, будут применяться различные феноменологические модельные формы радиальных неупругих формфакторов $F_L(r)$.

4.2.2. Анализ данных по неупругому рассеянию с возбуждением состояний 3.68 и 7.55 МэВ. В работе [27] предположено, что состояния 3.68 и 7.55 МэВ принадлежат вращательной полосе основного состояния ($K^{\pi} = 1/2^{-}$). В пользу этой гипотезы говорит близость полученных в рамках МДМ радиусов этих состояний: для состояния 3.68 МэВ — 2.3 ± 0.1 Фм, для состояния 7.55 МэВ — 2.3 ± 0.1 Фм. Эти радиусы в пределах ошибок совпадают с радиусом основного состояния. В связи с этим радиальный неупругий формфактор $F_L(r)$ рассматривается в рамках полумикроскопического подхода ротационной модели, в котором для данного переданного углового момента L

$$F_L(r) = V_L^F(r, E) + V_L^{\text{DPP}}(r, E) + V_L^{\text{C}}(r).$$
(27)

Последний член в (27) V_L^C , отвечающий за кулоновское возбуждение, представляется обычным способом (см., например, [28, 31]) через деформацию однородно заряженной сферы:

$$V_L^{\rm C}(r) = M(EL)e^2(4\pi)^{1/2}(2L+1)^{-1}r^{-L-1},$$
 (28)

где приведенный матричный элемент выражается через приведенную вероятность перехода

$$M(EL) = \pm [(I+1)B(EL, I \to I')]^{1/2}.$$
 (29)

Первый член $V_L^F(r, E)$ в уравнении (27) представляет недиагональную часть компоненты среднего поля эффективного потенциала [31], выражаемую через плотность перехода также, как и в [32]. Для нее мы использовали эмпирическую форму ротационной модели [31], пропорциональную

$E_{ m lab},$ МэВ	$-V_S$, МэВ	$-V_D$, МэВ	$-W_S$, МэВ	$-W_D$, МэВ	$-J_V$, МэВ Φ м ³	$-J_W$, МэВ Φ м ³	σ_r , мбн
48.7	7.73	-7.98	6.9	7.0	402.0	87.1	964.9
54.1	7.5	-8.95	7.4	7.8	396.1	94.4	958.9
$50.469^* (1/2^-, 11.08)$	7.69	-8.38	7.05	7.27	400.1	89.4	962.1
50.579* (1/2+,10.996)	7.68	-8.39	7.07	7.31	400.0	89.7	962.2
52.020* (3/2 ⁻ , 9.9)	7.62	-8.69	7.19	7.52	398.3	91.5	959.7
$53.379^* (1/2^-, 8.86)$	7.55	-8.92	7.3	7.72	396.8	93.2	957.4
$55.101^* (5/2^-, 7.55)$	7.46	-9.23	7.45	7.9	394.8	95.1	954.7
59.944* (5/2+, 3.85)	7.13	-9.78	7.82	8.47	389.4	100.4	946.5
$60.166^* (3/2^-, 3.68)$	7.11	-9.83	7.85	8.5	389.1	100.8	946.4
$60.948^* (1/2^+, 3.09)$	7.05	-9.86	7.90	8.54	388.3	101.6	945.0
65.0	6.67	-10.16	8.2	8.9	383.4	105.4	938.5
$75.451^* (1/2^-, 11.08)$	5.05	-10.09	8.68	9.05	367.3	110.4	916.4
77.004* (3/2 ⁻ , 9.9)	4.8	-9.97	8.75	9.0	365.2	110.9	913.5
$78.365^{*} (1/2^{-}, 8.86)$	4.54	-9.85	8.8	8.95	363.0	111.2	910.6
$80.089^* (5/2^-, 7.55)$	4.2	-9.6	8.85	8.85	360.4	111.3	906.7
85.160* (3/2 ⁻ , 3.68)	3.03	-8.9	8.93	8.5	351.1	111.1	893.8
85.942* (1/2+, 3.09)	2.85	-8.8	8.94	8.42	349.6	110.8	891.8
90.0	1.8	-8.0	9.0	8.0	341.9	110.1	881.6

Таблица 1. Силовые параметры ДПП, объемные интегралы и сечения реакции

* Оцененные значения при энергиях, соответствующих выходным каналам неупругого рассеяния в исследуемые возбужденные состояния.

радиальной производной материальной плотности основного состояния

$$\rho_L^{\rm tr}(r) = -\delta_L^m (4\pi)^{-1/2} d\rho_m / dr, \qquad (30)$$

с параметром длины деформации δ_L^m .

Для переходов в пределах вращательной полосы основного состояния DPP-часть неупругого формфактора $V_L^{\rm DPP}(r,E)$ вычисляется в рамках обычной вращательной модели путем деформации радиусов DPP-части потенциала SMDOM [28, 31], т.е.

$$V_L^{\text{DPP}}(r, E) = -\delta_L^P (4\pi)^{-1/2} dV_P / dr - (31) - i\delta_L^W (4\pi)^{-1/2} dW / dr,$$

с использованием соответствующих параметров длины деформации δ_L^P и δ_L^W . Обычно хорошим приближением считается

$$\delta_L^m = \delta_L^P = \delta_L^W = \delta_L. \tag{32}$$

Параметры δ_L и M(EL) (или $B(EL, I \to I'))$ считаются свободными и находятся из анализа экспериментальных данных по дифференциальным сечениям.

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 86 № 1 2023

На рис. 6 и 7 представлены расчетные дифференциальные сечения в сравнении с экспериментальными для неупругого рассеяния $\alpha + {}^{13}$ С при энергиях 65 и 90 МэВ с возбуждением состояний $3/2^-$ (3.68 МэВ) и $5/2^-$ (7.55 МэВ). Полученные в результате анализа значения δ_L и $B(EL, I \rightarrow I')$ представлены в табл. 2.

Заметим, что при энергии 65 МэВ экспериментально не разделены состояния 3/2⁻ (3.68 МэВ) и 5/2⁺ (3.85 МэВ), поэтому на рис. 6 показаны расчеты для обоих этих состояний и их суммарный вклад. Модель формфактора для перехода в состояние 5/2⁺ (3.85 МэВ) представлена ниже.

Для оценки вклада возбуждения состояния $5/2^+$ (3.85 МэВ) при энергии $E_{\rm lab} = 65$ МэВ мы предположили, что это возбуждение является коллективным (октоупольная вибрация) и неупругий формфактор может быть смоделирован как в (27)–(31), используя плотность перехода в виде первой производной материальной плотности основного состояния (30) при передаваемом моменте L = 3. Получены следующие значения параметров: $\delta_3 = 0.82 \, \Phi_{\rm M}$ и $B(E3, 1/2^- \rightarrow 5.2^+) = 220e^2 \, \Phi_{\rm M}^6$.

$E_{ m lab},$ МэВ	Состояние $I^{\pi}(E^*)$	L	$\delta_2, \Phi_{\mathrm{M}}$	$B(E2,1/2^- \to I), e^2 \Phi \mathrm{m}^4$
65	3/2- (3.68 МэВ)	2	1.05	13.7
90			1.2	13.7
65	5/2- (7.55 МэВ)	2	1.02	20.5
90			1.02	20.5

Таблица 2. Длины деформации и приведенные вероятности переходов в ротационной полосе основного состояния

4.2.3. Анализ данных по неупругому рассеянию с возбуждением состояния 3.09 МэВ. Мы полагаем, что состояние $1/2^+$ (3.09 МэВ) можно рассматривать как одночастичное возбужденное состояние $2s_{1/2}$ валентного нейтрона в потенциале остова ¹²С в основном состоянии (со спином $J_c =$ 0). Тогда неупругий формфактор можно смоделировать с помощью так называемого микроскопического подхода для описания неупругого рассеяния [29]. Здесь радиальный формфактор определяется интегралом перекрытия нуклон-нуклонного взаимодействия с одночастичными волновыми функциями $1p_{1/2}$ валентного нейтрона в основном состоянии ядра-мишени 13 С и $2s_{1/2}$ валентного нейтрона в возбужденном состоянии 1/2+ (3.09 МэВ) ядра ¹³С. При этом допустимые значения передаваемых моментов S = 0 и J = L = 1.

$$F_{L}(r) = 4\pi N \sqrt{2J_{i} + 1} \times$$

$$\times \langle j'_{1} j_{2} J_{f} || Y_{L}(\hat{r}_{1}) || j_{1} j_{2} J_{i} \rangle \times$$

$$\times \int_{0}^{\infty} dr_{1} r_{1}^{2} R_{l'_{1} j'_{1}}(r_{1}) v_{L}(r, r_{1}) R_{l_{1} j_{1}}(r_{1}) .$$
(33)

Здесь $R_{l_1j_1}(r_1)$ и $R_{l'_1j'_1}(r_1)$ — нормированные на 1 одночастичные радиальные функции нейтрона для начального (спин J_i) и конечного (спин J_f) состояний ядра-мишени, $\langle j'_1 j_2 J_f || Y_L(\widehat{r_1}) || j_1 j_2 J_i \rangle$ приведенный матричный элемент, $j_2 = J_c$ — спин остова. Нормировочный множитель N содержит в себе спектроскопическую информацию о рассматриваемых одночастичных состояниях.

Для нуклон-нуклонного взаимодействия v применялась форма потенциала Юкавы, включающая центральные (c) и тензорные (T) компоненты. Во всех случаях использовались фиксированные значения обратного радиуса $\mu_c = 0.707 \ \Phi \text{M}^{-1}$ и $\mu_T =$ = 1.139 ΦM^{-1} и силовые параметры потенциала Юкавы: $v_c = 6.6 \ \text{МэВ}$ и $v_T = 8.5 \ \text{МэB}$.

Одночастичные волновые функции основного и возбужденного состояний ядра-мишени ¹³С вычислялись с помощью стандартной процедуры подгонки глубины ямы вудс-саксоновской формы V при фиксированной энергии отделения нейтрона. Геометрические параметры для основного состояния фиксированы на обычных значениях: R = $= 1.2 \times 12^{1/3} = 2.747$ Фм и a = 0.65 Фм. Геометрические параметры для возбужденного состояния наряду с нормировочным множителем N были свободными параметрами, которые подбирались таким образом, чтобы описать экспериментальные дифференциальные сечения, по крайней мере, в области передних углов, содержащей дифракционные структуры. Первоначально анализ экспериментальных дифференциальных сечений при энергиях 65 и 90 МэВ проводился с применением в выходном канале при соответствующих энергиях потенциала SMDOM (параметры из табл. 1) с компонентой СП, вычисленной с использованием плотности основного состояния ядра-мишени. Были найдены параметры вудс-саксоновского потенциала, определяющего одночастичную волновую функцию $2s_{1/2}$ валентного нейтрона в возбужденном состоянии 1/2⁺ (3.09 МэВ) ядра ¹³С:

$$V = 43.33 \text{ M} \Rightarrow \text{B}, \quad R = 2.747 \ \Phi_{\text{M}}, \quad (34)$$

 $a = 1.5 \ \Phi_{\text{M}}.$

Полученная в этом потенциале одночастичная волновая функция $2s_{1/2}$ валентного нейтрона имеет большую протяженность, ее среднеквадратичный радиус $R_n = 6.36 \, \Phi$ м, обнаруживая признаки нейтронного гало в ядре ¹³С в возбужденном состоянии $1/2^+$ (3.09 МэВ). Оценка среднеквадратичного радиуса ядра ¹³С(R_m) в этом состоянии в рамках рассмотренной модели (как, например, в [44]) по формуле

$$13R_m^2 = 12R_c^2 + 12R_n^2/13 \tag{35}$$

дает значение $R_m = 2.8 \, \Phi$ м. Аналогичный радиус был получен и в рамках МДМ $2.9 \pm 0.2 \, \Phi$ м [21, 22]. Здесь $R_c = 2.33 \, \Phi$ м — среднеквадратичный материальный радиус остова ¹²С, оцененный обычным образом (см., например, [45]) по известному значению зарядового радиуса $\langle r^2 \rangle_{\rm ch}$. Материальный



Рис. 6. Дифференциальные сечения неупругого рассеяния α + ¹³С при энергиях 65 и 90 МэВ (значения сечения умножены на 10²) с возбуждением состояния 3/2⁻ (3.68 МэВ). Точки — экспериментальные данные. Сплошные линии — DWBA-расчет. Для энергии 65 МэВ: штрихпунктирная — вклад состояния 3/2⁻ (3.68 МэВ), штриховая — вклад состояния 5/2⁺ (3.85 МэВ), сплошная — сумма вкладов этих состояний.



Рис. 7. Дифференциальные сечения неупругого рассеяния $\alpha + {}^{13}$ С при энергиях 65 и 90 (значения сечения умножены на 10^2) МэВ с возбуждением состояния $5/2^-$ (7.55 МэВ). Точки — экспериментальные данные. Линии — DWBA-расчет.

радиус распределения протонов в ядрах [45]:

$$\langle r^2 \rangle_p = \langle r^2 \rangle_{\rm ch} - \langle r_P^2 \rangle - \langle r_N^2 \rangle N/Z - (36) - 0.75/m^2 - \Delta_{\rm ls}.$$

Значения зарядовых радиусов протона $\langle r_P^2 \rangle = = 0.7714$ и нейтрона $\langle r_N^2 \rangle = -0.1149$ взяты из [39].

Два последних члена — релятивистские поправки, которыми обычно пренебрегают (их величина порядка 0.033).

Второе слагаемое в (35) обычно отождествляют с квадратом радиуса гало, который в этом случае оценивается величиной $R_h = 6.1 \, \Phi$ м.

В рамках рассмотренной модели плотность ядра 13 С в состоянии $1/2^+$ (3.09 МэВ) определялась как сумма одночастичной плотности распределения $2s_{1/2}$ валентного нейтрона и плотности ядра 12 С в основном состоянии, которая вычислялась в модели трехпараметрического распределения Ферми при стандартной нормировке на число частиц. Использовались следующие значения параметров:

$$w_p = w_n = 0.17 \, \Phi M, \quad c_p = c_n = 2.2 \, \Phi M,$$
 (37)
 $a_p = a_n = 0.39 \, \Phi M,$

при этом плотность распределения протонов $\rho_p(r)$ дает известный среднеквадратичный зарядовый радиус $R_{\rm ch} = 2.47$ Фм [39], а среднеквадратичный материальный радиус $R_m = 2.327$ Фм.

Для удобства и повышения точности расчета эта сумма затем численно аппроксимировалась с более мелким шагом. На рис. 7 показана материальная плотность в возбужденном состоянии 1/2⁺ (3.09) как результат такой аппроксимации в сравнении с плотностью основного состояния.

Распределение материальной плотности в возбужденном состоянии 1/2⁺ (3.09 МэВ) является более протяженным, существенно отличаясь от плотности основного состояния, поэтому для согласованности DWBA-расчета необходимо при вычислении потенциала СП в выходном канале использовать эту плотность возбужденного состояния. Заново проведенный анализ показал, что описание угловых распределений улучшилось при неизменных параметрах одночастичного потенциала (34) и несколько изменившихся значений



Рис. 8. Материальные плотности ядра ¹³С. Кривые: штриховая — основное состояние, сплошная возбужденное состояние 1/2⁺ (3.09 МэВ).

нормировочных множителей N = 8.6 при энергии 65 МэВ и N = 7.0 при энергии 90 МэВ. На рис. 8 представлены расчетные дифференциальные сечения в сравнении с экспериментальными.

Как было отмечено во многих работах, исследовавших рассеяние ядер с нуклонным гало (см., например, [46, 47]), наличие гало приводит к увеличению поглощающей части оптического потенциала в поверхностной области и соответствующей дисперсионной поправке к реальной части, увеличивая величину сечения реакции. Мы провели расчет с увеличенной на 30% диффузностью объемной части ДПП. Результат показан штриховой линией на рис. 9, при этом сечение реакции увеличилось на 10%. Изменение в угловых распределениях оказалось незначительным в области, где имеются экспериментальные данные.

4.2.4. Анализ данных по неупругому рассеянию с возбуждением состояния 8.86 МэВ. Это состояние рассматривается как α -кластерное состояние, возможно, аналог состояния Хойла в ядре ¹²С и имеющее увеличенный среднеквадратичный материальный радиус, который оценивается величиной $R_m = 2.7 \, \Phi$ м (см., например, [24] и ссылки в ней). При этом экспериментальные данные показывают достаточно сильный монопольный переход в это состояние. Для описания этого перехода мы рассматривали неупругий формфактор (27)–(29), где компонента $V_L^F(r, E)$ при L = 0 моделируется простой формой:

$$V_0^F(r, E) = -\delta_0 (4\pi)^{-1/2} d/dr \times (38) \times \{U_0/[1 + \exp((r - R_0)/a_0)]\}.$$

При сохранении условия (31) для δ_0 и фиксации величины $B(E0, 1/2^- \rightarrow 1/2^-) = 0.65e^2$ параметры δ_0 , U_0 , R_0 , a_0 определяются описанием формы и нормировкой углового распределения. Как и в предыдущем случае, сначала анализ экспериментальных дифференциальных сечений при энергиях 65 и 90 МэВ проводился с применением в выходном канале при соответствующих энергиях потенциала SMDOM (параметры из табл. 1) с компонентой СП, вычисленной с использованием плотности основного состояния ядра-мишени. Результаты расчета в сравнении с экспериментальными данными показаны штриховой линией на рис. 10.

Далее мы смоделировали материальную плотность ядра ¹³С в состоянии $1/2^-$ (8.86 МэВ) с помощью трехпараметрического распределения Ферми при стандартной нормировке на число частиц, параметры которого подобраны так, чтобы получить среднеквадратичный материальный радиус 2.7 Фм (радиус, рассчитанный в рамках МДМ — 2.7 ± 0.1 Фм [21, 22]), и его форма соотносилась



Рис. 9. Дифференциальные сечения неупругого рассеяния $\alpha + {}^{13}$ С при энергиях 65 и 90 (значения сечения умножены на 10³) МэВ с возбуждением состояния 1/2⁺ (3.09 МэВ). Точки — экспериментальные данные. Кривые: сплошные — DWBA-расчет, штриховая — расчет с увеличенной диффузностью мнимой части потенциала SMDOM.



Рис. 10. Дифференциальные сечения неупругого рассеяния $\alpha + {}^{13}$ С при энергиях 65 и 90 (значения сечения умножены на 10³) МэВ с возбуждением состояния 1/2⁻ (8.86 МэВ). Точки — экспериментальные данные. Кривые: штриховые — DWBA-расчет с плотностью основного состояния в потенциале SMDOM в выходном канале, сплошные — расчет с использованием модельной плотности с увеличенным радиусом.

бы с формой распределения в основном состоянии приблизительно также, как соотносятся распределения основного состояния и состояния Хойла в ядре ¹²С, например, в модели АМД [48]. На рис. 11 представлена модельная плотность состояния 1/2⁻

(8.86 МэВ), полученная с использованием следующих параметров:

$$w_p = 0.31 \, \Phi_{\rm M}, \quad c_p = 2.6 \, \Phi_{\rm M},$$
 (39)
 $a_p = 0.42 \, \Phi_{\rm M}, \quad w_n = 0.29 \, \Phi_{\rm M},$



Рис. 11. Материальные плотности ядра 13 С. Кривые: штриховая — основное состояние с $R_m = 2.32$ Фм, сплошная — возбужденное состояние $1/2^-$ (8.86 МэВ) с $R_m = 2.7$ Фм.

$$c_n = 2.58 \ \Phi M, \quad a_n = 0.42 \ \Phi M.$$

С этой плотностью заново вычислен потенциал СП, который далее использовался в потенциале выходного канала. Это несколько улучшило описание угловых распределений (см. рис. 10) практически без изменения найденных ранее параметров неупругого формфактора (37):

$$\delta_0 = 0.14 \,\, \Phi_{\rm M}, \quad U_0 = 22.0 \,\, {\rm M}_{\rm 9}{\rm B}, \qquad (40)$$

$$R_0 = 5.514 \ \Phi M, \quad a_0 = 0.55 \ \Phi M$$

4.2.5. Анализ данных по неупругому рассеянию с возбуждением состояния 9.9 МэВ. Как отмечено в работе [24], в этом состоянии среднеквадратичный материальный радиус оценивался с помощью МДМ-анализа величиной $R_m = 2.0$ (0.3) Фм, которая близка к радиусу ядра ¹³N в аналоговом состоянии $3/2^-$ (9.48), и в пределах интервала ошибок близок к радиусу в основном состоянии ¹³С. Поэтому во входном и выходном каналах мы использовали потенциал SMDOM с потенциалом СП, построенным на плотности основного состояния, и с параметрами из табл. 1 при соответствующих энергиях.

Ввиду неясности природы этого возбуждения снова использовали феноменологический неупругий формфактор (27), где компонента $V_L^F(r, E)$ при L = 2 моделируется поверхностной формой:

$$V_2^F(r, E) = -\delta_2 (4\pi)^{-1/2} d/dr \times$$
(41)
 $\times \{U_2/[1 + \exp((r - R_2)/a_2)]\}.$

При сохранении условия (32) для δ_2 и фиксации величины $B(E2, 1/2^- \rightarrow 3/2^-) = 0.22e^2 \, \Phi \text{M}^4$ параметры δ_2 , U_2 , R_2 , a_2 определяются описанием формы и нормировкой углового распределения:

$$\delta_2 = 0.22 \, \Phi_{M}, \quad U_2 = 52.0 \, \text{M} \Rightarrow \text{B}, \quad (42)$$

 $R_2 = 3.939 \, \Phi_{M}, \quad a_2 = 0.25 \, \Phi_{M}.$

Качество описания экспериментальных данных представлено на рис. 12.

Отметим, что неупругий формфактор, являясь интегралом перекрытия волновых функций основного и возбужденного состояний, содержит в себе информацию о природе возбужденного состояния. Сравнение радиальных неупругих формфакторов, полученных в результате нашего анализа переходов в состояния $1/2^-$ (8.86 МэВ) и $3/2^-$ (9.9 МэВ) и представленных на рис. 13, показывает, что предположение о том, что эти состояния образуют первые два члена одной ротационной полосы, довольно сомнительно. Скорее состояние $3/2^-$ (9.9 МэВ) само может являться основанием новой ротационной полосы с $K^{\pi} = 3/2^-$.

Их радиальная зависимость показывает, что волновая функция состояния $3/2^-$ (9.9 МэВ) имеет существенно меньшую пространственную протяженность, чем у состояния $1/2^-$ (8.86 МэВ), и это соответствует существенно меньшей величине среднеквадратичного радиуса, полученной ранее в МДМ.

4.2.6. Анализ данных по неупругому рассеянию с возбуждением состояний 10.996 и 11.08. Ранее предполагалось (см., например, [24]), что состояние $1/2^-$ (11.08 МэВ) также, как и состояние $1/2^-$ (8.86 МэВ) может рассматриваться как α кластерное и имеющее увеличенный среднеквадратичный материальный радиус, который оценивается величиной $R_m = 2.8$ Фм. При этом экспериментальные данные также показывают достаточно сильный монопольный переход в это состояние.

Поэтому для описания этого перехода мы использовали такую же форму (38) компоненты $V_{L}^{F}(r, E)$ неупругого формфактора при фиксированной величине $B(E0, 1/2^- \rightarrow 1/2^-) = 0.056e^2$. Параметры δ_0, U_0, R_0, a_0 определяются описанием формы и нормировки экспериментального углового распределения. Как и в предыдущем случае, сначала проводился анализ экспериментальных дифференциальных сечений при энергии 90 МэВ с применением в выходном канале при соответствующих энергиях потенциала SMDOM (параметры из табл. 1) с компонентой СП, вычисленной с использованием плотности основного состояния ядра-мишени. DWBA-расчет в сравнении с экспериментальными данными показан штриховой линией на рис. 14.



Рис. 12. Дифференциальные сечения неупругого рассеяния $\alpha + {}^{13}$ С при энергиях 65 и 90 (значения сечения умножены на 10³) МэВ с возбуждением состояния 3/2⁻ (9.9 МэВ). Точки — экспериментальные данные. Сплошные кривые — DWBA-расчет.

Далее была смоделирована материальная плотность ядра ¹³С в состоянии $1/2^-$ (11.08 МэВ) с помощью трехпараметрического распределения Ферми при стандартной нормировке на число частиц. Параметры распределения подобраны так, чтобы получить среднеквадратичный материальный радиус 2.8 Фм (рассчитанный в рамках МДМ радиус $2.8 \pm 0.2 \, \Phi$ м), и его форма была бы схожа с формой



Рис. 13. Формфактор неупругого рассеяния $\alpha + {}^{13}$ С при энергии 90 МэВ с возбуждением состояний $1/2^-$ (8.86 МэВ) (штриховая кривая) и $3/2^-$ (9.9 МэВ) (сплошная).

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 86 № 1 2023

распределения в состоянии 1/2⁻ (8.86 МэВ). На рис. 15 представлена модельная плотность состояния 1/2⁻ (11.08 МэВ), полученная с использованием следующих параметров:

$$w_p = w_n = 0.3 \ \Phi M, \quad c_p = c_n = 2.8 \ \Phi M,$$
 (43)
 $a_n = a_n = 0.42 \ \Phi M.$

С этой плотностью заново вычислен потенциал СП, который далее использовался в потенциале выходного канала.

Это несколько улучшило описание угловых распределений (см. рис. 14) практически без изменения найденных ранее параметров неупругого формфактора:

$$\delta_0 = 0.1 \, \Phi_{\text{M}}, \quad U_0 = 20.0 \, \text{M} \Rightarrow \text{B},$$
 (44)
 $R_0 = 5.514 \, \Phi_{\text{M}}, \quad a_0 = 0.60 \, \Phi_{\text{M}}.$

Далее мы проанализировали данные при энергии 65 МэВ. К сожалению, в этом случае экспериментально не разделены состояния $1/2^-$ (11.08 МэВ) и $1/2^+$ (10.996 МэВ), поэтому мы должны рассматривать суммарный вклад угловых распределений этих состояний. Для состояния $1/2^-$ (11.08 МэВ) тот же формфактор, что и при 90 МэВ, за исключением величины нормировочного параметра δ_0 . Второе состояние имеет очень близкую энергию возбуждения, поэтому естественно предположить, что оно также является кластерным состоянием с увеличенным радиусом, близким к радиусу состояния $1/2^-$ (11.08 МэВ).



Рис. 14. Дифференциальные сечения неупругого рассеяния $\alpha + {}^{13}$ С при энергии 90 МэВ с возбуждением состояния $1/2^-$ (11.08 МэВ). Точки — экспериментальные данные. Кривые — DWBA-расчет: штриховая — с плотностью основного состояния в потенциале SMDOM в выходном канале, сплошная — расчет с использованием модельной плотности с увеличенным радиусом.

Поэтому для неупругого перехода в состояние $1/2^+$ (10.996 МэВ) с передаваемым моментом L = 1 мы использовали ту же модель формфактора (27) с компонентой $V_L^F(r, E)$ неупругого формфактора:

$$V_1^{F'}(r, E) = -\delta_1 (4\pi)^{-1/2} d/dr \times$$

$$\times \{ U_1/[1 + \exp((r - R_1)/a_1)] \}.$$
(45)



Рис. 15. Материальные плотности ядра ¹³С. Кривые: штриховая — основное состояние с $R_m = 2.32$ Фм, сплошная — возбужденное состояние $1/2^-$ (11.08 МэВ) с $R_m = 2.8$ Фм.

При фиксировании величины $B(E1, 1/2^- \rightarrow 1/2^+) = 0.018e^2 \, \Phi M^2$ параметры δ_1, U_1, R_1, a_1 и δ_0 определяются описанием формы и нормировкой суммарного углового распределения. Во входном и выходном каналах использовались оптические потенциалы SMDOM при соответствующих энергиях (параметры из табл. 1) с учетом увеличенных радиусов плотности при вычислении компоненты СП. Качество описания экспериментальных данных представлено на рис. 16.

Получены следующие значения параметров:

$$\delta_0 = 0.07 \ \Phi_{M}, \quad \delta_1 = 0.3 \ \Phi_{M}, \quad (46)$$
$$U_1 = 15.5 \ M \Im B, \quad R_1 = 5.514 \ \Phi_{M},$$
$$a_1 = 0.9 \ \Phi_{M}.$$

На рис. 17 представлены компоненты $V_L^F(r, E)$ неупругих формфакторов состояний $1/2^-$ (11.08 МэВ), $1/2^+$ (10.996 МэВ) и $1/2^-$ (8.86 МэВ).

По выделенной компоненте, соответствующей состоянию 10.996 МэВ, мы впервые оценили в рамках МДМ радиус этого состояния, $2.9 \pm 0.1 \, \Phi$ м.

Сравнение формы полученных неупругих формфакторов дает основание полагать, что ядро ¹³С во всех трех состояниях имеет увеличенные размеры и схожую структуру.

5. ВЫВОДЫ

В работе выполнен теоретический анализ экспериментальных данных по упругому и неупругому



Рис. 16. Дифференциальные сечения неупругого рассеяния α + ¹³С при энергии 65 МэВ. Точки — экспериментальные данные. Кривые — DWBA-расчет: штрихпунктирная — вклад состояния 1/2⁻ (11.08 МэВ), штриховая — вклад состояния 1/2⁺ (10.996 МэВ), сплошная — сумма вкладов этих состояний.

рассеянию альфа-частиц на ¹³С при энергии 65 и 90 МэВ с возбуждением состояний 3.09, 3.68, 7.55, 8.86, 9.90 и 11.08 МэВ. Данные по угловым распределениям для состояний 3.68 и 7.55 МэВ представлены впервые.

Анализ данных упругого рассеяния в диапазоне энергий $E_{\rm lab} = 48.7 - 90$ МэВ проводился в рамках полумикроскопической модели дисперсионного оптического потенциала (SMDOM). Такая



Рис. 17. Формфактор неупругого рассеяния $\alpha + {}^{13}\text{C}$ при энергии 90 МэВ с возбуждением состояний $1/2^-$ (8.86 МэВ) (штриховая кривая), $1/2^-$ (11.08 МэВ) (сплошная) и $1/2^+$ (10.996 МэВ) (штрихпунктирная).

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 86 № 1 2023

модель с использованием дисперсионных соотношений эффективно имеет меньшее число варьируемых параметров, чем обычная феноменологическая оптическая модель, где весь набор определяется для каждой энергии. Это позволяет уменьшить неоднозначность анализа. В рамках этого подхода осуществлен микроскопический расчет потенциала среднего поля (СП) на основе метода двукратной свертки с учетом обменной компоненты. В частности, для потенциала СП определена эмпирическая зависимость от энергии объемного интеграла. Получены параметры потенциала SMDOM. Использование радужных эффектов, наблюдаемых в дифференциальных сечениях, также позволило снизить неоднозначность в определении параметров оптического потенциала, а плавная зависимость параметров полученного потенциала от энергии в рассматриваемом интервале дает возможность оценить значения параметров и интегральных характеристик потенциала при энергиях выходных каналов неупругого рассеяния. Получено достаточно хорошее описание данных по упругому рассеянию.

Экспериментальные данные по неупругому рассеянию были проанализированы в рамках метода DWBA. Для анализа в рамках метода искаженных волн используются силовые параметры полученного выше потенциала SMDOM при соответствующих энергиях.

Анализ данных для состояний 3.68 и 7.55 МэВ выполнен в предположении принадлежности этих состояний вращательной полосе основного состояния. Данные хорошо описываются в области

первых дифракционных осцилляций, подтверждая правильность сделанного предположения. В рамках МДМ мы получили для этих состояний радиусы, в пределах ошибок совпадающие с радиусом основного состояния. Оба этих результата подтверждают возможность существования этой полосы.

Состояние 1/2+ (3.09) было рассмотрено как одночастичное возбуждение валентного нейтрона в s-состоянии в потенциале остова ¹²С в основном состоянии. Радиальный формфактор определяется интегралом перекрытия нуклон-нуклонного взаимодействия с одночастичными волновыми функциями 1 p_{1/2} валентного нейтрона в основном состоянии ядра-мишени 13 С и $2s_{1/2}$ валентного нейтрона в возбужденном состоянии $1/2^+$ (3.09) ядра ¹³С. Полученная одночастичная волновая функция $2s_{1/2}$ валентного нейтрона имеет большую протяженность, ее среднеквадратичный радиус $R_n =$ = 6.36 Фм, обнаруживая признаки нейтронного гало в ядре ¹³С в возбужденном состоянии 1/2⁺ (3.09 МэВ). Оценка среднеквадратичного радиуса ядра 13 С (R_m) в этом состоянии в рамках рассмотренной модели дает значение $R_m = 2.8 \, \Phi$ м. Аналогичный радиус был получен и в рамках МДМ. 2.9 ± ± 0.2 Фм. Распределение материальной плотности в этом состоянии оказалось более протяженным, существенно отличаясь от плотности основного состояния, поэтому для согласованности DWBAрасчета необходимо при вычислении потенциала СП в выходном канале использовать эту плотность возбужденного состояния. Использование такой разреженной плотности улучшило описание экспериментальных данных, которые довольно хорошо описываются в полном угловом диапазоне.

Выполненный анализ позволил выделить компоненту, соответствующую состоянию 10.996 МэВ и впервые сделать оценку радиуса этого состояния в рамках МДМ. Состояния 8.86, 10.996 и 11.08 МэВ рассматривались как альфа-кластерные с увеличенным радиусом. Данные довольно хорошо описываются в полном угловом диапазоне. Более того, полученные формфакторы этих состояний показывают сходное поведение, что говорит в пользу близости свойств этих состояний. Оказалось, что в пределах ошибок радиусы этих состояний совпадают и более того, близки к радиусу состояния Хойла. Этот результат является аргументом в пользу того, что все эти альфа-кластерные состояния могут выступать как аналоги состояния Хойла в ¹²С.

Для состояния 9.90 МэВ ввиду неясности природы этого возбуждения использовался полностью феноменологический неупругий формфактор. Благодаря этому удалось добиться хорошего описания экспериментальных данных в области первых дифракционных осцилляций. Сравнение полученного формфактора этого состояния с формфактором состояния 8.86 МэВ показывает сильно отличающееся поведение и меньшую пространственную протяженность для состояния 9.90 МэВ. Это еще раз подтверждает полученный нами в рамках МДМ уменьшенный радиус.

Проведенный анализ в рамках метода искаженных волн подтвердил наши результаты, полученные ранее в рамках МДМ-расчетов. Еще раз было подтверждено, что в ¹³С сосуществуют различные структуры: оболочечные состояния соседствуют с коллективными вращательными состояниями и экзотическими структурами, такими как нейтронное гало и альфа-кластерные состояния с увеличенными размерами. Вопрос компактного состояния 9.90 МэВ остается открытым и, возможно, потребует нового эксперимента с пучком ³He.

Проведенный анализ еще раз подтвердил возможности метода искаженных волн. Метод искаженных волн может дать информацию о волновой функции интересующего состояния путем тестирования различных ядерных моделей через формфактор реакции, являющийся интегралом перекрытия волновых функций начального ядра-мишени и конечного ядра-продукта в исследуемом состоянии. Кроме того, в случаях, когда в экспериментальных данных невозможно отделить вклад близких уровней, или вклады нескольких компонент с различными переданными угловыми моментами, такой теоретический анализ дает возможность это сделать. Это успешно было сделано для экспериментальных данных при 65 МэВ: удалось выделить в общем пике компоненты состояний 3.68 и 3.85 МэВ, а также состояний 10.996 и 11.08 МэВ.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Представленное исследование финансировалось НИЦ "Курчатовский институт".

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. W. von Oertzen, M. Freer, and Y. Kanada-En'yo, Phys. Rep. **432**, 43 (2006).
- 2. A. Tohsaki, H. Horiuchi, P. Schuck, and G. Röpke, Phys. Rev. Lett. 87, 192501 (2001).
- P. Schuck, Y. Funaki, H. Horiuchi, G. Röpke, A. Tohsaki, and T. Yamada, Nucl. Phys. A 738, 94 (2004).
- M. Chernykh, H. Feldmeier, T. Neff, P. von Neumann-Cosel, and A. Richter, Phys. Rev. Lett. 98, 032501 (2007).
- 5. A. A. Ogloblin, T. L. Belyaeva, A. N. Danilov, A. S. Demyanova, and S. A. Goncharov, Nucl. Phys. A 834, 143 (2010).
- T. L. Belyaeva, A. N. Danilov, A. S. Demyanova, S. A. Goncharov, A. A. Ogloblin, and R. Perez-Torres, Phys. Rev. C 82, 054618 (2010).

- T. Kawabata, Y. Sasamoto, M. Fujiwara, H. Hashimoto, K. Hatanaka, K. Itoh, M. Itoh, Y. Kanada-En'yo, K. Kawase, Y. Maeda, H. Matsubara, K. Nakanishi, S. Sakaguchi, Y. Shimizu, K. Suda, Y. Tameshige, *et al.*, J. Phys.: Conf. Ser. 111, 012013 (2008).
- T. Kawabata, Y. Sasamoto, Y. Maeda, S. Sakaguchi, Y. Shimizu, K. Suda, T. Uesaka, M. Fujiwara, H. Hashimoto, K. Hatanaka, K. Kawase, H. Matsubara, K. Nakanishi, Y. Tameshige, A. Tamii, K. Itoh, *et al.*, Int. J. Mod. Phys. E **17**, 2071 (2008).
- 9. T. Yamada and Y. Funaki, Int. J. Mod. Phys. E 17, 2101 (2008).
- 10. T. Yamada and Y. Funaki, Int. J. Mod. Phys. E **20**, 910 (2011).
- 11. T. Yamada and Y. Funaki, Phys. Rev. C **92**, 034326 (2015).
- 12. Y. Chiba and M. Kimura, Phys. Rev. C **101**, 024317 (2020).
- 13. M. Milin and W. von Oertzen, Eur. Phys. J. A 14, 295 (2002).
- 14. N. Furutachi and M. Kimura, Phys. Rev. C 83, 021303(R) (2011).
- 15. N. Itagaki, W. von Oertzen, and S. Okabe, Phys. Rev. C **74**, 067304 (2006).
- 16. T. Otsuka, N. Fukunishi, and H. Sagawa, Phys. Rev. Lett. **70**, 1385 (1993).
- Z. H. Liu, C. J. Lin, H. Q. Zhang, Z. C. Li, J. S. Zhang, Y. W. Wu, F. Yang, M. Ruan, J. C. Liu, S. Y. Li, and Z. H. Peng, Phys. Rev. C 64, 034312 (2001).
- T. L. Belyaeva, R. Perez-Torres, A. A. Ogloblin, A. S. Demyanova, S. N. Ershov, and S. A. Goncharov, Phys. Rev. C 90, 064610 (2014).
- A. N. Danilov, T. L. Belyaeva, A. S. Demyanova, S. A. Goncharov, and A. A. Ogloblin, Phys. Rev. C 80, 054603 (2009).
- 20. A. S. Demyanova *et al.*, Int. J. Mod. Phys. E **20**, 915 (2011).
- A. S. Demyanova, A. N. Danilov, S. V. Dmitriev, A. A. Ogloblin, T. L. Belyaeva, N. Burtebaev, P. Drobyshev, S. A. Goncharov, Yu. B. Gurov, P. Heikkinen, R. Julin, S. V. Khlebnikov, V. A. Maslov, N. Nassurlla, Yu. E. Penionzhkevich, Yu. G. Sobolev, *et al.*, EPJ Web Conf. **66**, 02027 (2014).
- A. S. Demyanova, A. A. Ogloblin, A. N. Danilov, S. A. Goncharov, T. L. Belyaeva, Yu. G. Sobolev, S. V. Khlebnikov, N. Burtebaev, W. Trzaska, P. Heikkinen, G. P. Tyurin, D. Janseitov, and Yu. B. Gurov, EPJ Web Conf. 117, 04012 (2016).
- А. А. Оглоблин, А. С. Демьянова, А. Н. Данилов, С. А. Гончаров, Т. Л. Беляева, В. Трзаска, Ю. Г. Соболев, Письма в ЖЭТФ 102, 227 (2015) [JETP Lett. 102, 199 (2015)].
- 24. A. S. Demyanova, A. N. Danilov, S. V. Dmitriev, A. A. Ogloblin, V. I. Starastsin, S. A. Goncharov, and D. M. Janseitov, Письма в ЖЭТФ 114, 351 (2021) [JETP Lett. 114, 303 (2021)].

- B. A. Urazbekov, B. K. Karakozov, N. T. Burtebayev, D. M. Janseitov, M. Nasrulla, D. Alimov, D. S. Valiolda, S. H. Kazhykenov, A. S. Denikin, A. S. Demyanova, and A. N. Danilov, Int. J. Mod. Phys. E **31**, 2250031 (2022).
- D. J. Marín-Lámbarri, R. Bijker, M. Freer, M. Gai, Tz. Kokalova, D. J. Parker, and C. Wheldon, Phys. Rev. Lett. 113, 012502 (2014).
- 27. R. Bijker and F. Iachello, Phys. Rev. Lett. **122**, 162501 (2019).
- 28. I. J. Thompson, Comput. Phys. Rep. 7, 167 (1988).
- 29. P. D. Kunz and E. Rost, Comp. Nucl. Phys. 2, 88 (1993).
- С. А. Гончаров, О. М. Князьков, А. А. Коложвари, ЯФ 59, 666 (1996) [Phys. At. Nucl. 59, 634 (1996)].
- 31. G. R. Satchler, *Direct Nuclear Reactions* (Clarendon Press, Oxford, 1983).
- 32. D. T. Khoa and G. R. Satchler, Nucl. Phys. A **668**, 3 (2000).
- 33. С. А. Гончаров, А. Изадпанах, ЯФ **70**, 21 (2007) [Phys. At. Nucl. **70**, 18 (2007)].
- 34. С. А. Гончаров, А. Изадпанах, ЯФ **70**, 1538 (2007) [Phys. At. Nucl. **70**, 1491 (2007)].
- С. А. Гончаров, Р. В. Сухоруков, Вестн. Моск. унта. Сер. З. Физ. Астрон. 73, 64 (2018) [Mosc. Univ. Phys. Bull. 73, 301 (2018)].
- 36. D. T. Khoa, G. R. Satchler, and W. von Oertzen, Phys. Rev. C 56, 954 (1997).
- 37. M. W. Kirson, Nucl. Phys. A 781, 350 (2007).
- 38. J. Heisenberg, J. S. McCarthy, and I. Sick, Nucl. Phys. A **157**, 435 (1970).
- 39. I. Angeli and K. P. Marinova, At. Data Nucl. Data Tables **99**, 69 (2013).
- С. А. Гончаров, Ю. А. Глухов, А. С. Демьянова, А. А. Оглобин, М. В. Рожков, В. Трашка, Изв. РАН. Сер. физ. 67, 72 (2003).
- H. Abele, H. J. Hauser, A. Korber, W. Leitner, R. Neu, H. Plappert, T. Rohwer, G. Staudt, M. Strasser, S. Welte, M. Walz, P. D. Eversheim, and F. Hinterberger, Z. Phys. A 326, 373 (1987).
- A. Ingemarsson, J. Nyberg, P. U. Renberg, O. Sundberg, R. F. Carlson, A. J. Cox, A. Auce, R. Johansson, G. Tibell, D. T. Khoa, and R. E. Warner, Nucl. Phys. A 676, 3 (2000).
- 43. C. Mahaux, H. Ngo, and G. R. Satchler, Nucl. Phys. A **449**, 354 (1986).
- 44. H. T. Fortune, Phys. Rev. C 94, 064307 (2016).
- 45. J. L. Friarand and J. W. Negele, Adv. Nucl. Phys. 8, 219 (1975).
- 46. G. R. Satchler, K. W. Mcvoy, and M. S. Hussein, Nucl. Phys. A **522**, 621 (1991).
- 47. С. А. Гончаров, А. А. Оглоблин, ЯФ **56**, 40 (1993) [Phys. At. Nucl. **56**, 40 (1993)].
- Y. Kanada-En'yo, Prog. Theor. Phys. 117, 655 (2007).

INVESTIGATION OF ¹³C EXCITED STATES IN ALPHA PARTICLE SCATTERING

S. A. Goncharov¹, A. S. Demyanova², A. N. Danilov², V. I. Starastsin^{2),3}, T. L. Belyaeva⁴, W. Trzaska⁵, N. Burtebayev^{6),7}, M. Nasurlla^{6),7}, Yu. B. Gurov^{3),8}

¹⁾ Lomonosov Moscow State University, 119991 Moscow, Russia

²⁾ National Research Centre" Kurchatov Institute", 123182 Moscow, Russia

³⁾ National Research Nuclear University MEPhI, 115409 Moscow, Russia

⁴⁾ Universidad Autónoma del Estado de México, C.P. 50000, Toluca, México

⁵⁾ University of Jyväskylä, FIN-40014 Jyväskylä, P.O. Box 35, Finland

⁶⁾ Institute of Nuclear Physics, National Nuclear Center of Republic of Kazakhstan, Almaty

050032, Republic of Kazakhstan

⁷⁾ Al-Farabi Kazakh National University, Almaty 050040, Republic of Kazakhstan ⁸⁾ Joint Institute for Nuclear Research, 141980 Dubna, Russia

A theoretical analysis of the available experimental data on elastic and inelastic scattering of α + ¹³C in the energy range up to 90 MeV has been carried out. The parameters of the semi-microscopic potential are obtained within the framework of the dispersive optical model (SMDOM). The found potentials were used in the Distorted Wave Born approximation analysis of our recently measured data on inelastic scattering at 65- and 90-MeV energies. Experimental data for the 3.68- and 7.55-MeV states are presented for the first time. The 3.68- and 7.55-MeV states are considered under the assumption to be members of the ground state rotational band within the framework of the standard rotational model. A satisfactory description of the angular distributions has been obtained and the deformation lengths have been determined. For other excitations up to 11 MeV, a model phenomenological formfactor is used. The performed analysis confirmed the presence of a neutron halo in the 3.09-MeV state. The similarity of the shape of the obtained inelastic form factors for the 8.86-, 10.996-, and 11.08-MeV states, as well as the closeness of their radii, suggests that the ¹³C nucleus in all three states has an increased size and a similar structure. A comparison of the radial dependences of the formfactors for the 9.90-MeV and 8.86-MeV states shows that the wave function of the 9.90-MeV state has a much smaller spatial extension. The obtained results agree with the values of the radii of the states under discussion, determined within the framework of the Modified Diffraction Model.