

## ИЗМЕРЕНИЕ СЕЧЕНИЯ $e^+e^- \rightarrow n\bar{n}$ ВБЛИЗИ ПОРОГА РОЖДЕНИЯ С ВЫСОКИМ РАЗРЕШЕНИЕМ ПО ЭНЕРГИИ

© 2023 г. А. В. Бобров<sup>1),2)\*</sup>, А. Е. Бондарь<sup>1),2)\*\*</sup>

Поступила в редакцию 30.10.2022 г.; после доработки 30.11.2022 г.; принята к публикации 21.12.2022 г.

В работе предложен способ измерения сечений на  $e^+e^-$ -коллайдерах с пучками, сталкивающимися под углом. В данном подходе энергетический ход сечения извлекается из углового распределения продуктов взаимодействия. На примере процесса  $e^+e^- \rightarrow n\bar{n}$  продемонстрирована чувствительность метода. Предложенный способ открывает принципиальную возможность для изучения тонкой структуры сечения вблизи порога, на масштабах, много меньших энергетического разброса в пучках. Подобные измерения могут быть реализованы в экспериментах на Супер Чарм-Тау фабрике.

DOI: 10.31857/S0044002723030042, EDN: RKGVBV

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Основным методом измерения сечений на электрон-позитронных коллайдерах является метод прямого счета. Используя процессы с большими сечениями, описываемые квантовой электродинамикой,  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ ,  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$  и др., измеряется интегральная светимость, полученная в эксперименте. Сечение исследуемого процесса определяется с использованием количества зарегистрированных событий за вычетом фона и интегральной светимости в каждой точке по энергии. В таком традиционном подходе разрешение к узким или быстро меняющимся с энергией структурам в сечении определяется разбросом энергии пучков. Существующие  $e^+e^-$ -коллайдеры имеют весьма высокую степень монохроматичности  $\frac{\delta E_b}{E_b} \sim 10^{-3}$ , где  $E_b$  — энергия пучков. Если сечение  $\sigma$  как функция  $W$  инвариантной массы рожденных частиц ( $W \simeq 2E_b$ ) меняется относительно быстро в сравнении с разбросом по инвариантным массам  $\delta W$  ( $\delta W \simeq \sqrt{2}\delta E_b$ ), т.е.  $\frac{d\sigma}{\sigma dW} \gg \frac{1}{\delta W}$ , то изучение энергетической зависимости сечения методом прямого счета будет затруднено или невозможно. Предлагаемый метод преодолевает эти трудности.

Если система центра инерции (С.Ц.И.) движется в лабораторной системе (Л.С.), угол вылета

тяжелой рожденной частицы относительно направления движения С.Ц.И. связан с импульсом и, следовательно, кинетической энергией этой частицы в С.Ц.И. Измеряя угловое распределение рожденных тяжелых частиц в лабораторной системе отсчета, можно существенно улучшить разрешение по энергии при измерении энергетической зависимости сечения рождения пары тяжелых частиц. Рассматриваемый в работе метод предполагает, что по каким-то причинам величину импульса рожденной тяжелой частицы измерить невозможно, например, в случае рождения  $n\bar{n}$ -пары или  $p\bar{p}$ , когда энергия протонов недостаточна, чтобы пройти вакуумную камеру ускорителя, и можно измерить лишь направление вылета по точке аннигиляции античастицы в детекторе.

Движение С.Ц.И. обеспечивается применением схемы Crab Waist [1]. В данном подходе изменяется организация места встречи таким образом, что пучки пересекаются с относительно большим углом в горизонтальной плоскости. Этот угол, например, равен 82 мрад в случае Super KEKB фабрики. Если энергии сталкивающихся пучков равны, то система центра инерции движется в лабораторной системе по направлению биссектрисы угла пересечения практически перпендикулярно направлению движения начальных пучков<sup>3)</sup>. Величина скорости С.Ц.И. равна синусу половинного угла пересечения в единицах скорости света. Важным параметром является точность измерения средней энергии и энергетического разброса пучков. Для того чтобы измерить сечение на масштабах, много меньших

<sup>1)</sup>Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН, Новосибирск, Россия.

<sup>2)</sup>Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия.

\*E-mail: A.V.Bobrov@inp.nsk.su

\*\*E-mail: A.E.Bondar@inp.nsk.su

<sup>3)</sup>В настоящее время рассматриваются два схожих проекта Супер Чарм-Тау фабрики в Китае [2, 3] и Новосибирске [4]. Оба позволяют реализовать предлагаемую схему измерения сечения  $e^+e^- \rightarrow N\bar{N}$  на пороге рождения.

$\delta_W$ , абсолютная точность измерения этих величин должна быть много меньше  $\delta_W$ . Метод обратного комптоновского рассеяния, который применяют на существующих коллайдерах, имеет точность порядка 100 кэВ (на пороге рождения  $n\bar{n}$ ) и удовлетворяет данному критерию [5].

Имеющиеся в настоящий момент экспериментальные данные указывают на интересное поведение сечения рождения пары барион–антибарион ( $N\bar{N}$ ) вблизи порога в  $e^+e^-$ -аннигиляции. Вероятно, взаимодействие барионов в конечном состоянии приводит к тому, что сечение быстро растет непосредственно вблизи порога [6–9]. Характерный масштаб, на котором изменяется сечение, возможно, существенно меньше  $\delta_W$ . Для проверки теоретических предсказаний [10–13] требуется повышение точности экспериментальных измерений зависимости сечений от энергии, в том числе и на масштабах энергий, заметно меньших энергетического разброса пучков.

Данная работа посвящена изучению разрешающей способности метода и возможных ограничений на точность с помощью численного моделирования.

## 2. ОПИСАНИЕ МЕТОДА

Рассмотрим предлагаемый метод на примере процесса  $e^+e^- \rightarrow n\bar{n}$  при энергии сталкивающихся пучков вблизи порога рождения нейтрон–антинейтронной пары. Вблизи порога (даже с учетом того, что С.Ц.И. движется в Л.С. со скоростью, много меньшей скорости света) вероятность регистрации нейтрона много меньше регистрации антинейтрона, который с высокой эффективностью может быть зарегистрирован по его аннигиляции в калориметре. По координатам центра кластера в калориметре и места встречи пучков угол вылета антинейтрона может быть измерен с достаточно хорошей точностью. Положение места встречи пучков известно с высокой точностью, поскольку они пересекаются под большим углом и размер области светимости существенно ограничен.

В случае фиксированной инвариантной массы рожденной пары  $W$  (меньше критического значения  $W^* = m_n(2 + v^2)$ ) максимальный угол вылета антинейтрона относительно направления скорости С.Ц.И.  $\alpha_{\max}$  ограничен и связан с  $W$  простым соотношением (формула получена в нерелятивистском приближении):

$$\alpha_{\max} = \sqrt{\frac{W - 2m_n}{m_n v^2}}, \quad (1)$$

где  $m_n$  — масса нейтрона, а  $v$  — скорость С.Ц.М., равная  $v = \sin \gamma$ ,  $\gamma$  — половинный угол пересечения пучков. Предполагая, что распределение по углу вылета антинейтрона в системе центра масс

известно, можно получить распределение событий по углу вылета в лабораторной системе отсчета в пределах от 0 до  $\alpha_{\max}$ . Полное угловое распределение можно получить, суммируя угловые распределения для всех интервалов энергий с весом, равным интегральной светимости, умноженной на сечение для данного интервала энергий. Точные выражения для критического угла распределений для фиксированной инвариантной массы приведены в Приложении. В предложенном методе зависимость сечения от энергии извлекается статистически по всему ансамблю событий, как и в методе прямого счета. В каждом же отдельном событии инвариантная масса рожденной пары не определяется.

Для изучения процесса реконструкции сечения  $e^+e^- \rightarrow n\bar{n}$  по угловому распределению использовалась программа быстрого моделирования. Энергии и углы начальных частиц в пучках разыгрывались с учетом следующих предположений. Энергия частиц в пучке имеет нормальное распределение с относительным разбросом  $\delta E_b/E_b = 10^{-3}$ . Угловой разброс в пучке составляет  $10^{-3}$  рад. Угловое распределение антинейтронов в С.Ц.И. соответствует рождению в  $S$ -волне<sup>4</sup>). Половинный угол пересечения пучков был выбран  $\gamma = 0.05$ . Моделировалось рождение нейтрон–антинейтронных пар в 10 точках по энергии пучков в интервале от [939.75; 942.0] МэВ с шагом 0.25 МэВ. Порогу рождения пары  $n\bar{n}$  соответствует энергия 940.74 МэВ. Энергетическая зависимость сечения рождения нейтрон–антинейтронной пары описывалась либо  $\Theta$ -функцией Хевисайда со скачком на пороге рождения (величина сечения 1 нбн), либо растущим монотонно сечением с дополнительным вкладом одного или двух гипотетических резонансов вблизи порога. Ширины резонансов предполагались равными 100 кэВ.

Для получения сечения события моделирования разделялись на статистически независимые наборы. Одна группа данных использовалась для определения формы угловых распределений как функции инвариантной массы  $W$ . Затем полученные угловые распределения использовались для описания распределений другой части данных, которая выполняла роль “экспериментальных”. Величины сечений измерялись несколько раз на независимых наборах “экспериментальных” данных. Точность измерения определялась из среднеквадратичного отклонения этих измерений.

<sup>4</sup>Что представляется вполне оправданным, поскольку метод применим в узкой области энергий выше порога рождения. Существенный вклад  $D$ -волны будет проявляться в  $\phi$ -асимметрии относительно направления движения С.Ц.И в лабораторной системе отсчета.

Функция распределения событий по инвариантным массам  $\frac{dN}{dW}$  определялась из минимизации распределений  $\frac{d^2N}{dn_y dn_z}$  и  $\frac{d^2N}{d \cos \alpha dE_b}$ . Здесь  $n_i$  — проекции направления движения антинейтрона (вектор  $\frac{\mathbf{p}}{|\mathbf{p}|}$ , где  $\mathbf{p}$  — вектор импульса антинейтрона) на соответствующие оси (С.Ц.И. движется по оси  $x$ ),  $\alpha$  — угол между скоростями нейтрона и С.Ц.И. Подгоночная функция линейно зависела от искомым параметров  $\frac{dN}{dW}$ . Сечение же определялось по следующей формуле:  $\sigma(W) = \frac{dN}{dW} / \frac{d\mathcal{L}}{dW}$  (здесь  $\mathcal{L}$  — интегральная светимость). Функция распределения светимости в зависимости от инвариантной массы  $\frac{d\mathcal{L}}{dW}$  считалась известной. На эксперименте она вычисляется из энергии пучков и энергетического разброса.

### 3. РАЗРЕШЕНИЕ ПО ИНВАРИАНТНОЙ МАССЕ

Как уже отмечалось, между углом вылета антинейтрона и инвариантной массой пары  $n\bar{n}$  нет прямой функциональной зависимости. Если выразить разность  $W - 2m_n$  через максимальный угол рассеяния  $\alpha$ , то получится следующее соотношение:

$$W - 2m_n = m_n v^2 \sin \alpha.$$

Эта формула получена в приближении, что отклонения 4-импульса пары рожденных нуклонов  $\delta P_i$  от значения  $P_i$ , вычисленного по средним значениям 4-импульсов начальных частиц, имеют только параллельную  $\delta P_{i\parallel}$ -составляющую (Приложение). Отличие от 0  $\delta P_{i\perp}$  перпендикулярной составляющей приводит к ошибкам в измерении угла  $\alpha$ . На пороге  $\alpha = 0$ , поэтому в формуле переноса ошибок нужно использовать разложение до второго порядка по малому параметру  $\delta\alpha$ .

$$\frac{\delta W}{m_n} = v^2 \sqrt{4\alpha^2 (\delta\alpha)^2 + (\delta\alpha)^4}. \quad (2)$$

Нужно отметить, что слагаемое, содержащее первую производную, начинает приводить к относительно быстрому ухудшению разрешения. Действительно, когда критические углы становятся порядка разрешения по углу, вклады от первого и второго порядка сравниваются.

Получим численную оценку разрешения по инвариантной массе, используя эту формулу. Для этого рассмотрим следующие основные факторы, которые дают вклад в разрешение по инвариантной массе:

- Точность измерения угла вылета антинейтрона;
- Энергетический разброс частиц в пучках;
- Радиационные поправки;
- Точность измерений энергии и энергетического разброса пучков.

Характерный поперечный размер кристалла электромагнитного калориметра примерно 5 см, а расстояние от места встречи (для частиц, вылетевших по направлению скорости С.Ц.И.) около одного метра. Предполагая, что точку аннигиляции антинейтрона в электромагнитном калориметре можно определить с точностью до одного кристалла, угловое разрешение будет  $\sim 1/20$  рад. После подстановки в (2) относительное разрешение по инвариантной массе получается около  $10^{-5}$ . Рассеяние антинейтрона в веществе детектора до взаимодействия в калориметре может дополнительно ухудшать угловое разрешение направления вылета антинейтрона, однако согласно оценкам, это не дает существенного вклада в разрешение по инвариантной массе.

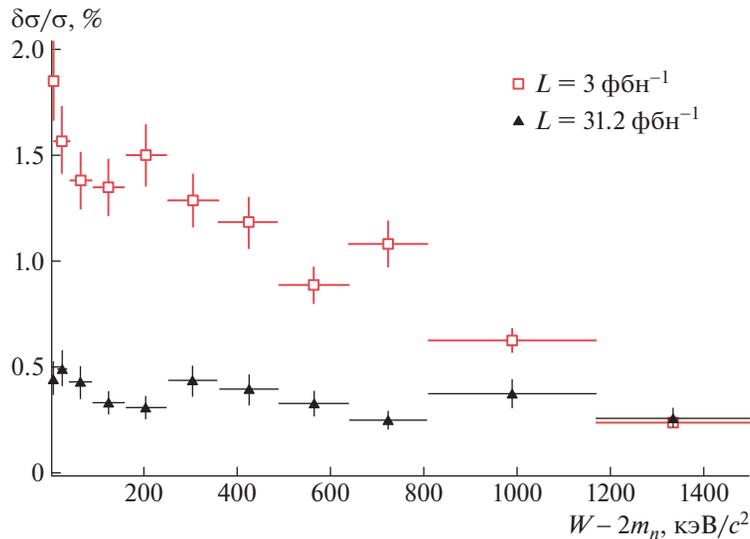
Энергетический разброс приводит к тому, что направление скорости движения С.Ц.И. и ее величина меняются от события к событию. Характерный угловой разброс будет  $\delta\alpha = \frac{\delta E_b}{\sqrt{2}E_b v}$ . Подстановка в формулу (2) дает соответственно квадратичную зависимость разрешения по инвариантной массе от относительного энергетического разброса на пороге рождения:

$$\frac{\delta W}{m_n} = \frac{(\delta E_b)^2}{2E_b^2} \sim 10^{-6}. \quad (3)$$

Влияние радиационных поправок в случае измерения сечения рождения тяжелых частиц вблизи порога подавлено по двум причинам. Во-первых, излучение в конечном состоянии медленных тяжелых частиц мало. А во-вторых, энергия излученных фотонов начальными электронами ограничена разностью энергий между энергией  $e^+e^-$  и энергией порога рождения тяжелых частиц и порядка энергетического разброса пучков. Поэтому влияние радиационных поправок на точность измерения сечения того же порядка, что и влияние энергетического разброса.

### 4. СИСТЕМАТИЧЕСКИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ПРИ ИЗМЕРЕНИИ СЕЧЕНИЯ

Наибольшая проблема, ограничивающая точность измерения сечения рождения нейтрон-антинейтронной пары, заключается в определении эффективности регистрации антинейтрона в



**Рис. 1.** Зависимость относительной точности измерения сечения от инвариантной массы и интеграла светимости. Горизонтальные усы показывают ширину бинов, разбиение на бины табл. 1, энергия пучков 940.75 МэВ.

детекторе. Существующие в настоящий момент программы, рассчитывающие взаимодействие антинейтронов с веществом при низких энергиях, не позволяют достоверно получить как вероятность аннигиляции антинейтрона, так и отклик детектора в этом случае. Единственным надежным способом получения эффективности регистрации остается калибровка детектора мечеными антинейтронами в процессе  $e^+e^- \rightarrow \Lambda^0 \bar{\Lambda}^0 \rightarrow p\pi^- + \bar{n}\pi^0$ .

Кроме того, как отмечалось выше, предполагаемая точность измерения энергии пучков и энергетического разброса методом обратного комптоновского рассеяния примерно 100 кэВ или  $10^{-4} E_b$  [5] и слабо сказывается на разрешении по инвариантной массе. Однако, как показало моделирование, ошибки в измерении энергии и особенно энергетического разброса вносят вклад в точность измерения сечения. При точности измерения энергетического разброса в 10% (абсолютная точность 130 кэВ) относительные систематические сдвиги в сечении достигали 10%. Это влияние может быть частично уменьшено оптимизацией распределения интеграла светимости по инвариантной массе (имеется в виду средняя инвариантная масса, вычисленная по равновесным параметрам начальных частиц). При наборе в фиксированной точке по энергии функция распределения  $\frac{d\mathcal{L}}{dW}$  имеет гауссовский вид  $\frac{\mathcal{L}_{\text{exp}}(- (W - W_0)^2 / (2\delta_W^2))}{\sqrt{2\pi}\delta_W}$ , где  $W_0$  — среднее значение инвариантной массы. Здесь мы не делаем различий между инвариантной массой начальных  $e^+e^-$  и конечных  $n\bar{n}$ , пренебрегая радиационными поправками. Если функция распре-

деления  $\frac{d\mathcal{L}}{dW_0}$  равномерная, то итоговое распределение  $\frac{d\mathcal{L}}{dW}$ , получаемое после свертки с гауссовским распределением, тоже будет равномерное. В таком сценарии набора интеграла светимости вклад в ошибку сечения от точности измерения энергии и энергетического разброса подавлен потому, что  $\frac{d\mathcal{L}}{dW}$  не зависит от энергии пучков и энергетического разброса.

### 5. РЕЗУЛЬТАТЫ

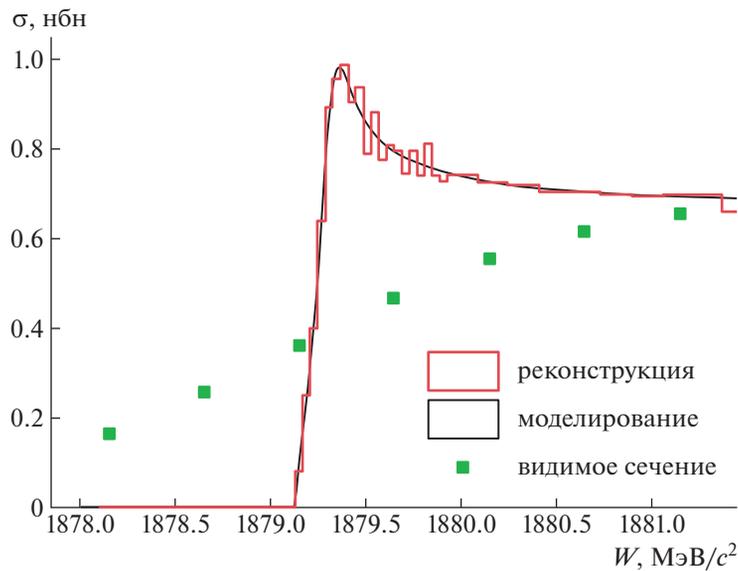
По результатам моделирования удалось установить, что чувствительность метода достаточно высокая, если большинство событий удовлетворяют условию: инвариантная масса рожденной пары меньше критической энергии  $W < m_n(2 + v^2) = W^*$ . В обратном случае разрешение по инвариантной массе ухудшается скачком в несколько раз. Реализация режима с высоким разрешением требует, чтобы количество событий с  $W > W^*$  было относительно мало. Это накладывает ограничения на параметр  $R = \frac{W^* - 2m_n}{\delta_W}$ . Если он мал, то режим высокого разрешения недоступен. В нашем моделировании этот параметр был равен 1.7.

**Таблица 1.** Размер бинов по инвариантной массе для постоянного сечения

Бин	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$W - 2m_n$ , кэВ	10	40	90	160	250	360	490	640	810	1170	$\infty$

**Таблица 2.** Разбиение бина по инвариантной массе для гипотетических резонансов

Бин	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$W - 2m_n$ , кэВ	40	80	120	160	200	240	280	320	360	400
Бин	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$W - 2m_n$ , кэВ	440	480	520	560	600	640	680	720	760	800
Бин	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$W - 2m_n$ , МэВ	0.96	1.12	1.28	1.44	1.60	1.76	1.92	2.08	2.24	2.4
Бин	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
$W - 2m_n$ , МэВ	3.34	4.28	5.22	6.16	7.10	8.04	8.98	9.92	10.86	11.80

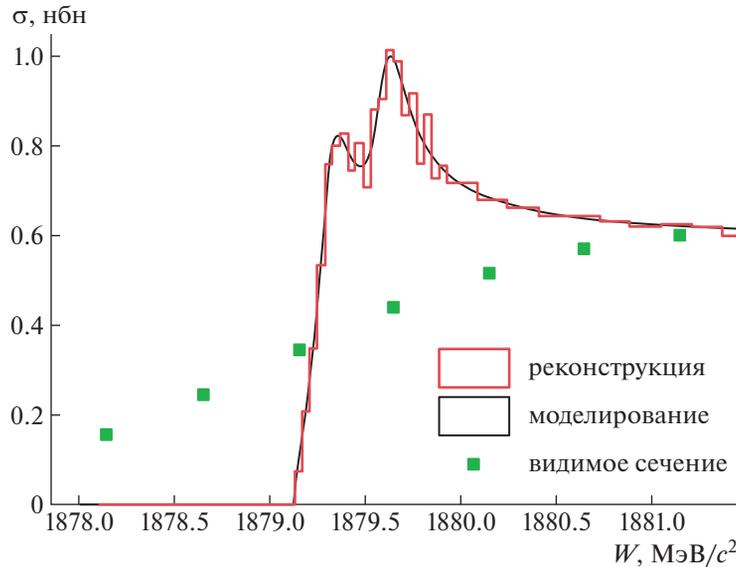
**Рис. 2.** Реконструкция сечения для одного гипотетического резонанса вблизи порога. Тонкая структура сечения надежно идентифицируется предложенным методом. Разбиение на бины по инвариантным массам приведено в табл. 2.

На рис. 1 приведена относительная точность измерения сечения в зависимости от инвариантной массы и интегральной светимости в случае, когда форма сечения в моделировании была  $\Theta$ -функцией Хевисайда. Для области до 10 кэВ характерное значение разрешения составляет 0.5–0.25% при интегральной светимости  $31.2 \text{ фбн}^{-1}$ . Разбиение по интервалам инвариантных масс приведено в табл. 1. Интересно сравнить полученную точность измерения сечения с предельно возможной точностью измерения на “идеальном” (с монохроматическими пучками) коллайдере методом прямого счета. При том же интеграле светимости (разделенном на 11 точек по энергии) в идеальном случае точность измерения сечения порядка 0.06% в каждой точке. На рис. 2 и 3 представлен результат реконструкции сечения с гипотетическими резонансами. Здесь полная интегральная свети-

мость составляет  $70 \text{ фбн}^{-1}$ , распределенная равномерно по семи точкам по энергии от  $E_b = 940.25$  до  $E_b = 941.75 \text{ МэВ}$ , с шагом  $0.25 \text{ МэВ}$ . Можно заметить, что в зависимости сечения от энергии, полученной методом прямого счета, резонансные структуры не наблюдаются. Однако при использовании углового распределения антинейтронов эти узкие пики становятся различимы.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный подход позволяет получить разрешение по инвариантной массе  $n\bar{n}$  (а значит, и точность измерения сечений) много лучше, чем при использовании метода прямого счета. Что позволяет изучать структуру сечений на масштабах, много меньших, чем энергетический разброс. Этот подход



**Рис. 3.** Реконструкция сечения для двух гипотетических резонансов вблизи порога. Видимое сечение слабо меняется при переходе к двум резонансам, а измерения по угловому распределению имеют существенное различие. Разбиение на бины по инвариантным массам приведено в табл. 2.

можно обобщить и на другие процессы с использованием информации о скорости реконструированной частицы в Л.С.

Статистическая точность измерения сечения изменяется в пределах 0.5–0.25% при инвариантных массах ниже критической  $W^*$  при интегральной светимости порядка 30 фбн<sup>-1</sup> и сечении исследуемого процесса 1 нбн. Основным параметром, который задает область с высокой точностью измерения сечения, является скорость С.Ц.И. и, следовательно, величина угла пересечения сталкивающихся частиц.

Вклад в точность определения сечения от энергетического и углового разброса начальных частиц в пучке пренебрежимо мал по сравнению с другими факторами. Среди них нужно выделить следующие:

- Точность измерения угла вылета антинейтрона;
- Эффективность регистрации;
- Рассеяние антинейтронов до их аннигиляции в калориметре;
- Доступный интеграл светимости и абсолютная величина сечения;
- Абсолютная точность измерения средней энергии и энергетического разброса в пучках;
- Отличие углового распределения в С.Ц.И. от изотропного;
- Эффекты, связанные с радиационными поправками;
- Фоновые условия.

Для аккуратного учета этих эффектов необходимо полное моделирование детектора, процессов

взаимодействия антинейтронов с веществом, их реконструкции, а также процесса рождения пар  $n\bar{n}$ . Однако качественное рассмотрение этих эффектов показывает, что их учет не меняет основных выводов работы.

Оба проекта Супер Чарм-Тау фабрик [2–4] рассматривают возможность набора данных на пороге рождения  $n\bar{n}$  для изучения этого процесса. Получение высокой светимости на низких энергиях усложняет проект коллайдера. В текущем состоянии светимость на пороге рождения  $n\bar{n}$  составляет около  $10^{34}$  см<sup>-2</sup> с<sup>-1</sup>. Из приведенных выше оценок точности измерения сечения следует, что при интеграле светимости порядка 3 фбн<sup>-1</sup> (предполагая, что величина сечения изучаемого процесса 1 нбн) достижимая точность измерения сечения будет составлять 1–2%. Для сравнения точность, полученная в работе коллаборации СНД [8], составляет ~10–20% на масштабе разрешения порядка 1 МэВ.

### Приложение

Рассмотрим случай рождения  $n\bar{n}$ -пары при условии, что угол вылета  $\bar{n}$  измеряется в эксперименте. Угловое распределение  $\bar{n}$  в Л.С. можно определить из углового распределения и скорости в С.Ц.И.

Пусть  $P_i$  — 4-импульс начального состояния, вычисленный без учета отклонений 4-импульсов начальных частиц от средних значений. Если  $\delta P_i$  — это самое отклонение, его можно разложить на параллельную и перпендикулярную составляющие

к начальному  $P_i$ ,  $\delta P_i = \delta P_{i\parallel} + \delta P_{i\perp}$ . Возмущение  $\delta P_i$  можно считать малым, а ведущее слагаемое по  $\delta W$  — это  $\frac{P_i \delta P_{i\parallel}}{W}$ . Не учитывая изменение скорости С.Ц.И., мы отбрасываем слагаемое  $\frac{\delta P_{i\perp}^2}{2W}$ , что является оправданным с точки зрения теории возмущений.

Рассмотрим преобразования Лоренца из С.Ц.И. в Л.С. (скорость света примем равную 1). Вместо двух осей, перпендикулярных направлению движения С.Ц.И., можно оставить одну. Пусть  $T$  — кинетическая энергия нуклона в Л.С.,  $W$  — инвариантная масса пары нуклон–антинуклон,  $m_n$  — масса нуклона,  $v$  — скорость С.Ц.И. в Л.С.,  $\alpha$  — угол между направлением движения нуклона и осью  $x$  в Л.С. (по направлению которой движется С.Ц.И.),  $\omega$  — угол рассеяния в С.Ц.И. относительно направления скорости С.Ц.И. в Л.С. В нерелятивистском пределе преобразования имеют следующий вид:

$$\begin{bmatrix} 1 + v^2/2 & -v & 0 \\ -v & 1 + v^2/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_n + T \\ \sqrt{2m_n T} \cos \alpha \\ \sqrt{2m_n T} \sin \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W/2 \\ \sqrt{W^2/4 - m_n^2} \cos \omega \\ \sqrt{W^2/4 - m_n^2} \sin \omega \end{bmatrix}.$$

Верхнее уравнение на  $W$ :

$$W/2 = (1 + v^2/2)(m_n + T) - v\sqrt{2m_n T} \cos \alpha. \quad (\text{П.1})$$

Из уравнения (П.1) можно вычислить кинетическую энергию нуклона  $T$  в Л.С. как функцию угла вылета антинейтрона  $\alpha$  и инвариантной массы

системы двух нуклонов  $W$ :

$$T - \frac{v \cos \alpha \sqrt{2m_n T}}{1 + v^2/2} + m_n - \frac{W}{2(1 + v^2/2)} = 0.$$

Решим это квадратное уравнение относительно  $\sqrt{T}$ :

$$\begin{aligned} \sqrt{T} &= \frac{v \cos \alpha \sqrt{2m_n}}{2(1 + v^2/2)} \pm \\ &\pm \sqrt{\frac{v^2 \cos^2 \alpha m_n}{2(1 + v^2/2)^2} - m_n + \frac{W}{2(1 + v^2/2)}}. \end{aligned} \quad (\text{П.2})$$

При условии равенства нулю подкоренного выражения (П.2) получаем следующее соотношение (1) между максимальным углом рассеяния и инвариантной массой.

Используя вполне разумные начальные приближения, можно получить формулу, которая определяет зависимость  $\frac{dN}{dW}$  по распределению  $\frac{dN}{d \cos \alpha}$  (мы специально используем  $\frac{dN}{dW}$ , чтобы подчеркнуть необходимость перехода к сечению, через  $\frac{d\mathcal{L}}{dW}$ ). Условия, описывающие это приближение, следующие:

- Не учитывается угловое разрешение;
- Изменение скорости С.Ц.И. из-за отклонений начальных частиц от средних значений не учитывается;
- Пренебрегаем событиями с инвариантной массой выше  $W^*$ ;
- Угловое распределение рожденных частиц в С.Ц.И. изотропное;
- Радиационные поправки не учитываются.

В данном приближении мы можем записать угловое распределение в Л.С. относительно направления скорости С.Ц.И.:

$$\frac{d\rho(\cos \alpha, \beta)}{d \cos \alpha} = \begin{cases} \frac{\Theta \left( \cos \alpha - \sqrt{1 - \sinh^2 \beta / \sinh^2 \psi} \right) (\sinh^2 \beta - \sinh^2 \psi \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \cosh^2 \beta \tanh^2 \psi)}{\cosh^2 \psi \sinh \beta (1 - \cos^2 \alpha \tanh^2 \psi)^2 \sqrt{\sinh^2 \beta - \sinh^2 \psi \sin^2 \alpha}}, & \text{если } \beta \leq \psi, \\ \frac{\left( \sqrt{\sinh^2 \beta - \sinh^2 \psi \sin^2 \alpha} + \cos \alpha \cosh \beta \tanh \psi \right)^2}{2 \cosh^2 \psi \sinh \beta (1 - \cos^2 \alpha \tanh^2 \psi)^2 \sqrt{\sinh^2 \beta - \sinh^2 \psi \sin^2 \alpha}}, & \text{если } \beta > \psi. \end{cases} \quad (\text{П.3})$$

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. P. Raimondi, *Status of the SuperB Effort, Presentation at the 2nd Workshop on SuperB Factory*, LNF-INFN, Frascati, March 2006.
2. Q. Luo and D. Xu, in *Proceedings of the 9th International Particle Accelerator Conference (IPAC2018), Vancouver, Canada*, p. MOPML013.
3. H.-P. Peng, in *Proceedings of the Charm2018, Novosibirsk, Russia, May 21–25, 2018*.
4. A. Bondar, *Phys. At. Nucl.* **76**, 1072 (2013).
5. V. E. Blinov, V. V. Kaminsky, E. B. Levichev, N. Yu. Muchnoi, S. A. Nikitin, I. B. Nikolaev, A. G. Shamov, Yu. A. Tikhonov, and V. N. Zhilich, *ICFA Beam Dyn. Newslett.* **48**, 195 (2009).
6. B. Aubert, R. Barate, D. Boutigny, F. Couderc, Y. Karyotakis, J. P. Lees, V. Poireau, V. Tisserand, A. Zghiche, E. Grauges, A. Palano, M. Pappagallo, A. Pompili, J. C. Chen, N. D. Qi, G. Rong, *et al.*, *Phys. Rev. D* **73**, 012005 (2006).
7. R. R. Akhmetshin, A. N. Amirkhanov, A. V. Anisenzkov, V. M. Aulchenko, V. Sh. Banzarov, N. S. Bashtovoy, D. E. Berkaev, A. E. Bondar, A. V. Bragin, S. I. Eidelman, D. A. Epifanov, L. B. Epshteyn, A. L. Erofeev, G. V. Fedotov, S. E. Gayazov, A. A. Grebenuk, *et al.*, *Phys. Lett. B* **759**, 634 (2016).
8. M. N. Achasov, A. Yu. Barnyakov, K. I. Beloborodov, A. V. Berdyugin, D. E. Berkaev, A. G. Bogdanchikov, A. A. Botov, T. V. Dimova, V. P. Druzhinin, V. B. Golubev, L. V. Kardapoltsev, A. S. Kasaev, A. G. Kharlamov, A. N. Kirpotin, I. A. Koop, A. A. Korol, *et al.*, *Phys. Rev. D* **90**, 112007 (2014).
9. M. Ablikim, M. N. Achasov, P. Adlarson, S. Ahmed, M. Albrecht, R. Aliberti, A. Amoroso, M. R. An, Q. An, X. H. Bai, Y. Bai, O. Bakina, R. Baldini Ferroli, I. Balossino, Y. Ban, K. Begzsuren, *et al.*, arXiv: 2103.12486.
10. V. F. Dmitriev and A. I. Milstein, *Phys. Lett. B* **658**, 13 (2007).
11. J. Haidenbauer, X.-W. Kang, and U.-G. Meißner, *Nucl. Phys. A* **929**, 102 (2014).
12. A. I. Milstein and S. G. Salnikov, *Nucl. Phys. A* **966**, 54 (2017).
13. A. I. Milstein and S. G. Salnikov, *Nucl. Phys. A* **977**, 60 (2018).

## PRECISION MEASUREMENT OF THE $e^+e^- \rightarrow n\bar{n}$ CROSS SECTION NEAR THRESHOLD WITH HIGH ENERGY RESOLUTION

A. V. Bobrov<sup>1),2)</sup>, A. E. Bondar<sup>1),2)</sup>

<sup>1)</sup>*Budker Institute of Nuclear Physics of Siberian Branch of Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russia*

<sup>2)</sup>*Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russia*

In this article new technique of the cross section measurement at  $e^+e^-$  collider, in case if c.m.s. is moving in the laboratory frame, is suggested. The cross section is calculated from the angular distribution in the laboratory frame as a function of beam energy. This method was tested in the process of  $e^+e^- \rightarrow n\bar{n}$ . The new approach allows one to study the fine structure of the cross section at threshold at scales smaller than the beam energy spread. Such measurements can be done at the Super Charm-Tau factory.