

ПОИСК СВЯЗАННЫХ СОСТОЯНИЙ $\Xi^- nn$ -, $\Xi^- pn$ - И $\Xi^- pp$ -СИСТЕМ© 2023 г. М. В. Егоров^{1)*}

Поступила в редакцию 07.11.2022 г.; после доработки 12.12.2022 г.; принята к публикации 12.12.2022 г.

В работе осуществлен поиск связанных состояний систем $\Xi^- nn$, $\Xi^- pn$ и $\Xi^- pp$ с использованием решений связанных однородных интегральных уравнений Фаддеева, записанных относительно компонент T -матрицы. В данных уравнениях вместо традиционного парциально-волнового разложения используется прямое интегрирование по угловым переменным, с точным учетом связывания в фазовом пространстве трехчастичных каналов в каждой из систем $\Xi^- nn - \Lambda\Sigma^- n - \Sigma^0 n$, $\Xi^- np - \Lambda\Lambda p - \Lambda\Sigma^0 n$ и $\Xi^- pp - \Lambda\Lambda p - \Lambda\Sigma^0 p$. Единственными ингредиентами представленного метода являются двухчастичные t -матрицы, которые в случае парного $\Xi^- N$ -взаимодействия находились путем решения связанных интегральных уравнений Липпмана–Шингера для систем $\Xi N - \Lambda\Lambda - \Sigma\Sigma$ в состоянии ($I = 0$, 1S_0), ΞN в состоянии ($I = 0$, 3S_1), $\Xi N - \Lambda\Sigma$ в состоянии ($I = 1$, 1S_0) и $\Xi N - \Lambda\Sigma - \Sigma\Sigma$ в состоянии ($I = 1$, 3S_1). Для получения парных $\Xi^- N$ -, YY - и YN -взаимодействий, генерирующих t -матрицы, используется обновленный вариант ESC16 микроскопической модели. Парное NN -взаимодействие восстанавливается на основе зарядово-зависимой Боннской модели. Прямые численные расчеты энергий связи рассматриваемых систем ясно свидетельствуют о существовании по одному связанному состоянию с энергиями связи 4.5 и 5.5 МэВ для $\Xi^- nn$ - и $\Xi^- np$ -систем соответственно и двух состояний с энергиями связи 2.7 и 4.4 МэВ для системы $\Xi^- pp$.

DOI: 10.31857/S004400272303008X, **EDN:** RKUYYC

1. ВВЕДЕНИЕ

Последние два десятилетия получило дальнейшее развитие направление ядерной физики, посвященное исследованию барион-барионного взаимодействия в секторе со странностью $S = -2$. Подверженные слабому распаду гипероны не могут выступать в роли бомбардирующих частиц и, также как в двухбарионном секторе $S = -1$, построение гиперон-нуклонных и гиперон-гиперонных взаимодействий опирается, во многом, на теоретические расчеты и опыты со вторичными пучками каонов в реакциях (K^- , K^+) и (K^- , π^\pm).

С экспериментальной точки зрения существует крайне мало данных для двухбарионного сектора $S = -2$, ограниченных одной точкой полного сечения неупругих $\Xi^- p \rightarrow \Lambda\Lambda$ и $\Xi^- p \rightarrow \Xi^0 n$ процессов и упругого $\Xi^- p \rightarrow \Xi^- p$ рассеяния при лабораторном импульсе Ξ^- -гиперона $p_{\Xi}^{\text{ЛАБ}} \approx 0.5$ ГэВ [1–3]. В отличие от обнаруженного в 1968 г. в опытах с эмульсиями связанного состояния $S = -1$ гипертритона ${}^3\Lambda$ Н с энергией Λ отщепления $S_\Lambda = 0.13$ МэВ экспериментальный поиск связанных

ΞNN -состояний еще не увенчался успехом. Первое экспериментальное подтверждение существования связанных Ξ^- -ядерных состояний было получено в опыте E373 в КЕК-PS [4] с помощью реакции $\Xi^- + {}^{14}\text{N} \rightarrow {}^1\Lambda\text{Be} + {}^5\Lambda\text{He}$. Экспериментальная оценка энергии отщепления Ξ^- -гиперона в экзотической ${}^{14}_{\Xi^-}\text{N}$ -системе составила $S_{\Xi^-} = 4.38 \pm 0.25$ МэВ с точностью до поправки на энергию возбуждения конечного Λ -гиперядра ${}^1\Lambda\text{Be}$. В связи с указанным недостатком экспериментальных данных в двухбарионном секторе $S = -2$ большой интерес представляет планируемая коллаборацией J-PARC [5] серия опытов по прецизионному поиску экзотических гиперядерных состояний.

Теоретические работы за последние пять лет демонстрируют определенный оптимизм относительно существования связанный ΞNN -системы, характеризующейся различными спин-изоспиновыми квантовыми состояниями (I, J^P) = = $(1/2, 1/2^+)$ [6–8], $(I, J^P) = (1/2, 3/2^+)$ [9–12], $(I, J^P) = (3/2, 1/2^+)$ [9, 10]. Существенный скепсис ожиданию связанных состояний в системе ΞNN придает тот факт, что величина энергии связывания E_b системы крайне чувствительна к выбору модели ΞN -взаимодействия. В результате чего в одном и том же подходе с использованием одного и того же вычислительного инструмента,

¹⁾ Томский государственный университет, физический факультет, Томск, Россия.

*E-mail: egorovphys@mail.ru

но с разными моделями двухбарионного ΞN -взаимодействия можно получить как связанное, так и не связанное ΞNN -состояние. Иллюстративным примером являются расчеты с HAL QCD-потенциалом [11, 12] системы ΞNN в состоянии $(I, J^P) = (1/2, 3/2^+)$, которая оказывается несвязанной. Расчеты с киральной составной кварковой моделью CCQM и с микроскопическим ESC08c-потенциалом дают [8] энергию связи системы ΞNN в обоих состояниях $(I, J^P) = (1/2, 3/2^+)$ и $(3/2, 1/2^+)$. Можно отметить, на сегодняшний день только расчеты с киральной составной кварковой моделью [6, 7] приводят к связанному состоянию ΞNN -системы в состоянии $(I, J^P) = (1/2, 1/2^+)$, тогда как такие же микроскопические расчеты с ΞN -потенциалом Jülich Ch-EFT [12] не дают связанного состояния в этом же состоянии. Расхождения между различными микроскопическими расчетами можно связать не столько с недостатком сведений о реалистичном поведении двухбарионного ΞN -потенциала (что отражается в постоянном обновлении барион-барионных моделей, например, Nijmegen extended-soft-core model²⁾ от ESC08c [13] к ESC16 [14] и др.), но и со сложной динамической природой взаимодействия в системе ΞNN . Динамические особенности можно условно разделить на те, которые связаны с двухбарионными взаимодействиями и те, которые продиктованы трехчастичной природой системы ΞNN . Двухбарионное ΞN -взаимодействие уже на пороге рождения Ξ ввиду его большой массы приводит к открытию неупругих каналов $\Lambda\Lambda$, $\Lambda\Sigma$ и $\Sigma\Sigma$. Причем переходы в неупругие каналы устроены таким образом, что вклады с $I = 0$ возникают в системе $\Xi N - \Lambda\Lambda - \Sigma\Sigma$ в синглетной 1S_0 -волне и только в системе ΞN в триплетных волнах $^3S_1 - ^3D_1$. Вклады с $I = 1$ устроены иначе и возникают в системе $\Xi N - \Lambda\Sigma$ в синглетной 1S_0 -волне и в системе $\Xi N - \Lambda\Sigma - \Sigma\Sigma$ в триплетных волнах $^3S_1 - ^3D_1$. Такие двухчастичные особенности парных взаимодействий вместе с высокой массой Ξ -гиперона приводят к тому, что система ΞNN уже на пороге рождения Ξ -гиперона представляет собой связанную систему целого ансамбля частиц. В представлении частиц ΞNN выглядит как связанные системы $\Xi^- nn - \Lambda\Sigma^- n - \Sigma^- \Sigma^0 n$ и $\Xi^- pn - \Lambda\Lambda p - \Sigma^0 \Lambda p - \Sigma^+ \Sigma^- p$. В обоих системах каналы с $\Sigma\Sigma$ лежат примерно на 80 МэВ выше по энергии каналов с частицами $\Sigma\Lambda$ и открываются последними. Канал с $\Lambda\Lambda$ уже является открытым в области порога $\Xi^- n$, что с

самого начала не позволяет рассматривать систему $\Xi^- pn$ изолировано от канала $\Lambda\Lambda p$. Аналогично $\Xi^- nn$ устроено наполнение системы $\Xi^- pp$. Учет расширенного фазового пространства состояний системы ΞNN на каналы $Y\bar{Y}N$ проводился только в работах [6, 7] для состояния $(I, J^P) = (1/2, 1/2^+)$, которое соответствует системе $\Xi^- pr - \Lambda\Lambda p$. Было показано, что влияние других неупругих каналов $N\Lambda\Sigma$ и $N\Sigma\Sigma$ сводится к снижению энергии связи системы $\Xi^- pr - \Lambda\Lambda p$ в среднем на 80–150 кэВ, оставляя при этом систему в связанном состоянии. В остальных теоретических работах система ΞNN рассматривалась в микроскопических подходах изолировано от влияния других трехчастичных каналов.

В настоящей работе проводятся микроскопические расчеты энергий связи систем $\Xi^- nn - \Lambda\Sigma^- n - \Sigma^- \Sigma^0 n$, $\Xi^- pp - \Lambda\Sigma^0 p - \Sigma^+ \Sigma^- p$ и $\Xi^- pn - \Lambda\Lambda p - \Sigma^0 \Lambda p$. Даные трехчастичные системы частиц описываются связанными по типам каналов уравнениями Фаддеева [15]. Необходимость продолжения теоретических исследований в данной области следует из недостатка экспериментальных сведений и противоречивых теоретических данных относительно существования связанных состояний у системы ΞNN . В отличие от предыдущих микроскопических расчетов энергий связи ΞNN -системы в данной работе решается система трехчастичных уравнений Фаддеева относительно компонент трехчастичных T -матриц без использования парциально-волнового разложения [16]. Данный подход к решению фаддеевских уравнений позволяет избавиться от дополнительного связывания уравнений по орбитальным волнам путем прямого интегрирования по угловым переменным в выбранной системе координат. Данный подход прямого численного интегрирования трехчастичных уравнений обладает большей предсказательной способностью, чем решения фаддеевских уравнений в форме АГС (Альт-Грасбергер-Сандхас), поскольку задействует двухчастичные t -матрицы без их трансформации в форму матричных элементов операторов перехода, что позволяет использовать локальные потенциалы в самой общей форме, не допускающие сепарабельного представления. Кроме того, в алгебраической матричной форме однородная система уравнений Фаддеева относительно компонент T -матрицы в точке, соответствующей связанному состоянию $E = E_b$, имеет собственный вектор, компоненты которого описывают связанное состояние системы. Поиск таких собственных состояний на основе решения уравнений Фаддеева относительно компонент T -матриц без использования парциально-волнового разложения положительно зарекомендовал себя в задачах о гиперон-ядерном и каон-ядерном взаимодействиях [17].

²⁾Отметим, что представленные в работах [13] и [14] параметризации действительно отличаются, что несомненно будет влиять на результаты цитируемых выше работ, в которых используется потенциал ESC08c.

Работа построена следующим образом. В разд. 2 приведены уравнения Фаддеева для трех тел разной массы и описана процедура нахождения энергий связи трехчастичных систем без использования парциально-волнового разложения. В разд. 3 описана процедура получения двухчастичных t -матриц для гиперон-нуклонного, гиперон-гиперонного и нуклон-нуклонного взаимодействий. В разд. 4 приведены численные значения энергий связи всех рассмотренных систем и дано сравнение с имеющимися в литературе данными. В Заключении кратко сформированы полученные в данной работе результаты.

2. УРАВНЕНИЯ ФАДДЕЕВА ДЛЯ T -МАТРИЦЫ БЕЗ ПАРЦИАЛЬНО- ВОЛНОВОГО РАЗЛОЖЕНИЯ

В операторной форме для компонент трехчастичной T -матрицы уравнения Фаддеева имеют вид

$$T|\Psi\rangle = tP|\Psi\rangle + tPR_0T|\Psi\rangle. \quad (1)$$

Полная волновая функция трехчастичной системы $|\Psi\rangle$ может быть найдена решением однородного аналога уравнения (1) при фиксированной энергии $E = E_b < 0$, соответствующей связанному состоянию системы. Взаимодействия между частицами вводятся в систему (1) через двухчастичные t -матрицы, поведение которых, как правило, хорошо известно на массовой поверхности. Во вне массовой поверхности, когда in- и out-импульсы t -матрицы не совпадают с импульсом, диктуемым законом сохранения энергии для взаимодействующей пары частиц, начинает играть роль аналитическое продолжение данной t -матрицы. Наиболее естественно такое продолжение заложено в кинематике трехчастичного уравнения (1), когда границы интервалов двухчастичных энергий $z \in [E, -\infty)$ не могут принимать произвольных значений в каждой взаимодействующей паре частиц, что выгодно отличает [18] фаддеевский подход от традиционных вариационных исчислений. Кроме того, без ограничения общности известные аналитические функции t -матриц, полученные, например, суммированием диаграмм Фейнмана, могут быть использованы в уравнении (1) без введения сепарабелизующей процедуры (т.е. без преобразования уравнения (1) в форму АГС). Свободная от взаимодействия резольвента $R_0 = (E + i\epsilon - H_0)^{-1}$ (где H_0 — оператор кинетической энергии трех тел) зависит только от текущей энергии системы E , перебор значений которой задается. Трехчастичный аспект уравнения (1) возникает из-за операторов циклической перестановки частиц $P = P_{12}P_{23} + P_{13}P_{23}$ [19]. В фазовом пространстве действие

этого оператора сводится к перебору промежуточных бра- и кет-состояний для Ψ и t -матрицы соответственно

$$\langle \mathbf{q}\mathbf{p}|tP\Psi\rangle = \int d^3q'd^3p'd^3q''d^3p'' \langle \mathbf{p}\mathbf{q}|t|\mathbf{p}'\mathbf{q}'\rangle, \quad (2)$$

$$\langle \mathbf{p}'\mathbf{q}'|P|\mathbf{p}''\mathbf{q}''\rangle \langle \mathbf{p}''\mathbf{q}''|\Psi\rangle.$$

Для импульсных состояний в (2) системы трех частиц принята нормировка

$$\langle \mathbf{p}'\mathbf{q}'|\mathbf{p}'\mathbf{q}'\rangle = \delta^3(\mathbf{p}' - \mathbf{p}) \delta^3(\mathbf{q}' - \mathbf{q}). \quad (3)$$

Векторы \mathbf{p} и \mathbf{p}' характеризуют относительное движение в выделенных подсистемах взаимодействующих пар частиц. Частицы-спектаторы задаются импульсами \mathbf{q} и \mathbf{q}' в бра- и кет-фазовых пространствах соответственно. Для того чтобы найти матричные элементы оператора перестановки частиц, достаточно ввести набор переменных Якоби. Перестановка трех частиц с неравными в общем случае массами m_1, m_2, m_3 приводит к появлению трех эквивалентных наборов переменных Якоби для импульсов частиц-спектаторов и импульсов во взаимодействующих парах:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{p}_3 = \frac{m_3}{m_1 + m_2} \mathbf{k}_1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2} \mathbf{k}_2; \\ \mathbf{q}_3 = \frac{m_1 + m_2}{m_1 + m_2 + m_3} \mathbf{k}_3 - \\ - \frac{m_3}{m_1 + m_2 + m_3} (\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2); \\ \mathbf{p}_2 = \frac{m_1}{m_3 + m_1} \mathbf{k}_3 - \frac{m_3}{m_3 + m_1} \mathbf{k}_1; \\ \mathbf{q}_2 = \frac{m_3 + m_1}{m_1 + m_2 + m_3} \mathbf{k}_2 - \\ - \frac{m_2}{m_1 + m_2 + m_3} (\mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_1); \\ \mathbf{p}_1 = \frac{m_3}{m_2 + m_3} \mathbf{k}_2 - \frac{m_2}{m_2 + m_3} \mathbf{k}_3; \\ \mathbf{q}_1 = \frac{m_2 + m_3}{m_1 + m_2 + m_3} \mathbf{k}_1 - \\ - \frac{m_1}{m_1 + m_2 + m_3} (\mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3). \end{array} \right. \quad (4)$$

Нижний индекс у импульсов \mathbf{p} и \mathbf{q} слева обозначает выделенную подсистему частиц, где взаимодействие генерирует двухчастичную t -матрицу. Импульсы трех частиц в общей системе центра масс обозначены как \mathbf{k}_i и $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3 = \mathbf{0}$. Поскольку для каждой выделенной пары переменных Якоби существуют два эквивалентных способа представления через оставшиеся две пары других переменных Якоби, то матричные элементы операторов перестановки имеют структуру, например, для разбиения 1 (частицы 2 и 3):

$$\langle \mathbf{p}'\mathbf{q}'|P|\mathbf{p}''\mathbf{q}''\rangle = \langle \mathbf{p}'\mathbf{q}'|\mathbf{p}''\mathbf{q}''\rangle_2 + \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & + \langle \mathbf{p}' \mathbf{q}' | \mathbf{p}'' \mathbf{q}'' \rangle_3 = \\ & = \delta^3 (\mathbf{q}' - \mathbf{q}'')_2 \delta^3 (\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')_2 + \\ & + \delta^3 (\mathbf{q}' - \mathbf{q}'')_3 \delta^3 (\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')_3. \end{aligned}$$

Индексы в правой части (5) указывают на подсистему частиц, чьи импульсы (переменные Якоби) определяют функциональные зависимости $\mathbf{q}'_1(\mathbf{q}'_2, \mathbf{p}'_2)$ и $\mathbf{q}'_1(\mathbf{q}'_3, \mathbf{p}'_3)$. В явном виде такая функциональная форма имеет вид

$$\begin{cases} \mathbf{q}_1 = \mathbf{p}_3 - \mathbf{q}_3 \frac{m_1}{m_1 + m_2}; \\ \mathbf{p}_1 = -\mathbf{p}_3 \frac{m_3}{m_2 + m_3} - \\ - \mathbf{q}_3 \left(\frac{m_2(m_1 + m_2 + m_3)}{(m_1 + m_2)(m_2 + m_3)} \right); \\ \mathbf{q}_1 = -\mathbf{p}_2 - \mathbf{q}_2 \frac{m_1}{m_1 + m_3}; \\ \mathbf{p}_1 = -\mathbf{p}_2 \frac{m_2}{m_2 + m_3} + \\ + \mathbf{q}_2 \left(\frac{m_3(m_1 + m_2 + m_3)}{(m_1 + m_3)(m_2 + m_3)} \right). \end{cases} \quad (6)$$

Аналогично можно получить выражения для функций $\mathbf{q}_2(\mathbf{q}_3, \mathbf{p}_3)$, $\mathbf{p}_2(\mathbf{q}_3, \mathbf{p}_3)$, $\mathbf{q}_2(\mathbf{q}_1, \mathbf{p}_1)$, $\mathbf{p}_2(\mathbf{q}_1, \mathbf{p}_1)$, $\mathbf{q}_3(\mathbf{q}_1, \mathbf{p}_1)$, $\mathbf{p}_3(\mathbf{q}_1, \mathbf{p}_1)$ и $\mathbf{q}_3(\mathbf{q}_2, \mathbf{p}_2)$, $\mathbf{p}_3(\mathbf{q}_2, \mathbf{p}_2)$. Принимая во внимание формулу (6), можно получить для (5) выражение

$$\begin{aligned} & \langle \mathbf{p}' \mathbf{q}' | P | \mathbf{p}'' \mathbf{q}'' \rangle = \quad (7) \\ & = \delta^3 \left(-\mathbf{p}'_2 - \mathbf{q}'_2 \frac{m_1}{m_1 + m_3} - \mathbf{q}''_2 \right)_2 \times \\ & \times \delta^3 \left(\mathbf{q}''_2 \frac{m_2}{m_2 + m_3} + \mathbf{q}'_2 - \mathbf{p}''_2 \right)_2 + \\ & + \delta^3 \left(-\mathbf{p}'_3 - \mathbf{q}'_3 \frac{m_1}{m_1 + m_2} - \mathbf{q}''_3 \right)_3 \times \\ & \times \delta^3 \left(-\frac{m_3}{m_2 + m_3} + \mathbf{q}''_3 - \mathbf{q}'_3 - \mathbf{p}''_3 \right)_3 = \\ & = \delta^3 \left(\mathbf{p}' + \mathbf{q}' \frac{m_1}{m_1 + m_3} + \mathbf{q}'' \right)_2 \times \\ & \times \delta^3 \left(\mathbf{p}'' - \frac{m_2}{m_2 + m_3} \mathbf{q}'' - \mathbf{q}' \right)_2 + \\ & + \delta^3 \left(\mathbf{p}' - \mathbf{q}' \frac{m_1}{m_1 + m_2} - \mathbf{q}'' \right)_3 \times \\ & \times \delta^3 \left(\mathbf{p}'' + \mathbf{q}' + \frac{m_3}{m_2 + m_3} \mathbf{q}'' \right)_3. \end{aligned}$$

В последнем равенстве (7) использовалась четность δ -функции, и индекс подсистемы у импульсных методов был вынесен за скобки.

Две трехмерные δ -функции снимают шесть интегралов в (2) по переменным \mathbf{p}' и \mathbf{p}'' . Интегрирование по переменной \mathbf{q}' снимается δ -функцией, содержащейся в двухчастичных t -матрицах, действующих в трехчастичном фазовом пространстве

$$\langle \mathbf{p} \mathbf{q} | t | \mathbf{p}' \mathbf{q}' \rangle = \langle \mathbf{p} | t | \mathbf{p}' \rangle \delta^3(\mathbf{q} - \mathbf{q}'). \quad (8)$$

В выбранной системе координат [16] явная зависимость двухчастичных t -матриц от угловых переменных имеет нетривиальный вид

$$\begin{aligned} & t \left(\mathbf{p}, \mathbf{p}', E - \frac{q^2}{2M} \right) = \quad (9) \\ & = t \left(p, x_p, \sqrt{\kappa_1^2 q^2 + \kappa_2^2 q''^2 + 2\kappa_1 \kappa_2 q q'' x_{q''}}, \right. \\ & \quad \left. x_{\text{if}}, E - \frac{q^2}{2M} \right), \end{aligned}$$

где $x_p, x_q, x_{q''}$ — косинусы углов, ассоциированных с импульсами \mathbf{p} , \mathbf{q} и \mathbf{q}'' . Азимутальные углы, ассоциированные с этими же импульсами, здесь и далее обозначены как ϕ_p , ϕ_q и ϕ'' . Проекция импульса $|\kappa_1 \mathbf{q} + \kappa_2 \mathbf{q}''|$ на вектор \mathbf{p} определяется косинусом полярного угла разлета частиц:

$$x_{\text{if}} = \frac{\kappa_1 q y_{pq} + \kappa_2 q'' y_{pq''}}{\sqrt{\kappa_1^2 q^2 + \kappa_2^2 q''^2 + 2\kappa_1 \kappa_2 q q'' x_{q''}}}. \quad (10)$$

Величины y_{pq} и $y_{pq''}$ в (10) определяются соотношениями

$$y_{pq} = x_p x_q + \sqrt{1 - x_p^2} \sqrt{1 - x_q^2} \cos(\phi_p - \phi_q), \quad (11)$$

$$y_{pq''} = y_{pq} x_{q''} + \sqrt{1 - x_{q''}^2} \sqrt{1 - y_{pq}^2} \cos(\phi_p - \phi'').$$

Коэффициенты κ_1, κ_2 в (9), (10) определяются массами m_1 - $, m_2$ - и m_3 -частиц. Обратим внимание, что энергия трехчастичной системы E связана с относительным импульсом \mathbf{q}_0 частицы-спектатора в начальном состоянии

$$E = \frac{p^2}{2\mu} + \frac{q_0^2}{2M}. \quad (12)$$

Приведенная масса частицы-спектатора и взаимодействующей пары частиц массой μ обозначена в (9) и (12) как M . Таким образом, из формулы (12) модуль импульса \mathbf{p} не является независимой величиной.

Для системы, допускающей один трехчастичный канал (например, $\Lambda\bar{\Lambda}N$), энергия связи E_b получается решением однородного уравнения Фаддеева на численной сетке $N \times N$ импульсов (q_0, q)

$$\det \begin{bmatrix} \left(\begin{array}{ccc} 1_{N \times N} & 0 & 0 \\ 0 & 1_{N \times N} & 0 \\ 0 & 0 & 1_{N \times N} \end{array} \right) & - & (13) \end{bmatrix}$$

$$-\begin{pmatrix} 0 & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & 0 & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & 0 \end{pmatrix}_{E=E_b} = 0.$$

Элементы a_{ij} получены из формулы (2) с использованием приведенной выше процедуры получения матричных элементов оператора перестановки частиц P . Матричные элементы a_{ij} имеют вид:

$$a_{12} = \int d^3q'' \left\langle \mathbf{p}, \mathbf{q} | t_1 | -\mathbf{q} \frac{m_1}{m_1 + m_3} - \mathbf{q}'', \mathbf{q} \right\rangle \times \quad (14)$$

$$\times \left(-|E| - \frac{\mathbf{q}^2}{2\mu_{23}} - \frac{\mathbf{q}''^2}{2\mu_{13}} - \frac{\mathbf{q}\mathbf{q}''}{m_3} \right)^{-1};$$

$$a_{13} = \int d^3q'' \left\langle \mathbf{p}, \mathbf{q} | t_1 | -\mathbf{q} \frac{m_1}{m_1 + m_2} + \mathbf{q}'', \mathbf{q} \right\rangle \times \times \left(-|E| - \frac{\mathbf{q}^2}{2\mu_{23}} - \frac{\mathbf{q}''^2}{2\mu_{12}} - \frac{\mathbf{q}\mathbf{q}''}{m_2} \right)^{-1};$$

$$a_{21} = \int d^3q'' \left\langle \mathbf{p}, \mathbf{q} | t_2 | -\mathbf{q} \frac{m_2}{m_3 + m_2} + \mathbf{q}'', \mathbf{q} \right\rangle \times \times \left(-|E| - \frac{\mathbf{q}^2}{2\mu_{31}} - \frac{\mathbf{q}''^2}{2\mu_{23}} - \frac{\mathbf{q}\mathbf{q}''}{m_3} \right)^{-1};$$

$$a_{23} = \int d^3q'' \left\langle \mathbf{p}, \mathbf{q} | t_2 | -\mathbf{q} \frac{m_2}{m_1 + m_2} - \mathbf{q}'', \mathbf{q} \right\rangle \times \times \left(-|E| - \frac{\mathbf{q}^2}{2\mu_{31}} - \frac{\mathbf{q}''^2}{2\mu_{12}} - \frac{\mathbf{q}\mathbf{q}''}{m_1} \right)^{-1};$$

$$a_{31} = \int d^3q'' \left\langle \mathbf{p}, \mathbf{q} | t_3 | -\mathbf{q} \frac{m_3}{m_3 + m_2} - \mathbf{q}'', \mathbf{q} \right\rangle \times \times \left(-|E| - \frac{\mathbf{q}^2}{2\mu_{12}} - \frac{\mathbf{q}''^2}{2\mu_{23}} - \frac{\mathbf{q}\mathbf{q}''}{m_2} \right)^{-1};$$

$$a_{32} = \int d^3q'' \left\langle \mathbf{p}, \mathbf{q} | t_3 | -\mathbf{q} \frac{m_3}{m_1 + m_3} - \mathbf{q}'', \mathbf{q} \right\rangle \times \times \left(-|E| - \frac{\mathbf{q}^2}{2\mu_{12}} - \frac{\mathbf{q}''^2}{2\mu_{31}} - \frac{\mathbf{q}\mathbf{q}''}{m_1} \right)^{-1}.$$

Приведенные массы двухчастичных подсистем в (14) введены символами μ_{ij} , где i, j — номера взаимодействующих частиц. Индекс у t -матрицы определяет тип двухчастичной подсистемы, взаимодействие в которой генерирует данную t -матрицу.

Появление трехчастичных неупругих каналов, спровоцированное высокой массой рассматриваемой системы ΞNN , приводит к дополнительному

суммированию в (2) по промежуточным состояниям

$$\langle \mathbf{p}\mathbf{q} | tP\Psi \rangle = \sum_{\alpha} \int d^3q' d^3p' d^3q'' d^3p'' \times \quad (15)$$

$$\times \langle \mathbf{p}\mathbf{q} | t | \mathbf{p}'\mathbf{q}' \rangle_{\alpha},$$

$$\langle \mathbf{p}\mathbf{q} | P | \mathbf{p}''\mathbf{q}'' \rangle_{\alpha} \langle \mathbf{p}''\mathbf{q}'' | \Psi_{\alpha} \rangle.$$

Полная волновая функция многоканальной трехчастичной системы распадается не только по типам разбиений (индексы 1, 2, 3), но и по типам трехчастичных пространств (индекс α)

$$\Psi = \sum_{\alpha} \Psi_{\alpha} = \quad (16)$$

$$= \sum_{\alpha} (\phi_{12}\phi_3 + \phi_{23}\phi_1 + \phi_{31}\phi_2)_{\alpha}.$$

Волновые функции взаимодействующих пар частиц в (16) обозначены как ϕ_{ij} , частицы-спектатора — ϕ_k , $k \neq i, j$. В действительности уже для ΛNN -канала, учитывая связь импульсов (12), при которой $p \in \left[\sqrt{2\mu \left(E - \frac{q_0^2}{2M} \right)}, +\infty \right)$ при достижении определенного значения импульса \mathbf{q} в двухчастичных подсистемах возможно открытие других неупругих каналов. В данной работе для каждой из рассматриваемых систем $\Xi^- nn$, $\Xi^- np$, $\Xi^- pp$ в расчетах задействовались по три канала

$$\Xi^- nn(3200.7) - \Lambda \Sigma^- n(3252.7) - \quad (17)$$

$$- \Sigma^- \Sigma^0 n(3329.6);$$

$$\Xi^- np(3199.1) - \Lambda \Lambda n(3170.7) - \Lambda \Sigma^0 n(3252.7);$$

$$\Xi^- pp(3198.7) - \Lambda \Lambda p(3169.9) - \Lambda \Sigma^0 p(3251.4).$$

В скобках в (17) указаны массы систем в МэВ. Для определенности нумерации масс частиц организована по следующему принципу:

$$\begin{array}{lll} 1 : & p & \Lambda \quad \Sigma^+ \\ 2 : & \Xi^- & \Sigma^0 \quad \Sigma^- \\ 3 : & p & p \end{array} \quad \begin{array}{lll} 1 : & n & \Lambda \quad \Sigma^0 \\ 2 : & \Xi^- & \Sigma^- \quad \Sigma^- \\ 3 : & n & n \quad n \end{array} \quad (18)$$

$$1 : \quad p \quad \Lambda \quad \Lambda,$$

$$2 : \quad \Xi^- \quad \Lambda \quad \Sigma^0,$$

$$3 : \quad n \quad n \quad n.$$

В каждом столбце (18) указана нумерация по частицам для систем $\Xi^- pp$, $\Xi^- nn$ и $\Xi^- pn$ соответственно. Поскольку волновая функция для трехчастичной системы с открытыми неупругими трехчастичными каналами есть разложение по трехчастичным каналам (16), то уравнение Фаддеева для

компонент T -матриц, соответствующих разбиениям (18), на примере системы Ξ^-pn есть система трехчастичных уравнений

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{pmatrix} \times \quad (19) \\ & \times \begin{pmatrix} (\phi_{23}\phi_1)_{\Xi^-pn} + (\phi_{23}\phi_1)_{\Lambda\Lambda n} + (\phi_{23}\phi_1)_{\Lambda\Sigma^0 n} \\ (\phi_{31}\phi_2)_{\Xi^-pn} + (\phi_{31}\phi_2)_{\Lambda\Lambda n} + (\phi_{31}\phi_2)_{\Lambda\Sigma^0 n} \\ (\phi_{12}\phi_3)_{\Xi^-pn} + (\phi_{12}\phi_3)_{\Lambda\Lambda n} + (\phi_{12}\phi_3)_{\Lambda\Sigma^0 n} \end{pmatrix} = \\ & = \begin{pmatrix} 0 & t_1 & t_1 \\ t_2 & 0 & t_2 \\ t_3 & t_3 & 0 \end{pmatrix} \times \\ & \times \begin{pmatrix} (\phi_{23}\phi_1)_{\Xi^-pn} + (\phi_{23}\phi_1)_{\Lambda\Lambda n} + (\phi_{23}\phi_1)_{\Lambda\Sigma^0 n} \\ (\phi_{31}\phi_2)_{\Xi^-pn} + (\phi_{31}\phi_2)_{\Lambda\Lambda n} + (\phi_{31}\phi_2)_{\Lambda\Sigma^0 n} \\ (\phi_{12}\phi_3)_{\Xi^-pn} + (\phi_{12}\phi_3)_{\Lambda\Lambda n} + (\phi_{12}\phi_3)_{\Lambda\Sigma^0 n} \end{pmatrix} + \\ & + \begin{pmatrix} 0 & t_1 R_0 T_2 & t_1 R_0 T_3 \\ t_2 R_0 T_1 & 0 & t_2 R_0 T_3 \\ t_3 R_0 T_1 & t_3 R_0 T_2 & 0 \end{pmatrix} \times \\ & \times \begin{pmatrix} (\phi_{23}\phi_1)_{\Xi^-pn} + (\phi_{23}\phi_1)_{\Lambda\Lambda n} + (\phi_{23}\phi_1)_{\Lambda\Sigma^0 n} \\ (\phi_{31}\phi_2)_{\Xi^-pn} + (\phi_{31}\phi_2)_{\Lambda\Lambda n} + (\phi_{31}\phi_2)_{\Lambda\Sigma^0 n} \\ (\phi_{12}\phi_3)_{\Xi^-pn} + (\phi_{12}\phi_3)_{\Lambda\Lambda n} + (\phi_{12}\phi_3)_{\Lambda\Sigma^0 n} \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Факторизованный вид функций Ψ в (16) и (19) следует понимать условно как иллюстрацию факта кинематического отделения взаимодействующей пары частиц от частицы-спектатора. Выделение взаимодействующей пары частиц отражено в нижнем индексе у t - и T -матриц.

Появление трех конкурирующих каналов расширяет систему алгебраических уравнений (13) появлением дополнительных произведений вида

$$\begin{aligned} \forall k = 1, 2, 3 \quad & (t_k R_0) \rightarrow (t_k R_0)_{\Xi^-pn} + \quad (20) \\ & + (t_k R_0)_{\Lambda\Lambda n} + (t_k R_0)_{\Lambda\Sigma^0 n}. \end{aligned}$$

Согласно (20) каждая из величин a_{ij} для связанных трехчастичных каналов распадается на сумму интегралов от соответствующих парных t -матриц и свободных от взаимодействия трехчастичных резольвент R_0 , отличающихся для каждого канала массами частиц разбиений (18). Естественное перераспределение энергии между частицами в двухчастичных подсистемах, характерное для фаддеевских уравнений, сводится к простому соотношению

между энергиями $z_{i(jk)}$ двухчастичных подсистем (jk) трехчастичного канала α с каналом β :

$$(z_{i(jk)})_\beta \neq \alpha = (z_{i(jk)})_\alpha + (m_j + m_k)_\alpha - (m_j + m_k)_\beta. \quad (21)$$

Выполнение равенства (21) соответствует открыванию трехчастичного канала β в уравнении Фаддеева (19), когда при $(z_{i(jk)})_\alpha < 0$ величина $(z_{i(jk)})_\alpha + (m_j + m_k)_\alpha - (m_j + m_k)_\beta < 0$ также меньше нуля. В противном случае трехчастичный канал β считается закрытым. Связь энергий $(z_{i(jk)})_\alpha$ с импульсами \mathbf{q} гарантирует, что условие (21) соответствует динамической связи импульсов частиц-спектаторов в связанных трехчастичных каналах.

Отличие изложенного выше подхода к построению и решению связанных трехчастичных уравнений Фаддеева от работ [6, 7] заключается в том, что в последних приводится нелинейная система фаддеевских уравнений для связанный $\Xi N - \Lambda\Lambda$ -системы. Решение такой нелинейной системы не может быть сведено на численной сетке к квадратной матрице (13), что побуждает предположить итеративный характер полученных в работах [6, 7] решений.

Для используемого в данных расчетах зарядово-зависимого Боннского NN -потенциала [20] верификация развиваемого метода решений однородных интегральных уравнений Фаддеева (13) проводилась путем поиска связанных состояний ядер ${}^3\text{H}$ и ${}^3\text{He}$. Численные значения энергий связи для тритона и гелия-3 составили [17] близкие к экспериментальным значениям 8.301 МэВ (эксперимент 8.480 МэВ) и 7.756 МэВ (эксперимент 7.718 МэВ) соответственно. Кроме того, для энергий отщепления Λ -гиперона из ядра ${}^3\text{H}$ решение уравнения (13) с Бонским NN -потенциалом и гиперон-нуклонным микроскопическим ESC16 [21] и феноменологическим [22] потенциалами приводят к значениям $S_\Lambda = 0.32$ МэВ и $S_\Lambda = 0.265$ МэВ, что близко к современной экспериментальной оценке этой энергии $S_\Lambda = 0.41 \pm 0.12$ МэВ [23].

3. ДВУХЧАСТИЧНЫЕ t -МАТРИЦЫ

Двухчастичные ингредиенты — t -матрицы — находились путем решения уравнений Липпмана—Швингера в импульсном представлении для систем частиц $\Xi N - \Lambda\Lambda - \Sigma\Sigma$ ($I = 0$, 1S_0), ΞN ($I = 1$, 3S_1), $\Xi N - \Lambda\Sigma$ ($I = 1$, 1S_0), $\Xi N - \Lambda\Sigma - \Sigma\Sigma$ ($I = 1$, 3S_1). Потенциалы ΞN - и YY -взаимодействий рассчитывались на основе результатов микроскопической модели ESC16 [14]. Недостаточно

подробное представление координатных потенциалов модели ESC16 [14] в области нуля координат восстанавливалось с помощью сплайн-экстраполяции. С использованием разложения группы $SU(3)$ по неприводимым представлениям в изоспиновом базисе (см. табл. 26, 27 [14]) на основе приведенных на рис. 8–10 [14] диагональных потенциалов были получены остальные недиагональные компоненты³⁾. В качестве YN -потенциалов использовался результат расчета координатных гиперон-нуклонных потенциалов по коду [21], соответствующему модели ESC16. Дополнительно в расчетах использовался феноменологический зарядово-независимый YN -потенциал [22]. В качестве зарядово-зависимого NN -потенциала использовалось сепарабельное представление четвертого ранга Боннского NN -потенциала [20], хорошо зарекомендовавшее себя в описании NN -фазовых сдвигов вплоть до кинетических энергий $E^{\text{ЛАБ}} = 500$ МэВ. Полученные на основе уравнений Липпмана–Швингера решения для t -матриц после проверки использовались в расчетах полных сечений процессов, представленных на рис. 1. Отметим, что для упругого ΞN -рассеяния в области $r^{\text{ЛАБ}} \approx 380$ МэВ открывается неупругий $\Lambda\Lambda$ -канал, а в области $r^{\text{ЛАБ}} \approx 600$ МэВ открывается канал $\Lambda\Sigma$. В целом поведение упругих и неупругих процессов Ξ^-N и YY согласуется с представленными в работе [14] результатами. Для нуклон-нуклонного рассеяния в настоящей работе использовался только сепарабельный вариант [20] Боннского NN -потенциала, который в достаточной мере согласуется с парижским NN -потенциалом в части описания фазовых сдвигов и отражает реальную картину поведения полного сечения упругого pr -рассеяния. В секторе YN -рассеяния результат использования микроскопической модели ESC16, доступной по коду [21], и простой двухканальной феноменологической модели [22] также хорошо соответствует известным в литературе экспериментальным данным по полным сечениям.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Поиск энергий связи E_b рассматриваемых трехчастичных систем Ξ^-nn , Ξ^-pn и Ξ^-pp осуществлялся с помощью решения алгебраической системы уравнений (13), записанной для связанных по трем трехчастичным каналам систем уравнений Фаддеева (19).

³⁾В исходном виде разложения для “потенциалов” по неприводимым представлениям не использовались, так как в этом случае линейные комбинации “потенциалов” V_{27} , V_{8s} , V_{8a} и др. плохо соответствуют графической информации рис. 8–10 [14].

В численных расчетах была выбрана сетка импульсов (q_0, q) размерностью 35×35 . Число точек в угловых направлениях в интеграле (14) составило 7×7 единиц. Расчет одного матричного элемента всех величин (14) для трех связанных трехчастичных каналов на выбранной сетке с использованием современного мобильного процессора занимает около 80 с. Параллельное заполнение элементов матрицы 35×35 с использованием связанных машинного распараллеливания позволяет в разы снизить время заполнения таких матриц в зависимости от числа используемых параллельных потоков.

В зависимости от текущего значения трехчастичной энергии E определитель (13) принимает то положительное, то отрицательное значение. Точки, в которых определитель меняет знак, ассоциируются с собственным значением системы (13), характеризующим связанное состояние с энергией $E = E_b$. Поведение определителя алгебраической системы связанных однородных уравнений Фаддеева в зависимости от энергии E представлено на рис. 2. В качестве двухчастичных YN -взаимодействий в расчетах, представленных на данном рисунке, использовались координатные функции, полученные на основе кода [21] и соответствующие YN -модели ESC16. Замена данной микроскопической модели YN -взаимодействия на простую феноменологическую [22] не приводит к видимому изменению кривых рис. 2 в области $|E| < 6$ МэВ. Мнимые части определителя системы уравнений (13) возникают вполне естественным образом из парных t -матриц произведения парных потенциалов и двухчастичных резольвент, в которых содержат полносные вклады благодаря тому, что двухчастичная энергия $z \in [E, -\infty)$ в каждой паре пробегает нетривиальный полуинтервал. Численные значения энергий связи, полученные в данной работе, представлены в табл. 1. Там же приведены для сравнения известные в литературе значения энергий связи систем Ξ^-N для различных спин-изоспиновых состояний. В цитируемой литературе, как правило, приводятся значения для энергий отщепления S_{Ξ^-} гиперона из ядра. Сравнение энергий связи $E_b(A - 1_{\Xi^-})$ в табл. 1 для рассматриваемых гиперядерных систем A_{Ξ^-} осуществлялось в том числе с использованием связи между энергиями связи и энергией отщепления

$$S_{\Xi^-} = E_b(A - 1_{\Xi^-}) - E_b(A_{\Xi^-}). \quad (22)$$

Энергия связи $E_b(A - 1_{\Xi^-})$ в (22) характеризует систему, получаемую из исходной ядерной системы A_{Ξ^-} путем удаления Ξ^- -гиперона. В численных расчетах по формуле (22) для энергий связи Ξ^-N -подсистем использовалось значение $E_b(\Xi^-N) = 1.67$ МэВ [13, 28].

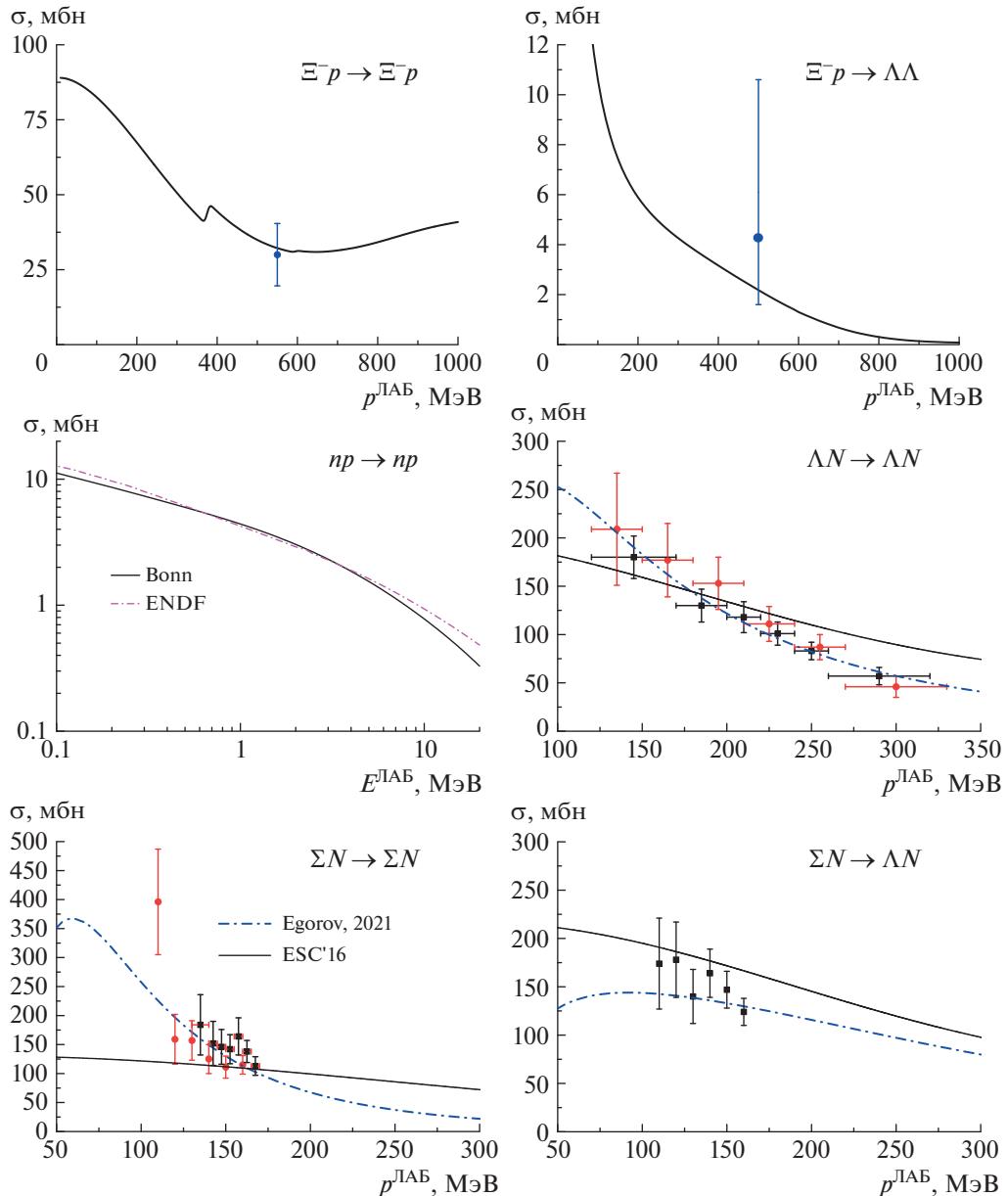


Рис. 1. Сверху: полные сечения процессов $\Xi^- p \rightarrow \Xi^- p$, $\Xi^- p \rightarrow \Lambda\Lambda$, рассчитанные на основе модели ESC16 [14], в сравнении с известными экспериментальными данными [1, 2]; полное сечение упругого np -рассеяния, рассчитанное по Боннской модели [20] в сравнении с данными библиотеки оцененных ядерных данных ENDF. Снизу: полные сечения ΛN , ΣN -рассеяния и сечение конверсии $\Sigma N \rightarrow \Lambda N$. Представлены расчеты с использованием микроскопической модели ESC16, доступной по коду [21], и феноменологической модели [22]. Экспериментальные данные: ΛN [24, 25]; ΣN [26, 27]; $\Sigma N \rightarrow \Lambda N$ [26].

В данной работе не ставилась цель ассоциировать найденные связанные состояния систем $\Xi^- NN$ с конкретным спин-изоспиновым состоянием. Тем не менее, можно отметить, что, поскольку изоспин нейтрон-протонной пары равен нулю, система $\Xi^- np$ может находиться только в состояниях $(I, J^+) = (1/2, 1/2^+), (1/2, 3/2^+)$, тогда как системы $\Xi^- NN$ с изоспином $I = 3/2$ — это либо $\Xi^- nn$, либо $\Xi^- pp$. Фактически только в данной

работе благодаря процедуре решения фаддеевских уравнений без парциально-волнового разложения с полными двухчастичными t -матрицами есть возможность получить весь спектр состояний рассматриваемых систем без необходимости выделения отдельных квантово-механических состояний в двухчастичных ингредиентах модели. Тем не менее, вес различных спин-изоспиновых конфигураций в общей волновой функции систем $\Xi^- NN$ позволяет практически однозначно идентифицировать эти со-

Таблица 1. Известные в литературе результаты расчетов энергий связи E_b систем $\Xi^- NN$, находящихся в фиксированных спин-изоспиновых состояниях с использованием различных моделей ΞN -взаимодействия (здесь же представлены результаты данной работы для систем $\Xi^- nn$, $\Xi^- np$ и $\Xi^- pp$ без выделения отдельных спин-изоспиновых состояний)

E_b , МэВ	(I, J^P) , система	ΞN -модель	Литература
9.425	$\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}^+\right), \Xi^- np$	ESC08c	E. Hiyama <i>et al.</i> [11]
не связана	$\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}^+\right), \Xi^- np$	ESC08c	
не связана	$\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}^+\right), \Xi^- np$	HAL QCD	
не связана	$\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}^+\right), \Xi^- np$	HAL QCD	
2.237	$\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}^+\right), \Xi^- np$	ESC08c	H. Garcilazo [8]
2.886	$\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}^+\right), \Xi^- nn, \Xi^- pp$	<i>s</i> -волновая	I. Filikhin <i>et al.</i> [10]
17.205	$\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}^+\right), \Xi^- np$	симуляция ESC08c	
не связана	$\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}^+\right), \Xi^- np$	Jülich Ch-EFT/HAL QCD	K. Miyagawa, M. Kohno [12]
не связана	$\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}^+\right), \Xi^- np$	Jülich Ch-EFT/HAL QCD	
3.05	$\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}^+\right), \Xi^- np$	ESC08c	
15.74	$\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}^+\right), \Xi^- np$	ESC08c	H. Garcilazo, A. Valcarce [9]
2.89	$\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}^+\right), \Xi^- nn, \Xi^- pp$	ESC08c	
3.37	$\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}^+\right), \Xi^- np$	CCQM	
5.23	$\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}^+\right), \Xi^- nn, \Xi^- pp$	CCQM	
1.892–2.306	$\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}^+\right), \Xi^- np$	CCQM	H. Garcilazo <i>et al.</i> [6]
1.814–2.153	$\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}^+\right), \Xi^- nn, \Xi^- pp$	CCQM	H. Garcilazo <i>et al.</i> [7]
4.50	$\Xi^- nn$	ESC16	Настоящая работа
5.50	$\Xi^- np$	ESC16	
2.70; 4.40	$\Xi^- pp$	ESC16	

стояния с конкретным набором частиц. Например, для системы $\Xi^- np$, в которой pr -пара формирует подобное дейtronу состояние веса, составляют $(3 - 2\sqrt{2})/9$ и $(6 + 2\sqrt{2})/9$ для состояний с $J = 1/2$ и $J = 3/2$ соответственно. Поэтому с большой долей вероятности можно считать найденное в данной работе связанное состояние системы $\Xi^- np$ как основное с $(I, J^+) = (1/2, 3/2^+)$. Аналогичные рассуждения для систем $\Xi^- nn$ и $\Xi^- pp$ позволяют идентифицировать их собственные состояния с весовыми множителями $(3 - 2\sqrt{2})/9$ и $(6 + 2\sqrt{2})/9$ для состояний с изоспинами $I = 1/2$ и $I = 3/2$ соответственно. Таким образом, с большой долей вероятности системы $\Xi^- nn$ и $\Xi^- pp$ находятся в состояниях с полным изоспином $I = 3/2$ и полным угловым моментом, равновероятным между значениями $J = 1/2$ и $J = 3/2$.

Наблюдение за поведением определителя с энергией решаемой связанный системы однородных уравнений Фаддеева показывает, что для системы $\Xi^- np$ в области $|E| < 20$ МэВ имеется только одно связанное состояние с энергией связи $E_b \approx 5.5$ МэВ. Эта энергия почти в 3 раза меньше, чем, например, предсказывается в работах [10, 9] для состояния $(1/2, 3/2^+)$, которое можно идентифицировать с системой $\Xi^- np$. Других состояний для системы $\Xi^- np$ в области $|E| < 20$ МэВ не прослеживается. Для системы $\Xi^- pp$ расчеты предсказывают существование двух состояний с энергиями связи 2.7 и 4.4 МэВ в области $|E| < 20$ МэВ. Иными словами, в области энергий $5 < |E| < 20$ система уравнений (13), записанная для системы частиц $\Xi^- pp$, не имеет решения при используемом наборе двухчастичных t -матриц.

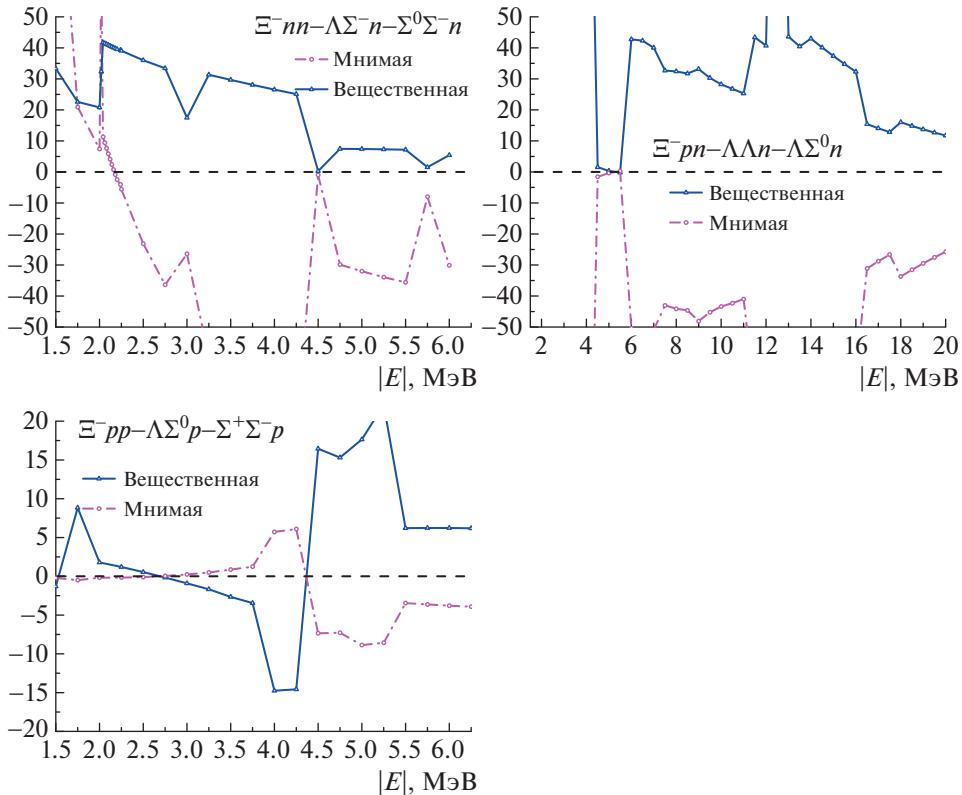


Рис. 2. Определители (масштаб произвольный) однородной системы уравнений Фаддеева для рассматриваемых систем (указаны на рисунках) в зависимости от модуля кинетической энергии трех тел. Сплошная и штрихпунктирная кривые — вещественная и мнимая части определителя соответственно. Точки пересечения вещественных частей определителя с осью абсцисс соответствуют связанным состояниям систем с энергией $|E| = |E_b|$.

В отличие от системы $\Xi^- pp$ система $\Xi^- nn$ имеет только одно четко прослеживаемое состояние при $E_b \approx 4.5$ МэВ. Как показали более подробные расчеты с шагом 20 кэВ в области $|E| \approx 2.17$ МэВ, только мнимая часть определителя (13) меняет знак, тогда как вещественная часть не меняет знак. Учитывая зарядовую независимость pn - и pp -взаимодействий в Боннской параметризации [20], притяжения в системе $\Xi^- n$ недостаточно по сравнению с $\Xi^- p$ -системой для генерации связанного состояния в системе $\Xi^- nn$ в области $|E| \approx 2.17$ МэВ. Отметим, что решаемая система связанных однородных уравнений Фаддеева для системы $\Xi^- nn - \Lambda\Sigma^- n - \Sigma^0 \Sigma^- n$ является точной, и ее решение в данной работе не включает каких-либо приближений. Помимо этого, отличием данной работы от результатов расчета работ [10, 9] является более современный вариант ESC-модели $\Xi^- N$ -взаимодействия, а также использование соответствующей ESC микроскопической модели ΛN - и ΣN -взаимодействий [21]. Как отмечалось во Введении, уже визуальный анализ потенциалов двух моделей ESC08c и ESC16 свидетельствует о различиях. Важно отметить, что результаты данной работы с использованием

ESC16-модели $\Xi^- N$ -взаимодействия лучше соответствуют кварковым расчетам CCQM работы [9]. В данной работе не обнаруживаются свидетельства существования резонансно-подобного состояния ($I = 1/2$, $I = 1/2^+$) системы $\Xi^- NN$ в области $1.5 < |E| < 2.5$ МэВ, найденного в работе [7]. Следует отметить, что с точки зрения состава по частицам система $\Xi^- pr$ (в отличие от систем $\Xi^- nn$ и $\Xi^- pp$ с энергией связи $E_b(\Xi^- N) = 1.67$ МэВ) не может иметь состояния с энергией связи $E_b < 2.225$ МэВ меньше, чем энергия связи дейтрона, поэтому привязку состояния ($I = 1/2$, $I = 1/2^+$) в табл. 1 к системе $\Xi^- pr$ в области $E_b < 2.225$ МэВ следует понимать условной. Различие между значениями энергии связи системы $\Xi^- NN$ в состоянии ($I = 1/2$, $I = 1/2^+$), полученное в работах [6] и [7], как отмечалось во Введении, связано только с влиянием трехчастичных каналов $\Lambda\Sigma N$ и $\Sigma\Sigma N$, которыми пренебрегалось в работе [6]. С учетом уточненных данных работы [7] резонансно-подобному состоянию ($I = 1/2$, $I = 1/2^+$) системы $\Xi^- NN$ можно приписать как систему $\Xi^- nn$, так и систему $\Xi^- pp$. Поскольку в работах [11, 8, 10, 12, 9], в отличие от работ

[6, 7], не проводился корректный учет связывания трехчастичных каналов $\Xi^-NN-\Lambda\Sigma N-\Sigma\Sigma N$ и $\Xi^-NN-\Lambda\Lambda N-\Sigma\Sigma N$, то полученные в этих работах значения энергий связи не являются в требуемой степени информативными. Как показывают расчеты данной работы, пренебрежение связыванием трехчастичных каналов при прочих равных условиях существенно меняет положение и факт наличия корней уравнения (13).

Дальнейший поиск связанных состояний систем Ξ^-NN помимо уточнения парных Ξ^-N -потенциалов должен сопровождаться сравнением вкладов различных моделей гиперон-нуклонных взаимодействий, неизбежно присутствующих в расширенном трехчастичном фазовом пространстве системы Ξ^-NN , возникающем из-за связывания трехчастичных каналов. Также представляет интерес влияние различных NN -моделей на энергию связи Ξ^-NN -систем.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлены результаты расчета энергий связи трехчастичных систем Ξ^-nn , Ξ^-np и Ξ^-pp на основе решения связанных однородных интегральных уравнений Фаддеева относительно компонент трехчастичных T -матриц без использования традиционной процедуры парциально-волнового разложения. Точный учет связывания уравнений Фаддеева производился в каждой из рассматриваемых систем $\Xi^-nn-\Lambda\Sigma^-n-\Sigma^-\Sigma^0n$, $\Xi^-np-\Lambda\Lambda n-\Lambda\Sigma^0n$ и $\Xi^-pp-\Lambda\Lambda p-\Lambda\Sigma^0p$. Двухчастичные t -матрицы для Ξ^-N - и YY -взаимодействий находились путем решения связанных уравнений Липпмана–Швингера для фиксированных спин-изоспиновых состояний. Двухчастичные Ξ^-N - и YY -потенциалы, генерирующие t -матрицы, находились с использованием микроскопической ESC16-модели. Рассчитанные по этим потенциалам полные сечения $\Xi^-p \rightarrow \Xi^-p$ и $\Xi^-p \rightarrow \Lambda\Lambda$, а также $\Lambda N \rightarrow \Lambda N$, $\Sigma N \rightarrow \Sigma N$ и $\Sigma N \rightarrow \Lambda N$ хорошо согласуются с немногочисленными экспериментальными данными. В качестве NN -взаимодействия использовалось сепаральное представление четвертого ранга Боннского NN -потенциала. Прямые численные расчеты энергий связи рассматриваемых систем подтверждают существование по одному связанному состоянию у систем Ξ^-nn и Ξ^-np с энергиями 4.5 и 5.5 МэВ соответственно. Кроме того, расчеты свидетельствуют о наличии двух связанных состояний у системы Ξ^-pp с энергиями 2.7 и 4.4 МэВ. Данный результат можно считать опорным для последующей модификации ESC и последующих моделей гиперон-нуклонных взаимодействий в

барион-барионном секторе со странностью $S = -2$.

Автор выражает благодарность Е.Б. Хитрук за поддержку в подготовке рукописи. Работа выполнена при финансовой поддержке фонда РФФИ, проект № 20-02-00004.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. J. K. Ahn, S. Aoki, K. S. Chung, M. S. Chung, H. En'yo, T. Fukuda, H. Funahashi, Y. Goto, A. Higashi, M. Ieiri, T. Iijima, M. Iinuma, K. Imai, Y. Itow, J. M. Lee, S. Makino, *et al.*, Phys. Lett. B **633**, 214 (2006);
<https://doi.org/10.1016/j.physletb.2005.12.057>
2. T. Tamagawa, J. K. Ahn, S. Ajimura, H. Akikawa, B. Bassalleck, A. Berdoz, D. Carman, R. E. Chrien, C. A. Davis, P. Eugenio, H. Fischer, G. B. Franklin, J. Franz, T. Fukuda, L. Gan, L. Tang, *et al.*, Nucl. Phys. A **691**, 234 (2001);
[https://doi.org/10.1016/S0375-9474\(01\)01035-1](https://doi.org/10.1016/S0375-9474(01)01035-1)
3. Y. Yamamoto, T. Tamagawa, T. Fukuda, and T. Motoba, Prog. Theor. Phys. **106**, 363 (2001);
<https://doi.org/10.1143/PTP.106.363>
4. K. Nakazawa, Y. Endo, S. Fukunaga, K. Hoshino, S. H. Hwang, K. Imai, H. Ito, K. Itonaga, T. Kanda, M. Kawasaki, J. H. Kim, S. Kinbara, H. Kobayashi, A. Mishina, S. Ogawa, and H. Shibuya, Prog. Theor. Exp. Phys. **2015**, 033D02 (2015);
<https://doi.org/10.1093/ptep/ptv008>
5. K. Aoki *et al.* (J-PARC Collab.), arXiv: 2110.04462 [nucl-ex].
6. H. Garcilazo, A. Valcarce, and T. F. Caramés, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **41**, 095103 (2014);
<https://doi.org/10.1088/0954-3899/41/9/095103>
7. H. Garcilazo, A. Valcarce, and T. F. Caramés, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **42**, 025103 (2015);
<https://doi.org/10.1088/0954-3899/42/2/025103>
8. H. Garcilazo, Phys. Rev. C **93**, 024001 (2016);
<https://doi.org/10.1103/PhysRevC.93.024001>
9. H. Garcilazo and A. Valcarce, Phys. Rev. C **93**, 034001 (2016);
<https://doi.org/10.1103/PhysRevC.93.034001>
10. I. Filikhin, V. Suslov, and B. Vlahovic, Math. Model. Geom. **5**, 1 (2017);
<https://doi.org/10.48550/arXiv.1705.03446>
11. E. Hiyama, K. Sasaki, T. Miyamoto, D. Doi, T. Hatsuda, Y. Yamamoto, and Th. A. Rijken, Phys. Rev. Lett. **124**, 092501 (2020);
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.124.092501>
12. K. Miyagawa and M. Kohno, Few Body Syst. **62**, 65 (2021).
13. M. N. Nagels, Th. A. Rijken, and Y. Yamamoto, arXiv: 1504.02634 [nucl-th].
14. M. N. Nagels, Th. A. Rijken, and Y. Yamamoto, Phys. Rev. C **102**, 054003 (2020);
<https://doi.org/10.1103/PhysRevC.102.054003>
15. L. D. Faddeev, Sov. Phys. JETP **12**, 1014 (1961).

16. H. Liu, Ch. Elster, and W. Glockle, Phys. Rev. C **72**, 054003 (2005);
<https://doi.org/10.1103/PhysRevC.72.054003>
17. M. Egorov, Phys. Rev. C **107**, 014611 (2023);
<https://doi.org/10.1103/PhysRevC.107.014611>, см. также препринт:
<https://www.researchsquare.com/article/rs-2021229/v1>
18. J. Revai and N. V. Shevchenko, Phys. Rev. C **90**, 034004 (2014);
<https://doi.org/10.1103/PhysRevC.90.034004>
19. W. Glöckle, H. Witała, D. Hüber, H. Kamada, and J. Golak, Phys. Rep. **274**, 107 (1996);
[https://doi.org/10.1016/0370-1573\(95\)00085-2](https://doi.org/10.1016/0370-1573(95)00085-2)
20. J. Haidenbauer, Y. Koike, and W. Plessas, Phys. Rev. C **33**, 439 (1986);
<https://doi.org/10.1103/PhysRevC.33.439>
21. M. M. Nagels, Th. A. Rijken, and Y. Yamamoto, Phys. Rev. C **99**, 044003 (2019);
<https://doi.org/10.1103/PhysRevC.99.044003>;
<http://nn-online.org>
22. M. Egorov and V. Postnikov, Nucl. Phys. A **1009**, 122172 (2021);
<https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2021.122172>
23. J. Adam *et al.* (STAR Collab.), Nat. Phys. **16**, 409 (2020);
<https://doi.org/10.1038/s41567-020-0799-7>
24. B. Sechi-Zorn, B. Kehoe, and J. Twitty, Phys. Rev. **175**, 1735 (1968);
<https://doi.org/10.1103/PhysRev.175.1735>
25. G. Alexander, U. Karshon, A. Shapira, and G. Yekutiely, Phys. Rev. **173**, 1452 (1968);
<https://doi.org/10.1103/PhysRev.173.1452>
26. R. Engelmann, H. Filthuth, V. Hepp, and E. Kluge, Phys. Lett. **21**, 587 (1968);
[https://doi.org/10.1016/0031-9163\(66\)91310-2](https://doi.org/10.1016/0031-9163(66)91310-2)
27. F. Eisele, H. Filthuth, W. Foehlisch, V. Hepp, and G. Zech, Phys. Lett. B **37**, 204 (1971);
[https://doi.org/10.1016/0370-2693\(71\)90053-0](https://doi.org/10.1016/0370-2693(71)90053-0)
28. H. Garcilazo, A. Valcarce, and J. Vijande, Phys. Rev. C **94**, 024002 (2016);
<https://doi.org/10.1103/PhysRevC.94.024002>

SEARCHING FOR THE BOUND STATES IN THE $\Xi^- nn$ -, $\Xi^- pn$ -, AND $\Xi^- pp$ -SYSTEMS

M. V. Egorov¹⁾

¹⁾Physics department, Tomsk State University, Russia

Searching for the bound states in the systems $\Xi^- nn$, $\Xi^- pn$, and $\Xi^- pp$ was done with the usage of solution of coupled homogeneous integral Faddeev equations written with respect to the T -matrix components. In these equations direct integration over the angular variables with the precise consideration of the three-body coupling in the phase space of the each systems $\Xi^- nn - \Lambda\Sigma^- n - \Sigma^-\Sigma^0n$, $\Xi^- np - \Lambda\Lambda n - \Lambda\Sigma^0n$ and $\Xi^- pp - \Lambda\Lambda p - \Lambda\Sigma^0p$ is used instead of the traditional partial-wave decomposition. The only ingredients of the presented method are two-body t -matrices, which were found by solving the coupled Lippmann–Schwinger integral equations in the case of paired $\Xi^- N$ -interaction for systems $\Xi N - \Lambda\Lambda - \Sigma\Sigma$ in the state ($I = 0$, 1S_0), ΞN in the state ($I = 0$, 3S_1), $\Xi N - \Lambda\Sigma$ in the state ($I = 1$, 1S_0), and $\Xi N - \Lambda\Sigma - \Sigma\Sigma$ in the state ($I = 1$, 3S_1). To obtain two-body $\Xi^- N$ -, YY -, and YN -interactions generating t -matrices, an updated version of the ESC16 microscopic model is used. Two-body NN -interaction was reconstructed on the basis of the charge-dependent Bonn model. Direct numerical calculations of the binding energies of the systems under consideration clearly indicate the existence of one bound state with binding energies of 4.5 and 5.5 MeV for $\Xi^- nn$ - and $\Xi^- np$ -systems, respectively, and two states with binding energies of 2.7 and 4.4 MeV for the system $\Xi^- pp$.