

О ЗНАЧИМОСТИ НЕУПРУГОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ПРЯМОМ ПОИСКЕ ЧАСТИЦ ТЕМНОЙ МАТЕРИИ

© 2023 г. В. А. Бедняков^{1)*}

Поступила в редакцию 12.06.2023 г.; после доработки 12.06.2023 г.; принята к публикации 05.07.2023 г.

На основе предложенного ранее подхода к описанию рассеяния слабодействующих нерелятивистских массивных нейтральных частиц были получены явные выражения и сделаны оценки для ожидаемой скорости счета событий прямого детектирования частиц темной материи (DM), одновременно учитывающие упругий (когерентный) и неупругий (некогерентный) каналы взаимодействия DM-частицы с ядром-мишенью. Впервые в данном подходе при расчете вклада неупругих процессов было учтено влияние энергии возбуждения ядра. Корреляции между энергией возбуждения и допустимыми значениями кинетической энергии отдачи возбужденного ядра заметным образом ограничивают возможности детектирования неупругого канала некоторыми ядрами. Помимо Стандартной модели распределения темной материи вблизи Земли было рассмотрено влияние других моделей, допускающих заметно большие скорости DM-частиц. С ростом энергии отдачи ядра T_A имеет место плавный переход от доминирования упругого канала к доминированию неупругого канала DM-ядерного взаимодействия. Если DM-детектор настроен на регистрацию (только) событий упругого рассеяния, то он ничего не может регистрировать, когда энергия отдачи ядра оказывается ниже порога регистрации. При возрастании T_A такой детектор теряет способность что-либо “видеть”, поскольку упругие процессы быстро сходят на нет. Единственным возможным свидетельством произошедшего взаимодействия становится излучение от снятия возбуждения ядра. В случае спин-независимого взаимодействия с ростом T_A неупругий вклад достаточно быстро становится основным. Дифференциальная скорость счета событий при этом уменьшается незначительно. Если DM-частица взаимодействует с нуклонами только спин-зависимым образом, то на ядрах с нулевым спином детекторы, традиционно ориентированные на регистрацию упругого спин-зависящего DM-сигнала, ничего не смогут зарегистрировать, поскольку весь сигнал “идет” через неупругий канал. Получается, что искомые взаимодействия DM-частиц вполне могут иметь заметную интенсивность, но прибор не способен их обнаружить. Таким образом, следует планировать эксперименты по прямому детектированию частиц темной материи в постановке, когда возможно детектирование двух сигналов — энергии отдачи ядра и γ -квантов с определенной энергией от снятия ядерного возбуждения. Такой эксперимент даст полную информацию о произошедшем DM-взаимодействии.

DOI: 10.31857/S0044002723060107, EDN: OUMUDA

1. ПРЯМОЕ ДЕТЕКТИРОВАНИЕ ЧАСТИЦ ГАЛАКТИЧЕСКОЙ ТЕМНОЙ МАТЕРИИ

За прошедшие почти 100 лет присутствие темной материи (dark matter, DM) в космическом пространстве вокруг нас не только хорошо подтверждается разнообразными астрофизическими наблюдениями [1–6], но и стало одной из самых интригующих проблем фундаментальной науки [7–12]. Согласно современным представлениям эта дополнительная несветящаяся и небарионная материя, проявляющая себя пока только гравитационно, состоит из (микро) частиц неизвестного в рамках Стандартной модели (СМ) происхождения

[13–18]. Длительное время одним из лучших кандидатов на роль такой частицы считалась Слабо Взаимодействующая Массивная Частица (WIMP), поскольку, обладая массой в интервале от 1 ГэВ/ c^2 до 1 ТэВ/ c^2 , она достаточно естественным образом удовлетворяла космологическим требованиям ранней Вселенной.

Поиск WIMP-частиц велся в земных условиях в трех направлениях. Это так называемое прямое детектирование, нацеленное на регистрацию актов взаимодействия DM-частиц с обычным веществом, косвенное детектирование, которое направлено на обнаружение продуктов аннигиляции DM-частиц внутри тех или иных космических объектов, и поиск образования частиц кандидатов на роль DM в экспериментах на современных коллайдерах достаточно высоких энергий [19].

¹⁾Лаборатория ядерных проблем им. В.П. Джелепова, ОИЯИ, 141980, Дубна, Россия.

*E-mail: bedny@jinr.ru

На фоне практически всеобщего признания самого факта существования темной материи результат этого поиска выглядит весьма противоречиво. С одной стороны, считается, что ни в одном из проведенных экспериментов WIMP-частиц не было обнаружено [7, 12]. В течение нескольких десятилетий проводился интенсивный поиск WIMP-частиц — кандидатов на роль галактической темной материи. На сечение их взаимодействия нуклонами было получено множество ограничений, которые были приближены почти вплотную к минимальному пределу — нейтринной подложке [20, 21] — для DM-масс масштаба $1 \text{ ГэВ}/c^2$ [22].

С другой стороны, никто до сих пор не смог опровергнуть результаты коллаборации DAMA, которая единственная в течение почти двух десятилетий наблюдала годовую модуляцию сигнала, соответствующую присутствию DM-частиц в нашей галактике на уровне достоверности 13σ [8, 9, 13, 23].

Считается, что вращение Земли (с находящимся на ней детектором) вокруг Солнца при движении их обоих сквозь галактическую DM-среду вызывает годовую модуляцию интенсивности DM-ядерного взаимодействия [24–27]. Когда движение Земли противоположно направлению движения Солнца, относительная скорость DM-частицы и детектора (и вероятность их взаимодействия) достигает минимального значения. Когда же Земля движется в том же направлении, что и Солнце, относительная скорость и вероятность взаимодействия максимальны. Это явление практически не зависит от характера взаимодействия между частицами, и, если взаимодействие в принципе возможно, оно определяется распределением скоростей DM-частиц в Галактике (а точнее, вблизи Солнца и Земли). Хотя эта модулирующая составляющая сигнала заметно меньше усредненного по времени полного ожидаемого сигнала, ее значение трудно переоценить. Она представляет собой единственную в настоящее время экспериментально достижимую сигнатуру, свидетельствующую именно о галактической природе взаимодействующих с материалом детекторов WIMP-частиц. Фактически только эта сигнатура, а следовательно только эксперимент по прямому DM-детектированию, позволяет доказать наличие темной материи в окружающем нас пространстве [26].

В связи с результатами коллаборации DAMA следует подчеркнуть два важных факта. Во-первых, модуляция, которая наблюдалась в этом эксперименте, имеет фазу, амплитуду и период, очень хорошо соответствующие именно галактической темной материи. Во-вторых, до сих пор никакой другой коллаборации не удалось наблюдать эту модуляцию. Более того, упомянутые

выше два других пути поиска DM-частиц способны лишь обнаружить потенциального DM-кандидата, принадлежность которого к галактической темной материи необходимо будет в дальнейшем доказать путем регистрации вызванного им модуляционного сигнала в эксперименте по прямому поиску DM.

Итак, несмотря на значительные технические трудности и серьезные систематические неопределенности²⁾, эксперименты по прямому поиску DM-частиц играют исключительно важную, решающую роль в определении природы окружающей нас темной материи [7, 14, 19, 24, 28–32]. Без них это сделать невозможно.

В ответ на длительное отсутствие положительных результатов широкого спектра уже имеющихся экспериментов по поиску WIMP-частиц темной материи (за исключением результатов DAMA/LIBRA) появилось множество новых, порой экзотических, альтернативных моделей и предложений как по возможному составу самой темной материи [33–37] и ее необычным свойствам [23, 38–44], так и в направлении более изощренных методов ее детектирования [45–52].

По существу, интерес сместился в сторону так называемой легкой темной материи, массы частиц которой сравнимы с массами электронов и/или нуклонов [53, 54]. Чувствительность к легким DM-частицам традиционных детекторов, нацеленных на прямой поиск WIMP-частиц, в силу измерения только энергии отдачи ядра очень сильно падает вместе с уменьшением DM-массы. Например, DM-частица с массой менее 1 ГэВ и типичной кинетической энергией в локальном гало не способна вызвать отдачу ядра выше порога 1 кэВ , что и приводит к быстрому снижению чувствительности [42].

Эта проблема с легкой темной материей, во-первых, потребовала новых идей и технологий в создании более чувствительных детекторов, как минимум с существенно пониженным энергетическим порогом [34, 51, 55–58]. Во-вторых, поскольку считалось, что легкие DM-частицы способны выбить электрон отдачи с энергией, превышающей более низкий порог регистрации такого электрона (около 0.186 кэВ для ксенона [59]), то было предложено регистрировать легкие DM-частицы за счет их взаимодействия с электронами из электронных оболочек атомов [42, 59, 60]. В-третьих,

²⁾Необходимы прецизионные низкофоновые и низкороговые детекторы, нужна защита от множества разнообразных фоновых процессов. Имеет место маленькая вероятность взаимодействия и малая скорость счета событий. Статистику надо набирать годами. Велика неопределенность распределения DM-частиц как в галактике, так и непосредственно в области Земли. Взаимодействие DM-частиц с одним типом мишени не гарантирует взаимодействия с другим, например из-за различного нуклонного и спинного состава, и т.д. и т.п.

эта проблема стала стимулом поиска разумных каналов увеличения энергии легких ДМ-частиц.

Один вариант такого увеличения энергии легких частиц-ДМ-кандидатов основан на применении ускорительных комплексов не столько высокой энергии, сколько высокой интенсивности, на которых предполагается достаточно обильное образование легких ДМ-частиц, например, напрямую в пучках лептонов или протонов, в распадах мезонов и барионов, путем тормозного излучения и т.п. [47, 54, 61].

Другой вариант опирается на “естественные” механизмы образования почти релятивистских ДМ-частиц в современной Вселенной, которые не противоречат наблюдательным и экспериментальным ограничениям. Как правило, считается, что потоки таких ускоренных ДМ-частиц менее интенсивны, но более энергичны, что позволяет преодолевать ограничения чувствительности низкопороговых детекторов [62].

Так, например, стало понятно, что легкие ДМ-частицы могут быть ускорены до релятивистских или почти релятивистских скоростей за счет упругого рассеяния космическими лучами в гало Млечного Пути [63–69]. Был предложен новый механизм ускорения ДМ-частиц, называемый блазарно-усиленной темной материей (Blazar-Boosted DM), когда за счет рассеяния на протонах высоких энергий в струе блазара ДМ-частицы могут разгоняться до высоких скоростей и иметь достаточно большие локальные плотности [39, 42, 70]. Были предложены и другие механизмы формирования так называемых boosted ДМ-популяций [42, 71–77]. Например, модель гравитационно взаимодействующей темной материи [78], так называемой HYPER ДМ-модели [79] и ускорения темной материи (millicharged) за счет ударных волн при взрывах сверхновых звезд [80, 81].

Наконец, был придуман механизм, позволяющий легким нерелятивистским ДМ-частицам производить вполне регистрируемые энергии ядер отдачи в том случае, когда модель, лежащая в основе темного сектора, допускает большую разницу масс между ДМ-частицами в начальном и конечном состояниях (неупругое рассеяние) [23, 35, 38, 40, 43, 82–84]. Понятно, что такие энергичные “вторичные” ДМ-частицы будут рассеиваться в детекторах и передавать достаточную энергию ядрам-мишеням, генерируя сигналы, превышающие порог обнаружения, что позволяет понизить нижний предел на регистрации в прямом ДМ-эксперименте ДМ-массы до уровня сотен кэВ [76].

Помимо этого, в работе [30] было обнаружено, что распределение скоростей в галактоцентрической системе отсчета имеет сильные отклонения от формы Максвелла–Больцмана, что указывает

на наличие высокоскоростной ДМ-субструктуры, скорости частиц в которой могут достигать величин 800 км/с при заметном увеличении локальной плотности ρ_{DM} .

Подчеркнем, резюмируя вводную часть, критическую значимость экспериментов по прямому поиску темной материи, и обратим внимание на то, что в настоящее время в этих экспериментах область возможных значений кинетических энергий ДМ-частиц (как малых, так и больших масс) значительно расширена за пределы стандартной модели ДМ-гало, в основе которой лежит распределение Максвелла–Больцмана с наиболее вероятной скоростью 220 км/с и скоростью покидания галактики 540 км/с.

В свете вышесказанного представляется несколько преждевременным в силу исключительной значимости [19, 26, 29, 85] предавать забвению традиционный путь прямого детектирования массивных слабовзаимодействующих частиц темной материи без критического анализа общепринятых в этом методе основополагающих предположений и деталей.

Такой анализ на базе подхода [86–89] был начат в работе [90], где было показано, что с ростом энергии отдачи ядра T_A имеет место хорошо контролируемый переход от доминирования упругого χA -взаимодействия к доминированию χA -неупругого взаимодействия при рассеянии массивной нейтральной нерелятивистской χ -частицы на ядре. В такой ситуации прибор, настроенный на поиск только упругого χA -рассеяния, при возрастании T_A начинает “слепнуть”, так как число упругих процессов становится все меньше и меньше, им на смену приходят неупругие χA -процессы, которые такой прибор не способен “видеть”. В работе [90] на уровне χA -сечений продемонстрировано, что это “явление” в наиболее критическом виде может проявляться как раз в эксперименте по прямому поиску темной материи, результаты которого обычно интерпретируются в терминах спин-независимого и спин-зависимого взаимодействия ДМ-частицы с нуклонами. Важно подчеркнуть, что оба эти взаимодействия лежат за рамками СМ и могут иметь совершенно неожиданный характер [90]. Упомянутое выше расширение области значений T_A , в силу допустимого возрастания скорости ДМ-частиц до уровня $|\mathbf{v}|/c = 10^{-2} - 10^{-1}$, только усугубляет эту ситуацию.

Помимо сказанного заметим, что если после χA -рассеяния энергия отдачи ядра оказывается ниже порога регистрации детектора, т.е. $T_A < T_A^{\min}$, то упругий сигнал вообще невозможно обнаружить. При таких “невидимых” T_A единственным свидетельством произошедшего χA -взаимодействия становится излучение от снятия

возбуждения ядра, т.е. неупругий сигнал, хотя его интенсивность при $T_A < T_A^{\min}$ может быть на порядок меньше интенсивности упругого сигнала [90]. В целом, когда регистрируется только энергия отдачи ядра T_A , невозможно понять, какой процесс, упругий или неупругий, имел место быть [7, 15, 19–21], т.е. непонятно, какие формулы следует применять при анализе данных.

Таким образом, задача данной работы состоит в поиске и исследовании на основе подхода [86–90] таких областей параметров (кинематических и физических), где скорость счета полезных событий (event rate), обусловленная неупругим (некогерентным) процессом $\chi A \rightarrow \chi A^*$, может составлять заметную конкуренцию скорости счета полезных событий, вызванных упругим (когерентным) $\chi A \rightarrow \chi A$ рассеянием. Наличие именно таких областей параметров в силу нестандартного характера искомого χA -взаимодействия может послужить объяснением “слепоты” детекторов темной материи, настроенных на прямой поиск событий χA -рассеяния только в упругом канале.

2. КИНЕМАТИКА И СЕЧЕНИЕ УПРУГОГО И НЕУПРУГОГО χA -РАССЕЯНИЯ

В случае взаимодействия двух частиц с образованием двух частиц (процесс $2 \rightarrow 2$):

$$\chi(k) + A(P_n) \rightarrow \chi(k') + A^{(*)}(P'_m), \quad (1)$$

4-импульсы падающего и уходящего нейтрального массивного лептона (χ -частицы) обозначены как $k = (k_0 = E_\chi, \mathbf{k})$ и $k' = (k'_0 = E'_\chi, \mathbf{k}')$, а 4-импульсы начального и конечного состояния ядра соответственно как $P_n = (P_n^0, \mathbf{P}_n)$ и $P'_m = (P'_m^0, \mathbf{P}_m)$ (см. рис. 1а). Полная энергия ядерного состояния $|P_n\rangle$ равна $P_n^0 = E_{\mathbf{P}} + \varepsilon_n$, где ε_n — внутренняя энергия n -го квантового состояния ядра. Если χ -частица с массой m_χ и импульсом $\mathbf{k}$ налетает вдоль z -оси на покоящееся ядро A и улетает под углом θ к z -оси с импульсом $\mathbf{k}'$ (y -ось всегда можно выбрать перпендикулярной плоскости рассеяния), то 4-импульсы можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} k &= (k_0 = \sqrt{m_\chi^2 + |\mathbf{k}|^2}, 0, 0, k_z = |\mathbf{k}|), \\ P_n &= (P_n^0 = m_A + \varepsilon_n, 0, 0, 0), \\ k' &= (k'_0 = \sqrt{m_\chi^2 + |\mathbf{k}'|^2}, \\ k'_x &= |\mathbf{k}'| \sin \theta, 0, k'_z = |\mathbf{k}'| \cos \theta), \\ P'_m &= (P'_m^0 = \varepsilon_m + \\ &+ \sqrt{m_A^2 + (P_m^x)^2 + (P_m^z)^2}, P_m^x, 0, P_m^z) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= (P_m^0 = \varepsilon_m + \sqrt{m_A^2 + \mathbf{q}^2}, -|\mathbf{k}'| \sin \theta, \\ &0, |\mathbf{k}| - |\mathbf{k}'| \cos \theta), \end{aligned}$$

где m_A — масса ядра A , а ε_m — энергия возбуждения m -го уровня (состояния) этого ядра. Переданный ядру 4-импульс $q = (q_0, \mathbf{q})$ следующим образом связан с этими величинами:

$$\begin{aligned} q^2 &\equiv (k - k')^2 = 2(m_\chi^2 - (k k')) = \quad (2) \\ &= 2(m_\chi^2 - \sqrt{(m_\chi^2 + |\mathbf{k}'|^2)(m_\chi^2 + |\mathbf{k}|^2)} + \\ &\quad + |\mathbf{k}||\mathbf{k}'| \cos \theta), \\ q_0 &= k_0 - k'_0 = P_m^0 - P_n^0 = \Delta\varepsilon_{mn} + T_A, \\ \mathbf{q}^2 &= (\mathbf{k} - \mathbf{k}')^2 = (-|\mathbf{k}'| \sin \theta)^2 + \\ &+ (|\mathbf{k}| - |\mathbf{k}'| \cos \theta)^2 = |\mathbf{k}|^2 + |\mathbf{k}'|^2 - 2|\mathbf{k}||\mathbf{k}'| \cos \theta. \end{aligned}$$

Кинетическая энергия движения ядра отдачи T_A определяется в виде

$$T_A = \sqrt{m_A^2 + \mathbf{q}^2} - m_A. \quad (3)$$

Закон сохранения энергии, т.е. равенства $k_0 + P_n^0 = k'_0 + P_m^0$, можно переписать в виде

$$\begin{aligned} k_0 + m_A - \Delta\varepsilon_{mn} &= \sqrt{m_\chi^2 + |\mathbf{k}'|^2} + \quad (4) \\ &+ \sqrt{m_A^2 + |\mathbf{k}'|^2 + |\mathbf{k}|^2 - 2|\mathbf{k}||\mathbf{k}'| \cos \theta}, \end{aligned}$$

где разность энергий ядерных $|m\rangle$ и $|n\rangle$ состояний обозначена следующим образом:

$$\Delta\varepsilon_{mn} \equiv \varepsilon_m - \varepsilon_n. \quad (5)$$

Из сохранения энергии выражения (4) также следует, что

$$\begin{aligned} T_A(|\mathbf{k}'|, \cos \theta) &= k_0 - k'_0 - \Delta\varepsilon_{mn} = \quad (6) \\ &= \sqrt{m_\chi^2 + |\mathbf{k}|^2} - \sqrt{m_\chi^2 + |\mathbf{k}'|^2} - \Delta\varepsilon_{mn}. \end{aligned}$$

В стандартной модели Гало [16, 17, 27, 91] оценка скорости движения ДМ-частиц вблизи Земли составляет примерно 10^{-3} от скорости света, т.е. $|\mathbf{v}| = |\mathbf{k}|/m_\chi \simeq 10^{-3}c \simeq 350$ км/с, при максимальном значении порядка 550 км/с. Согласно упомянутому во Введении работам максимальная скорость может достигать заметно больших значений, приближающихся к 1000 км/с. Тем не менее кинетическая энергия ДМ-частиц, налетающих на покоящееся ядро-мишень,

$$T_0 \equiv \frac{|\mathbf{k}|^2}{2m_\chi} = \frac{|\mathbf{v}|^2 m_\chi}{2} \simeq 10^{-(6-4)} \frac{m_\chi c^2}{2} \quad (7)$$

остается в области десятков МэВ, что заметно меньше массы покоя ДМ-частицы m_χ , хотя по другим оценкам эта энергия может достигать ГэВ-ного уровня. В традиционных задачах

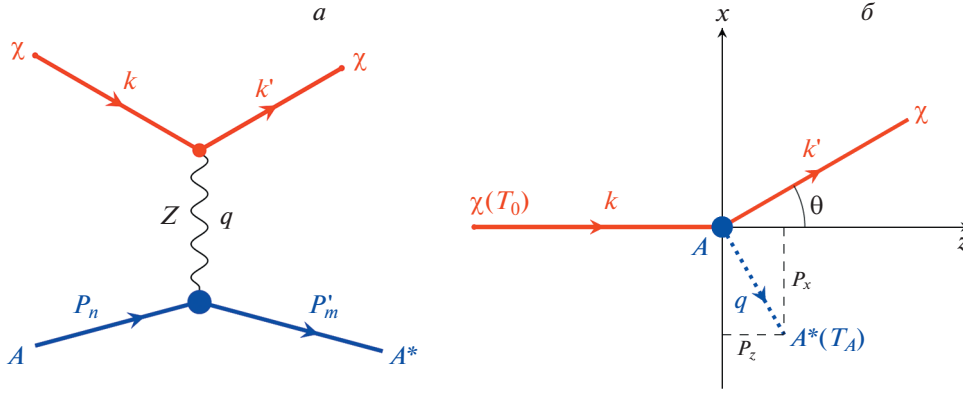


Рис. 1. “Внешний вид” χA -взаимодействия за счет обмена, например, нейтральным Z -бозоном (а). Кинематика этого процесса в лабораторной системе отсчета, где ядро A покоится (б).

прямого детектирования темной материи обычно $m_A \geq 10$ ГэВ/ c^2 , энергии отдачи ядер не превышают 200 кэВ, типичная разность энергий возбуждения ядер находится в области нескольких сотен кэВ. Иными словами, имеются характерные масштабы величин

$$\begin{aligned} 10 \leq m_A \leq 100 \text{ ГэВ}/c^2, \\ 1 < m_\chi < 10^4 \text{ ГэВ}/c^2, \quad 1 \text{ кэВ} \leq T_0 \leq 1 \text{ ГэВ}, \\ T_A \leq 200 \text{ кэВ}, \quad |\mathbf{q}| \leq 0.2 - 0.3 \text{ ГэВ}/c, \\ \Delta\varepsilon_{mn} \leq 1 \text{ МэВ}. \end{aligned} \quad (8)$$

Поэтому в последующем изложении будет достаточно использовать нерелятивистское приближение, т.е. когда

$$\begin{aligned} k_0 &= (m_\chi^2 + |\mathbf{k}|^2)^{1/2} \simeq m_\chi + \frac{|\mathbf{k}|^2}{2m_\chi} = m_\chi + T_0, \\ \sqrt{m_\chi^2 + |\mathbf{k}'|^2} &\simeq m_\chi + \frac{|\mathbf{k}'|^2}{2m_\chi} \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} T_A(|\mathbf{k}'|, \cos \theta) &\simeq \frac{\mathbf{q}^2}{2m_A} = \\ &= \frac{|\mathbf{k}'|^2 + |\mathbf{k}|^2 - 2|\mathbf{k}||\mathbf{k}'| \cos \theta}{2m_A}. \end{aligned} \quad (9)$$

Наблюдаемое дифференциальное сечение процесса $\chi A \rightarrow \chi A^{(*)}$ представляет собой сумму двух слагаемых — некогерентного и когерентного [90], которые выражаются через скалярные произведения $(l_{s's}, h_{r'r}^{p/n})$ взаимодействующих лептонного и нуклонного токов:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{s's}}{dT_A}(\chi A \rightarrow \chi A^{(*)}) &= \\ &= \frac{d\sigma_{\text{inc}}^{s's}}{dT_A}(\chi_s A \rightarrow \chi_{s'} A^*) + \frac{d\sigma_{\text{coh}}^{s's}}{dT_A}(\chi_s A \rightarrow \chi_{s'} A), \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{\text{inc}}^{s's}}{dT_A} &= c_A(T_0, m_A, m_\chi) g_{\text{inc}} \times \\ &\times \sum_{f=p,n} [1 - |F_f(\mathbf{q})|^2] \left[A_+^f \sum_{r'=\pm} |(l_{s's}, h_{r'r'}^{\eta,f})|^2 + \right. \\ &\quad \left. + A_-^f \sum_{r'=\pm} |(l_{s's}, h_{r'r'}^{\eta,f})|^2 \right], \\ \frac{d\sigma_{\text{coh}}^{s's}}{dT_A} &= c_A(T_0, m_A, m_\chi) \times \\ &\times g_{\text{coh}} \left| \sum_{f=p,n} F_f(\mathbf{q}) [A_+^f(l_{s's}, h_{r'r'}^{\eta,f}) + \right. \\ &\quad \left. + A_-^f(l_{s's}, h_{r'r'}^{\eta,f})] \right|^2, \end{aligned} \quad (11)$$

и $A_\pm^f$ — число нуклонов f -типа ($f = p, n$) с проекцией спина ± 1 на выделенное направление (например, направление прилета χ -частицы). В экспериментальной ситуации (или при расчетах) исходной внешней величиной является энергия отдачи T_A . Угол вылета χ -частицы в лабораторной системе отсчета как функции T_A , $\Delta\varepsilon_{mn}$ и T_0 имеет вид [90]

$$\begin{aligned} \cos \theta(T_A) &= \\ &= \frac{m_\chi(2T_0 - \Delta\varepsilon_{mn}) - T_A(m_\chi + m_A)}{2m_\chi \sqrt{T_0(T_0 - \Delta\varepsilon_{mn} - T_A)}}. \end{aligned} \quad (12)$$

В формулах (11) введен универсальный общий множитель

$$\begin{aligned} c_A &\equiv c_A(T_0, m_A, m_\chi) \equiv \\ &\equiv \frac{G_F^2 m_A}{2^6 \pi m^2 (2T_0 m_\chi)} = \frac{G_F^2 m_A}{4\pi} \frac{1}{2^4 m^2 |\mathbf{k}_\chi^l|^2}, \end{aligned} \quad (13)$$

где m — масса нуклона, и явно выделена зависимость от начальной энергии T_0 падающей на

покоящееся ядро χ -частицы. Интенсивность гипотетического взаимодействия χ -частицы с нуклонами (пропорциональная G_F^2) “спрятана в недрах” соответствующих скалярных произведений токов. Скалярные произведения лептонного (χ -частицы) и нуклонного токов для любых значений проекций спинов нуклона ($r', r = \pm 1$) и χ -частицы ($s', s = \pm 1$), отвечающие взаимодействию массивной нейтральной χ -частицы с нуклоном по каналу нейтрального слабого тока, определены следующим образом [92]:

$$(l_{s's}^w, h_{r'r}^{w,f}) = \alpha_f(l_{s's}^v h_{r'r}^v) + \beta_f(l_{s's}^v h_{r'r}^a) + \gamma_f(l_{s's}^a h_{r'r}^v) + \delta_f(l_{s's}^a h_{r'r}^a), \quad (14)$$

где

$$\alpha_f = \chi_V h_V^f = +g_V^f, \quad \beta_f = \chi_V h_A^f = -g_A^f, \\ \gamma_f = \chi_A h_V^f = -g_V^f, \quad \delta_f = \chi_A h_A^f = +g_A^f.$$

Правые равенства в этих выражениях дают значения констант для нейтрино Стандартной модели (поскольку у нейтрино $\chi_V = -\chi_A = 1$). Индекс f обозначает нейтрон или протон. В нерелятивистском приближении скалярные произведения имеют вид

$$(l_{\pm\pm}^w, h_{\pm\pm}^{w,f}) = m_c^2(\alpha_f - \delta_f), \quad (15) \\ (l_{\pm\pm}^w, h_{\mp\mp}^{w,f}) = m_c^2(\alpha_f + \delta_f), \\ (l_{\pm\mp}^w, h_{\mp\pm}^{w,f}) = -2m_c^2\delta_f, \\ (l_{\pm\mp}^w, h_{\mp\mp}^{w,f}) = \pm m_s^2 e^{\mp i\phi}(\alpha_f - \delta_f), \\ (l_{\pm\mp}^w, h_{\pm\pm}^{w,f}) = \pm m_s^2 e^{\mp i\phi}(\alpha_f + \delta_f), \\ (l_{\pm\pm}^w, h_{\pm\pm}^{w,f}) = \mp 2m_s^2 e^{\mp i\phi}\delta_f, \\ (l_{\pm\pm}^w, h_{\mp\mp}^{w,f}) = (l_{\pm\mp}^w, h_{\mp\pm}^{w,f}) \simeq 0.$$

Здесь введены используемые далее обозначения

$$m_c^2 \equiv 4m_\chi m \cos \frac{\theta}{2}, \quad m_s^2 \equiv 4m_\chi m \sin \frac{\theta}{2}. \quad (16)$$

Формулы (11) удобно переписать в терминах полного числа нуклонов f -типа A_f и разности числа нуклонов ΔA_f , имеющих положительную и отрицательную проекцию спина на выделенное направление:

$$A_\pm^f = \frac{1}{2}(A_f \pm \Delta A_f), \quad (17)$$

где $A_f \equiv A_+^f + A_-^f$ и $\Delta A_f \equiv A_+^f - A_-^f$.

В результате для нерелятивистского взаимодействия слабых токов набор когерентных χA -сечений имеет вид

$$\frac{d\sigma_{\text{coh}}^{\mp\mp}(\mathbf{q})}{g_{\text{coh}} dT_A} = \cos^2 \frac{\theta}{2} \frac{G_F^2 m_A}{4\pi} \times \quad (18)$$

$$\times \frac{m_\chi^2}{|\mathbf{k}_\chi^l|^2} \left[\sum_{f=p,n} F_f(\mathbf{q}) A_f \left(\alpha_f \pm \delta_f \frac{\Delta A_f}{A_f} \right) \right]^2, \\ \frac{d\sigma_{\text{coh}}^{\mp\pm}(\mathbf{q})}{g_{\text{coh}} dT_A} = \sin^2 \frac{\theta}{2} \frac{G_F^2 m_A}{4\pi} \times \\ \times \frac{m_\chi^2}{|\mathbf{k}_\chi^l|^2} \left[\sum_{f=p,n} F_f(\mathbf{q}) A_f \left(\alpha_f \mp \delta_f \frac{\Delta A_f}{A_f} \right) \right]^2, \\ \frac{d\sigma_{\text{coh}}^{\text{total}}(\mathbf{q})}{g_{\text{coh}} dT_A} = \frac{1}{2} \sum_{s's} \frac{d\sigma_{\text{coh}}^{s's}}{g_{\text{coh}} dT_A} = \\ = \frac{G_F^2 m_A}{4\pi} \frac{m_\chi^2}{|\mathbf{k}_\chi^l|^2} \left(\left[\sum_{f=p,n} \alpha_f A_f F_f(\mathbf{q}) \right]^2 + \right. \\ \left. + \left[\sum_{f=p,n} \delta_f \Delta A_f F_f(\mathbf{q}) \right]^2 \right).$$

Аналогичный набор сечений некогерентного χA -рассеяния таков:

$$\frac{d\sigma_{\text{inc}}^{\mp\mp}(\mathbf{q})}{g_{\text{inc}} dT_A} = \frac{G_F^2 m_A}{4\pi} \frac{m_\chi^2}{|\mathbf{k}_\chi^l|^2} \times \quad (19) \\ \times \sum_{f=p,n} [1 - F_f^2(\mathbf{q})] A_f \left\{ \cos^2 \frac{\theta}{2} \alpha_f^2 + \right. \\ \left. + \left(1 + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \delta_f^2 \pm \right. \\ \left. \pm \frac{2\Delta A_f}{A_f} \delta_f \left[\cos^2 \frac{\theta}{2} \alpha_f + \sin^2 \frac{\theta}{2} \delta_f \right] \right\}, \\ \frac{d\sigma_{\text{inc}}^{\mp\pm}(\mathbf{q})}{g_{\text{inc}} dT_A} = \frac{G_F^2 m_A}{4\pi} \frac{m_\chi^2}{|\mathbf{k}_\chi^l|^2} \times \\ \times \sum_{f=p,n} [1 - F_f^2(\mathbf{q})] A_f \left\{ \sin^2 \frac{\theta}{2} \alpha_f^2 + \right. \\ \left. + \left(1 + \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \delta_f^2 \mp \right. \\ \left. \mp \frac{2\Delta A_f}{A_f} \delta_f \left[\sin^2 \frac{\theta}{2} \alpha_f + \cos^2 \frac{\theta}{2} \delta_f \right] \right\}, \\ \frac{d\sigma_{\text{inc}}^{\text{total}}(\mathbf{q})}{g_{\text{inc}} dT_A} = \frac{1}{2} \sum_{s's} \frac{d\sigma_{\text{inc}}^{s's}}{g_{\text{inc}} dT_A} = \\ = \frac{G_F^2 m_A}{4\pi} \frac{m_\chi^2}{|\mathbf{k}_\chi^l|^2} \sum_{f=p,n} A_f^2 [1 - F_f^2(\mathbf{q})] [\alpha_f^2 + 3\delta_f^2].$$

Наконец, измеряемое полное сечение χA -рассеяния за счет взаимодействия слабых лептонного и нуклонного токов в нерелятивистском приближении получается в виде

$$\frac{d\sigma_{\text{nonrel}}^{\text{weak}}}{dT_A}(\chi A \rightarrow \chi A^*) = \frac{G_F^2 m_A}{4\pi} \times \quad (20)$$

$$\times \frac{m_\chi^2}{|\mathbf{k}_\chi^l|^2} \left\{ g_{\text{inc}} \sum_{f=p,n} A^f [1 - F_f^2(\mathbf{q})] [\alpha_f^2 + 3\delta_f^2] + \right. \\ \left. + g_{\text{coh}} \left(\left[\sum_{f=p,n} \alpha_f A_f F_f(\mathbf{q}) \right]^2 + \left[\sum_{f=p,n} \delta_f \Delta A_f F_f(\mathbf{q}) \right]^2 \right) \right\}.$$

Здесь использовано, что

$$c_A (4m_\chi m)^2 = (4m_\chi m)^2 \frac{G_F^2 m_A}{2^6 \pi m^2 |\mathbf{k}_\chi^l|^2} = \quad (21) \\ = \frac{G_F^2 m_A}{4\pi} \frac{m_\chi^2}{|\mathbf{k}_\chi^l|^2}.$$

3. СКОРОСТЬ СЧЕТА СОБЫТИЙ РЕГИСТРАЦИИ χ -ЧАСТИЦ

Как известно (см., например, [19, 27, 91, 93–95]), в экспериментах по прямому детектированию ДМ-частиц измеряемой величиной является так называемая скорость счета событий или число полезных событий в единицу времени (event counting rate). Эта величина пропорциональна произведению скорости взаимного столкновения частиц и сечения их взаимодействия, $v\sigma(v, \dots)$, проинтегрированному по всем допустимым значениям этой относительной скорости v с соответствующим весом в виде некоторой функции распределения $f(v)$, которая определяет вероятность иметь данное значение скорости v в момент взаимодействия ДМ-частицы с детектором.

Для ДМ-частиц (с массой 100 ГэВ/ c^2) “классическая” оценка скорости счета опирается на довольно большое значение ожидаемого потока ДМ-частиц через Землю [94]:

$$\Phi_{\text{DM}} = \frac{\rho_{\text{DM}}}{m_{\text{DM}}} \langle v \rangle \cong \frac{6.6 \times 10^4}{\text{см}^2 \text{ с}} \left[\frac{\rho_{\text{DM}}}{0.3 \text{ ГэВ/см}^3} \right] \times \\ \times \left[\frac{100 \text{ ГэВ}}{m_{\text{DM}}} \right] \left[\frac{\langle v \rangle}{220 \text{ км/с}} \right],$$

и для мишени с атомным номером $A = 100$ и типичным сечением на уровне 10^{-38} см^2 составляет весьма незначительную величину:

$$R = \sigma \frac{N_{\text{Av}}}{A} \Phi_{\text{DM}} \cong \\ \cong 0.13 \frac{\text{событий}}{\text{кг год}} \left[\frac{100 \text{ г/моль}}{A} \right] \left[\frac{\rho_{\text{DM}}}{0.3 \text{ ГэВ/см}^3} \right] \times \\ \times \left[\frac{100 \text{ ГэВ}}{m_{\text{DM}}} \right] \left[\frac{\langle v \rangle}{220 \text{ км/с}} \right] \left[\frac{\sigma}{10^{-38} \text{ см}^2} \right].$$

Здесь $\langle v \rangle$ и ρ_{DM} — средняя скорость и плотность ДМ-частиц с массой m_{DM} у Земли, σ — сечение взаимодействия ДМ-частицы с нуклоном, $N_{\text{Av}} = 6.02 \times 10^{23} \text{ моль}^{-1}$ — число Авогадро.

Интегральная скорость счета полезных событий определяется выражением

$$R(T_A^{\text{min}}) = n_\chi N_A \int_{v_{\text{min}}}^{v_{\text{max}}} f(v) dv \times \quad (22) \\ \times \int_{T_A^{\text{min}}}^{T_A^{\text{max}}} \frac{v d\sigma}{dT_A}(v, T_A) dT_A.$$

Зависимость скорости счета от (регистрируемой) энергии отдачи ядра $T_A \in (T_A^{\text{min}}, T_A^{\text{max}})$ имеет вид

$$\frac{dR(T_A^{\text{min}})}{dT_A} = n_\chi N_A \int_{v_{\text{min}}}^{v_{\text{max}}} f(v) \frac{v d\sigma}{dT_A}(v, T_A) dv. \quad (23)$$

Здесь N_A — полное число рассеивающих χ -частицу центров (число ядер A -типа) в мишени детектора. Если масса мишени 1 г, то $N_A = \frac{N_{\text{Av}}}{A}$; $n_\chi \equiv \rho_\chi / m_\chi$ — плотность числа χ -частиц, где $\rho_\chi \simeq 0.35 \text{ ГэВ/см}^3$ — плотность гало вокруг Земли (состоящего по предположению полностью из χ -частиц темной материи), T_A^{min} — это минимальная энергия отдачи ядра (нижний порог по энергии), v_{min} — минимальная относительная скорость χ -частицы и A -ядра, при которой еще возможна отдача ядра T_A^{min} :

$$v_{\text{min}} = \sqrt{T_A^{\text{min}} \frac{(m_A + m_\chi)^2}{2m_A m_\chi^2}} = \sqrt{\frac{2T_A^{\text{min}}}{m_\chi \mu_A}}, \quad (24) \\ \text{где } \mu_A \equiv \frac{4m_\chi m_A}{(m_\chi + m_A)^2}.$$

При относительных скоростях $v < v_{\text{min}}$ регистрация событий уже невозможна. Далее, $v_{\text{max}} = v_{\text{esc}}$ — максимально возможная скорость ДМ-частиц для данного ДМ-распределения. Тогда максимальная кинетическая энергия ДМ-частицы и максимально возможная кинетическая энергия отдачи ядра, возникающая в результате упругого столкновения ДМ-частицы с массой m_χ с ядром-мишени M_A , соответственно определяются выражениями

$$T_\chi^{\text{max}} = \frac{m_\chi v_{\text{max}}^2}{2} \quad (25) \\ \text{и } T_A^{\text{max}} = \frac{q_{\text{max}}^2}{2m_A} = \frac{2m_A v_{\text{max}}^2 m_\chi^2}{(m_A + m_\chi)^2} = T_\chi^{\text{max}} \mu_A.$$

Согласно стандартной модели гало (SHM) [23, 83, 96], скорости DM-частиц вблизи детектора определяются распределением Максвелла–Больцмана:

$$f_{\text{SHM}}(\mathbf{w}) = \frac{1}{(\pi v_0^2)^{3/2}} \exp \left[-\frac{(\mathbf{w} - \mathbf{v}_\oplus)^2}{v_0^2} \right], \quad (26)$$

и

$$v_{\text{esc}} = |\mathbf{v}|_{\text{max}} = |\mathbf{w} + \mathbf{v}_\oplus|_{\text{max}} \simeq 550 \frac{\text{км}}{\text{с}},$$

где $v_0 \simeq 220$ км/с. Обычно считается [27], что скорость движения Солнца $v_\odot \equiv v_{\text{Sun}} \simeq v_0 = \bar{v} \sqrt{\frac{2}{3}} \simeq 232 \pm 20$ км/с, где $\bar{v}$ — дисперсия скоростей в гало ($\simeq 270 \pm 25$ км/с). Скорость движения Земли относительно гало Галактики $\mathbf{v}_\oplus \neq 0$.

Для одномерной функции распределения DM-частиц по скоростям $w = |\mathbf{w}|$ относительно Земли (и относительно покоящегося на ней детектора) было получено [27]

$$f_{\text{SHM}}(w)dw \equiv f_{\text{SHM}}(x)dx, \quad (27)$$

$$\text{где } f_{\text{SHM}}(x) = \frac{4x^2}{\sqrt{\pi}} e^{-(x^2 + \eta^2)} \frac{\sinh(2x\eta)}{2x\eta},$$

$$\int f_{\text{SHM}}(x)dx = 1.$$

Здесь $x = \frac{w}{v_0}$ — безразмерная скорость DM-частицы относительно Земли, $\eta = \frac{v_\oplus}{v_0}$ — безразмерная скорость Земли относительно гало Галактики. Она зависит от времени $\eta = \eta(t)$, поскольку Земля имеет годовое обращение вокруг Солнца, при этом $\langle \eta(t) \rangle_{\text{year}} = \eta_0 \simeq 1.05$.

В настоящее время считается, что SHM-распределение (26) недостаточно точно описывает распределения DM-частиц в Галактике. Имеются анизотропные структуры типа потоков DM-частиц, обусловленные воздействием ближайших галактик [97]. В дальнейших оценках будем использовать следующее “упрощенно-обобщенное” выражение из [97]:

$$f_{\text{str}}(\mathbf{w}) = \frac{1}{\pi^{3/2}(\epsilon v_0)^3} \times \quad (28)$$

$$\times \exp \left[-\frac{(\mathbf{w} - (\mathbf{v}_\oplus + \mathbf{v}_{\text{str}}))^2}{(\epsilon v_0)^2} \right],$$

$$\text{где } |\mathbf{v}_{\text{str}}| \simeq 300 \text{ км/с}.$$

Это распределение “внешнего DM-потока” имеет в ϵ раз более “широкий купол” (множитель $(\epsilon v_0)^2$ стоит вместо v_0^2) по сравнению со SHM-распределением из (26), а роль скорости Земли $\mathbf{v}_\oplus$ в нем играет векторная сумма скоростей

$(\mathbf{v}_\oplus + \mathbf{v}_{\text{str}})$. Последнее означает, что по аналогии с формулой (27) можно записать:

$$f_{\text{str}}(w)dw \equiv f_{\text{str}}(y)dy, \quad (29)$$

$$\text{где } f_{\text{str}}(y) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} y^2 e^{-(y^2 + \xi^2)} \frac{\sinh(2y\xi)}{2y\xi}$$

$$\text{и } \int f_{\text{str}}(y)dy = 1,$$

где $y = \frac{w}{\epsilon v_0}$ — безразмерная скорость DM-частицы (принадлежащей внешнему потоку) относительно Земли, а $\xi = \frac{|\mathbf{v}_\oplus + \mathbf{v}_{\text{str}}|}{\epsilon v_0}$ — безразмерная сумма скоростей Земли и скорости потока относительно гало Галактики (в пренебрежении их зависимостью от времени). Для простоты будем считать, что $\xi = \frac{v_\oplus + v_{\text{str}}}{\epsilon v_0} \equiv \frac{\eta_{\text{str}}}{\epsilon}$. Полное одномерное нормированное на единицу распределение DM-частиц по скоростям относительно Земли тогда имеет вид

$$f_{\text{SHM+str}}(w)dw =$$

$$= \left[\left(1 - \frac{\rho_{\text{str}}}{\rho}\right) f_{\text{SHM}}(w) + \frac{\rho_{\text{str}}}{\rho} f_{\text{str}}(w) \right] dw \equiv$$

$$\equiv \left(1 - \frac{\rho_{\text{str}}}{\rho}\right) f_{\text{SHM}}(x)dx + \frac{\rho_{\text{str}}}{\rho} f_{\text{str}}(y)dy.$$

Это выражение с учетом $y = \frac{x}{\epsilon}$ и $\xi = \frac{\eta_{\text{str}}}{\epsilon}$ можно переписать в окончательном виде

$$f(x)dx \equiv f_{\text{SHM+str}}(w)dw = \quad (30)$$

$$= \gamma_1 f_{\text{SHM}}(x)dx + \gamma_\eta f_{\text{str}}(x)dx,$$

где уже

$$f_{\text{str}}(x) = \frac{4x^2}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x^2 + \eta_{\text{str}}^2}{\epsilon^2}} \frac{\sinh(2x\eta_{\text{str}}/\epsilon^2)}{2x\eta_{\text{str}}}.$$

В формуле (30) введены веса распределений, сумма которых равна единице, $\gamma_1 + \gamma_\eta = 1$.

Итак, функцию $f(v)$, входящую в формулу для скорости счета событий (23) и определяющую вероятность DM-частице иметь скорость $w \equiv |\mathbf{w}|$ в момент ее взаимодействия с покоящимся ядром мишени, будем далее использовать в виде выражения (30).

Измеряемое полное (просуммированное по всем спиновым индексам χ -частицы) дифференциальное сечение, входящее в (22) и (23), согласно (10) и (20), представляет собой сумму когерентного и некогерентного вкладов в χA -сечение:

$$\frac{d\sigma}{dT_A}(v, T_A) \equiv \frac{d\sigma_{\text{total}}}{dT_A}(\chi A \rightarrow \chi A^{(*)}) =$$

$$= \frac{d\sigma_{i(nc)}}{dT_A}(\chi_s A \rightarrow \chi_{s'} A^*) + \frac{d\sigma_{c(oh)}}{dT_A}(\chi_s A \rightarrow \chi_{s'} A).$$

Тогда полная (интегральная) скорость счета событий (22) в интервале энергий отдачи ядра $T_A^{\min} \leq T_A \leq T_A^{\max}$ может быть представлена как сумма когерентной и некогерентной скоростей счета событий:

$$R(T_A^{\min}, T_A^{\max}) \equiv R_{coh}(T_A^{\min}, T_A^{\max}) + R_{inc}(T_A^{\min}, T_A^{\max}), \quad (31)$$

где

$$R_{coh/inc}(T_A^{\min}, T_A^{\max}) \equiv \int_{T_A^{\min}}^{T_A^{\max}} dT_A \frac{dR(T_A)_{coh/inc}}{dT_A},$$

и

$$\frac{dR(T_A)_{coh/inc}}{dT_A} = n_\chi v_0 N_A \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} f(x) dx \frac{d\sigma_{coh/inc}(xv_0, T_A)}{dT_A}.$$

Далее для дифференциальных скоростей счета событий имеется

$$\begin{aligned} \frac{dR(T_A)_{coh/inc}}{n_\chi v_0 N_A dT_A} &= \\ &= \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} [\gamma_1 f_{SHM}(x) + \gamma_\eta f_{str}(x)] x dx \times \\ &\times \frac{d\sigma_{coh/inc}(xv_0, T_A)}{dT_A} = \\ &= \gamma_1 \int_{x_{\min}}^{x_1^{\max}} f_{SHM}(x) dx \frac{x d\sigma_{coh/inc}(x, T_A)}{dT_A} + \\ &+ \gamma_\eta \int_{x_{\min}}^{x_\eta^{\max}} f_{str}(x) dx \frac{x d\sigma_{coh/inc}(x, T_A)}{dT_A}. \end{aligned} \quad (32)$$

Здесь согласно (24)

$$\begin{aligned} x_{\min} &= \frac{w_{\min}}{v_0} = \left[\frac{T_A^{\min}}{T_A^0} \right]^{1/2}, \\ \text{где } T_A^0 &\equiv \mu_A \frac{m_\chi v_0^2}{2}, \\ x_1^{\max} &= \frac{w_{\max}^{SHM}}{v_0} = \frac{v_{esc} + v_\oplus}{v_0} = \frac{v_{esc}}{v_0} + \eta_1, \\ \text{где } \eta_1 &= \frac{v_\oplus}{v_0} \simeq 1 \quad \text{и} \end{aligned} \quad (33)$$

$$x_\eta^{\max} = \frac{w_{\max}^{str}}{v_0} = \frac{v_{esc} + v_\oplus + v_{str}}{v_0} = \frac{v_{esc}}{v_0} + \eta,$$

где $\eta = \frac{v_\oplus + v_{str}}{v_0}$

отвечают максимальным скоростям столкновения ДМ-частиц с детектором, когда скорости покидания Галактики и движения Солнца (вместе со скоростью внешнего ДМ-потока) складываются в противоположном направлении.

Если считать, что фундаментальное взаимодействие массивного χ -лептона с нуклонами ядра представимо как слабое взаимодействие общего вида (14), то измеряемое полное сечение χA -рассеяния в нерелятивистском приближении дается формулой (20), содержащей в явном виде когерентный и некогерентный вклады в χA -сечение:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{inc}^{weak}(x, T_A)}{dT_A} &= \frac{G_F^2 m_A}{4\pi} \times \\ &\times \frac{1}{x^2 v_0^2} \left\{ g_{inc} \sum_{f=p,n} A_f^2 [1 - F_f^2(\mathbf{q})] [\alpha_f^2 + 3\delta_f^2] \right\}_{inc}, \\ \frac{d\sigma_{coh}^{weak}(x, T_A)}{dT_A} &= \\ &= \frac{G_F^2 m_A}{4\pi} \frac{1}{x^2 v_0^2} \left\{ g_{coh} \left[\sum_{f=p,n} \alpha_f A_f F_f(\mathbf{q}) \right]^2 + \right. \\ &\left. + \left[\sum_{f=p,n} \delta_f \Delta A_f F_f(\mathbf{q}) \right]^2 \right\}_{coh}. \end{aligned} \quad (34)$$

Здесь учтено, что в нерелятивистском приближении импульс налетающего на покоящееся ядро χ -лептона $|\mathbf{k}_\chi^l|^2 = m_\chi^2 w^2$, и, следовательно, $\frac{m_\chi^2}{|\mathbf{k}_\chi^l|^2} = \frac{1}{x^2 v_0^2}$. При этом вся зависимость этих выражений от параметра x сосредоточена только в этом множителе. В результате дифференциальные скорости счета событий когерентного и некогерентного взаимодействия (32) принимают вид

$$\begin{aligned} \frac{dR(T_A)_{coh/inc}}{n_\chi v_0 N_A dT_A} &= \\ &= \gamma_1 \int_{x_{\min}}^{x_1^{\max}} f_{SHM}(x) dx \frac{x d\sigma_{coh/inc}(x, T_A)}{dT_A} + \\ &+ \gamma_\eta \int_{x_{\min}}^{x_\eta^{\max}} f_{str}(x) dx \frac{x d\sigma_{coh/inc}(x, T_A)}{dT_A} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{G_F^2 m_A}{4\pi v_0^2} \left[\gamma_1 \int_{x_{\min}}^{x_1^{\max}} f_{\text{SHM}}(x) \frac{xdx}{x^2} \left\{ \dots \right\}_{\text{coh/inc}} + \right. \\
&\quad \left. + \gamma_\eta \int_{x_{\min}}^{x_\eta^{\max}} f_{\text{str}}(x) \frac{xdx}{x^2} \left\{ \dots \right\}_{\text{coh/inc}} \right] = \\
&= \frac{G_F^2 m_A}{4\pi v_0^2} \left\{ \dots \right\}_{\text{coh/inc}} \left[\gamma_1 \int_{x_{\min}}^{x_1^{\max}} f_{\text{SHM}}(x) \frac{dx}{x} + \right. \\
&\quad \left. + \gamma_\eta \int_{x_{\min}}^{x_\eta^{\max}} f_{\text{str}}(x) \frac{dx}{x} \right].
\end{aligned}$$

Или окончательно с учетом $\left\{ \dots \right\}_{\text{coh/inc}}$ -скобок из (34) и обозначений (33):

$$\begin{aligned}
&\frac{dR(T_A)_{\text{coh/inc}}}{dT_A} = \\
&= R_0(A, \chi) \left\{ g_{\text{coh/inc}} \dots \right\}_{\text{coh/inc}} \times \\
&\times \left[\gamma_1 S_1(x_{\min}, x_1^{\max}) + \gamma_\eta S_\eta(x_{\min}, x_\eta^{\max}, \epsilon) \right].
\end{aligned} \quad (35)$$

Здесь введены вспомогательные обозначения, задающие масштаб скорости счета и вклады от распределений ДМ-частиц:

$$R_0(A, \chi) \equiv \frac{G_F^2 m_A}{4\pi} \frac{n_\chi N_A}{v_0}, \quad (36)$$

$$S_1(x_{\min}, x_1^{\max}) \equiv \quad (37)$$

$$\equiv \int_{x_{\min}}^{x_1^{\max}} f_{\text{SHM}}(x) \frac{dx}{x} = S(x_{\min}, \eta_1, 1) - S(x_1^{\max}, \eta_1, 1),$$

$$S_\eta(x_{\min}, x_\eta^{\max}, \epsilon) \equiv$$

$$\equiv \int_{x_{\min}}^{x_\eta^{\max}} f_{\text{str}}(x) \frac{dx}{x} = S(x_{\min}, \eta, \epsilon) - S(x_\eta^{\max}, \eta, \epsilon),$$

а также единая функция распределения:

$$\begin{aligned}
S(x, \eta, \epsilon) &\equiv \epsilon \frac{\text{erf}\left(\frac{x+\eta}{\epsilon}\right) - \text{erf}\left(\frac{x-\eta}{\epsilon}\right)}{2\eta} = \\
&= \frac{\epsilon}{\sqrt{\pi}\eta} \int_{\frac{x-\eta}{\epsilon}}^{\frac{x+\eta}{\epsilon}} e^{-t^2} dt.
\end{aligned} \quad (38)$$

Общее значение $x_{\min}$ из (33) пропорционально квадратному корню из порога регистрации энергии отдачи ядра $T_A^{\min}$. В случае упругого χA -

взаимодействия $x_\eta^{\max}$, согласно (25) и (33), определяет максимальную энергию отдачи ядра как функцию максимальной скорости данного ДМ-распределения

$$T_{A,\eta}^{\max} = \mu_A \frac{m_\chi (v_0 x_\eta^{\max})^2}{2} = \mu_A T_{\chi,\eta}^{\max}. \quad (39)$$

В случае неупругого χA -столкновения, когда $\Delta\epsilon_{mn} > 0$, максимальную энергию отдачи ядра можно получить, подставив максимальную энергию ДМ-частицы (25) в формулу (12), и учесть, что падающая на ядро χ -частица “отражается” строго в противоположном направлении, т.е. из условия

$$\begin{aligned}
&\cos \theta(T_A^*) = \\
&= \frac{m_\chi (2T_\chi^{\max} - \Delta\epsilon_{mn}) - T_A^* (m_\chi + m_A)}{2m_\chi \sqrt{T_\chi^{\max} (T_\chi^{\max} - \Delta\epsilon_{mn} - T_A^*)}} = -1.
\end{aligned}$$

Решение этого уравнения дается в виде

$$\begin{aligned}
&T_{A^*,\eta}^{\max}(r, \Delta\epsilon_{mn}) = \\
&= T_{\chi,\eta}^{\max} \frac{\mu_A}{2} \left[1 + \sqrt{1 - \frac{(r+1)\Delta\epsilon_{mn}}{T_{\chi,\eta}^{\max}}} \right] - \\
&- \frac{r\Delta\epsilon_{mn}}{r+1}, \quad \text{где } r \equiv \frac{m_\chi}{m_A}.
\end{aligned} \quad (40)$$

Если $T_{\chi,\eta}^{\max} \gg (r+1)\Delta\epsilon_{mn}$ (или $\Delta\epsilon_{mn} = 0$), то $T_{A^*,\eta}^{\max}(r, \Delta\epsilon_{mn})$ переходит в (39)³⁾. Решение (40) существует только тогда, когда

$$T_{\chi,\eta}^{\max} \geq \left(\frac{m_\chi}{m_A} + 1 \right) \Delta\epsilon_{mn} \quad (41)$$

$$\text{или } (x_\eta^{\max})^2 \frac{v_0^2}{2} \geq \left(1 + \frac{m_A}{m_\chi} \right) \frac{\Delta\epsilon_{mn}}{m_A}.$$

При равенстве $T_{\chi,\eta}^{\max} = (r+1)\Delta\epsilon_{mn}$ достигается минимальное значение энергии отдачи:

$$T_{A^*,\eta}^{\max}(r, \Delta\epsilon_{mn}) = T_{\chi,\eta}^{\max} \frac{\mu_A}{4}.$$

Это единственное значение энергии отдачи ядра, при котором еще возможно возбуждение ядра с энергией $\Delta\epsilon_{mn}$. Иными словами, если для ядра массы m_A , минимальная энергия возбуждения которого $\Delta\epsilon_{mn}^{\min}$, и ДМ-частицы с массой m_χ , максимальная кинетическая энергия которой $T_{\chi,\eta}^{\max}$, условие (41) не выполняется, то неупругий процесс не может иметь место. В такой ситуации ДМ-частице не хватает энергии для возбуждения ядра

³⁾ Действительно, так как $\mu_A = \frac{4r}{(1+r)^2}$, то $T_{A^*}^{\max} = T_\chi^{\max} \mu_A - \frac{2r\Delta\epsilon_{mn}}{1+r} = T_\chi^{\max} \mu_A \left(1 - \frac{\Delta\epsilon_{mn}}{T_\chi^{\max}} \frac{(r+1)}{2} \right) \simeq T_\chi^{\max} \mu_A$.

и последующего его движения, поскольку в силу закона сохранения импульса возбуждение ядра ударом сопровождается возникновением импульса движения возбужденного ядра, т.е. энергией его отдачи.

С учетом введенных обозначений формулы (35) для скорости счета событий когерентного и некогерентного нерелятивистского слабого χA -взаимодействия как функции T_A распадаются на два слагаемых, отвечающих разным ДМ-распределениям с разными допустимыми максимальными энергиями отдачи ядер:

$$\begin{aligned} \frac{dR(T_A)_{\text{coh}}}{g_{\text{coh}} R_0 dT_A} = & \quad (42) \\ = & \gamma_1 S_1(x_{\min}, x_1^{\max}) \left\{ \left[\sum_{f=p,n} \alpha_f A_f F_f(\mathbf{q}) \right]^2 + \right. \\ & + \left. \left[\sum_{f=p,n} \delta_f \Delta A_f F_f(\mathbf{q}) \right]^2 \right\} \Theta(T_{A,\eta_1}^{\max} - T_A) + \\ & + \gamma_\eta S_\eta(x_{\min}, x_\eta^{\max}) \left\{ \left[\sum_{f=p,n} \alpha_f A_f F_f(\mathbf{q}) \right]^2 + \right. \\ & + \left. \left[\sum_{f=p,n} \delta_f \Delta A_f F_f(\mathbf{q}) \right]^2 \right\} \Theta(T_{A,\eta}^{\max} - T_A), \\ \frac{dR(T_A)_{\text{inc}}}{g_{\text{inc}} R_0 dT_A} = & \gamma_1 S_1(x_{\min}, x_1^{\max}) \times \\ & \times \left\{ \sum_{f=p,n} A^f [1 - |F_f(\mathbf{q})|^2] [\alpha_f^2 + 3\delta_f^2] \right\} \times \\ & \times \Theta(T_{A^*,\eta_1}^{\max} - T_A) + \gamma_\eta S_\eta(x_{\min}, x_\eta^{\max}) \times \\ & \times \left\{ \sum_{f=p,n} A^f [1 - |F_f(\mathbf{q})|^2] [\alpha_f^2 + 3\delta_f^2] \right\} \times \\ & \times \Theta(T_{A^*,\eta}^{\max} - T_A). \end{aligned}$$

Здесь $T_{A^{(*)},\eta_1,\eta}^{\max}$ определены формулой (40), а T_A — это измеряемая энергия отдачи как возбужденного ядра, так и невозбужденного ядра. Она связана с переданным ядру импульсом движения формулами (6) и (9) или $\mathbf{q}^2 \simeq 2m_A T_A$. Напомним, что детектор, нацеленный на регистрацию только энергии отдачи ядер, не способен отличить “упругую” отдачу ядра T_A от “неупругой” отдачи T_{A^*} .

Формулы (42) представляют собой наиболее общие выражения для дифференциальных скоростей счета событий слабого χA -взаимодействия в нерелятивистском приближении для двух различных распределений частиц темной материи в нашей Галактике.

Будем далее считать, что поправочные коэффициенты с достаточной точностью равны единице $g_{\text{coh}} = g_{\text{inc}} \simeq 1$ [98] и ядерные формфакторы одинаковы для протонов и нейтронов:

$$F(\mathbf{q}) \equiv F_p(\mathbf{q}) = F_n(\mathbf{q}). \quad (43)$$

Тогда после введения обобщенных слабых зарядов ядер

$$\begin{aligned} Q_{\text{coh}}(A) \equiv & \quad (44) \\ \equiv & \left[\sum_{f=p,n} \alpha_f A_f \right]^2 + \left[\sum_{f=p,n} \delta_f \Delta A_f \right]^2 \\ \text{и } Q_{\text{inc}}(A) \equiv & \sum_{f=p,n} A^f [\alpha_f^2 + 3\delta_f^2] \end{aligned}$$

и T_A -зависящих когерентной и некогерентной ядерно-формфакторных функций

$$\begin{aligned} \Phi(T_A)_{\text{coh}} \equiv & |F(\mathbf{q})|^2 \quad (45) \\ \text{и } \Phi(T_A)_{\text{inc}} \equiv & 1 - |F(\mathbf{q})|^2, \end{aligned}$$

общие выражения (42) для скоростей счета событий принимают вид

$$\begin{aligned} \frac{dR(T_A)_{\text{coh/inc}}}{dT_A} = & R_0(A, \chi) Q_{\text{coh/inc}}(A) \times \quad (46) \\ & \times \Phi(T_A)_{\text{coh/inc}} C_{\text{coh/inc}}(x_{\min}, \eta, \epsilon, T_A), \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} C_{\text{coh/inc}}(x_{\min}, \eta, \epsilon, T_A) \equiv & \\ \equiv & \gamma_1 S_1(x_{\min}, x_1^{\max}) \Theta(T_{A/A^*,1}^{\max} - T_A) + \\ & + \gamma_\eta S_\eta(x_{\min}, x_\eta^{\max}, \epsilon) \Theta(T_{A/A^*,\eta}^{\max} - T_A). \end{aligned}$$

Поскольку $x_\eta^{\max} > x_1^{\max}$ и, следовательно, $T_{A,\eta}^{\max} > T_{A,1}^{\max}$, то при возрастании энергии отдачи T_A будет возрастать роль второго слагаемого, и в конечном итоге при $T_{A,1}^{\max} < T_A < T_{A,\eta}^{\max}$ останется только его вклад.

Отношение некогерентной дифференциальной скорости счета к когерентной дифференциальной скорости счета событий из (46) получается в виде

$$\begin{aligned} \frac{dR_{\text{inc}}}{dT_A} / \frac{dR_{\text{coh}}}{dT_A} = & \quad (47) \\ = & \frac{Q_{\text{inc}}(A) \Phi(T_A)_{\text{inc}} C_{\text{inc}}(x_{\min}, \eta, \epsilon, T_A)}{Q_{\text{coh}}(A) \Phi(T_A)_{\text{coh}} C_{\text{coh}}(x_{\min}, \eta, \epsilon, T_A)}. \end{aligned}$$

Полные скорости счета событий (31) в случае нерелятивистского слабого χA -взаимодействия после интегрирования дифференциальных скоростей счета событий (42) принимают вид

$$\frac{R(T_A^{\min})_{\text{coh}}}{g_{\text{coh}} R_0(A, \chi)} = \gamma_1 S_1(x_{\min}, x_1^{\max}) \times \quad (48)$$

$$\begin{aligned}
& \times \int_{T_A^{\min}}^{T_{A,1}^{\max}} dT_A \left\{ \left[\sum_{f=p,n} \alpha_f A_f F_f(\mathbf{q}) \right]^2 + \right. \\
& + \left. \left[\sum_{f=p,n} \delta_f \Delta A_f F_f(\mathbf{q}) \right]^2 \right\} + \gamma_\eta S_\eta(x_{\min}, x_\eta^{\max}) \times \\
& \times \int_{T_A^{\min}}^{T_{A,\eta}^{\max}} dT_A \left\{ \left[\sum_{f=p,n} \alpha_f A_f F_f(\mathbf{q}) \right]^2 + \right. \\
& + \left. \left[\sum_{f=p,n} \delta_f \Delta A_f F_f(\mathbf{q}) \right]^2 \right\}, \\
& \frac{R(T_A^{\min})_{\text{inc}}}{g_{\text{inc}} R_0(A, \chi)} = \gamma_1 S_1(x_{\min}, x_1^{\max}) \times \\
& \times \int_{T_A^{\min}}^{T_{A^*,1}^{\max}} dT_A \left\{ \sum_{f=p,n} A^f [1 - F_f^2(\mathbf{q})] [\alpha_f^2 + 3\delta_f^2] \right\} + \\
& + \gamma_\eta S_\eta(x_{\min}, x_\eta^{\max}) \times \\
& \times \int_{T_A^{\min}}^{T_{A^*,\eta}^{\max}} dT_A \left\{ \sum_{f=p,n} A^f [1 - F_f^2(\mathbf{q})] [\alpha_f^2 + 3\delta_f^2] \right\}.
\end{aligned}$$

Отметим, что при достаточно значимых энергиях возбуждения ядра $\Delta\epsilon_{mn}$, т.е. когда не выполняется условие $T_{\chi,\eta}^{\max} \gg (r+1)\Delta\epsilon_{mn}$, интегрирование некогерентных вкладов проводится по более узкому интервалу возможных значений энергии отдачи ядра, так как $T_{A^*,\eta}^{\max} < T_{A,\eta}^{\max}$.

В приближении (43) с учетом (44) и (45) эти формулы упрощаются:

$$\begin{aligned}
R(T_A^{\min})_{\text{coh/inc}} &= \\
&= R_0(A, \chi) \gamma_1 S_1(x_{\min}, x_1^{\max}) Q_{\text{coh/inc}}(A) \times \\
& \times \int_{T_A^{\min}}^{T_{A^*,1}^{\max}} dT_A \Phi(T_A)_{\text{coh/inc}} + \\
& + R_0(A, \chi) \gamma_\eta S_\eta(x_{\min}, x_\eta^{\max}) Q_{\text{coh/inc}}(A) \times \\
& \times \int_{T_A^{\min}}^{T_{A^*,\eta}^{\max}} dT_A \Phi(T_A)_{\text{coh/inc}}.
\end{aligned} \tag{49}$$

Тогда отношение полных скоростей счета как функция порога регистрации $T_A^{\min}$ таково:

$$\begin{aligned}
\frac{R_{\text{inc}}}{R_{\text{coh}}}(T_A^{\min}) &= \frac{Q_{\text{inc}}(A)}{Q_{\text{coh}}(A)} \times \\
& \times \frac{\gamma_1 S_1(x_{\min}, x_1^{\max}) \int_{T_A^{\min}}^{T_{A^*,1}^{\max}} dT_A \Phi(T_A)_{\text{inc}} + \gamma_\eta S_\eta(x_{\min}, x_\eta^{\max}) \int_{T_A^{\min}}^{T_{A^*,\eta}^{\max}} dT_A \Phi(T_A)_{\text{inc}}}{\gamma_1 S_1(x_{\min}, x_1^{\max}) \int_{T_A^{\min}}^{T_{A,1}^{\max}} dT_A \Phi(T_A)_{\text{coh}} + \gamma_\eta S_\eta(x_{\min}, x_\eta^{\max}) \int_{T_A^{\min}}^{T_{A,\eta}^{\max}} dT_A \Phi(T_A)_{\text{coh}}}.
\end{aligned} \tag{50}$$

Из приведенных выше формул следует, что как для когерентной, так и для некогерентной скоростей счета событий имеет место зависимость от одного и того же значения $T_A^{\min}$ — энергетического порога регистрации событий или минимально возможной энергии отдачи ядра, при которой в детекторе еще вызывается поддающийся регистрации эффект (например, ионизация или выделение тепла). При $T_A < T_A^{\min}$ такой эффект просто не виден на уровне фона и никаким другим образом нельзя зарегистрировать событие χA -взаимодействия.

Эта логика была полностью применима в случае когерентного (или упругого) χA -взаимодействия, когда единственным потенциальным источником информации о произошедшем взаимодействии (по каналу нейтральных слабых токов) была энергия

движения (отдачи) ядра T_A . Именно эта энергия совпадала с энергией ΔE_χ , переданной ядру падающей на него χ -частицей (ею потерянной), только эта энергия отдачи ядра $T_A = \Delta E_\chi$ “производилась”, и только ее можно было пытаться регистрировать. Иными словами, при $T_A < T_A^{\min}$ всегда когерентная скорость счета событий $R_{\text{coh}}(T_A^{\min}) = 0$, собственно именно в этом и состоял смысл аргумента $T_A^{\min}$ в левой части формулы $R_{\text{coh}}(T_A^{\min})$.

Однако в случае некогерентной скорости счета $R_{\text{inc}}(T_A^{\min})$ помимо энергии движения отдачи ядра T_A , регистрируемой или даже не регистрируемой выше порога $T_A^{\min}$, другой, вообще говоря, обязательной и потенциально регистрируемой (хотя и не связанной напрямую с T_A) сигнатурой некогерентного (неупругого) события будет процесс сня-

тия возбуждения ядра [86, 88, 89]. Это снятие возбуждения ядра может проявляться по-разному, например, в виде испускания γ -квантов или других (массивных) частиц с энергией $\Delta\epsilon_{mn}$, равной разности m - и n -уровней энергии возбуждения конкретного ядра-мишени, которая может составлять заметную долю от всей энергии, потерянной падающей частицей.

Данное наблюдение — другая сигнатура события — кардинальным образом изменяет (усиливает) роль некогерентной скорости счета событий $R_{\text{inc}}(T_A^{\text{min}})$. Во-первых, снимается ограничение на полное отсутствие регистрируемого сигнала $R_{\text{inc}}(T_A^{\text{min}}) = 0$, когда энергия отдачи ядра ниже порога ее регистрации $T_A < T_A^{\text{min}}$, поскольку энергия снятия возбуждения ядра $\Delta\epsilon_{mn}$ может быть зарегистрирована тем или иным другим способом. Во-вторых, величины этой энергии снятия возбуждения строго характерны для каждого ядра и, как правило, больше максимально допустимой для регистрации (в том или ином конкретном ДМ-детекторе) энергии движения ядра отдачи $T_A \leq \leq 150\text{--}200$ кэВ.

Последнее означает, что регистрация $\Delta\epsilon_{mn}$, специфической для данного ядра-мишени энергии снятия возбуждения за пределами энергетического интервала, традиционно доступного для ДМ-детекторов (типа $T_A \leq 150$ кэВ)⁴, есть, по существу, новый способ прямого детектирования ДМ-частиц на Земле. Иными словами, традиционный низкофоновый ДМ-детектор надо окружить прецизионными детекторами, способными достаточно точно регистрировать гамма-кванты, спектр энергий которых отвечает характерным для данного ядра энергиям снятия возбуждения $\Delta\epsilon_{mn}$. При этом никакого внешнего источника возбуждения ядер мишени (типа пучка электронов или космических лучей) не должно быть.

Годовая вариация (модуляция) такого, снимающего возбуждение сигнала [99, 100], была бы характерной сигнатурой некогерентного взаимодействия ДМ-частиц с соответствующим образом подобранным детектором.

4. ЧИСЛЕННЫЕ ОЦЕНКИ СКОРОСТИ СЧЕТА СОБЫТИЙ И ОБСУЖДЕНИЯ

4.1. Распределения темной материи и кинематика

Для дальнейшего анализа сделаем численные оценки величин из (33). Всегда $x_{\text{min}} > 0$ и, как правило, $x_{\text{min}} \leq 1$. Далее

$$x_1^{\text{max}} = \frac{v_{\text{esc}}}{v_0} + \eta_1 \simeq \frac{550 + 220}{220} = 3.5 \quad (51)$$

⁴Где скорость счета когерентных событий, R_{coh} , на достаточно массивных ядрах уже полностью отсутствует.

$$\text{и } x_\eta^{\text{max}} = \frac{v_{\text{esc}}}{v_0} + \eta_1 + \eta_{\text{str}} = 3.5 + \frac{300}{220} \simeq 4.9,$$

где $\eta_1 = \frac{v_\oplus}{v_0} \simeq 1$ и $\eta \equiv \eta_{\text{str}} = \xi\epsilon = \frac{v_{\text{str}}}{v_0} \simeq 1.4$. Напомним, что вклады ДМ-распределений в ожидаемую скорость счета событий (35) задаются формулами (37) и имеют вид

$$S_1(x_{\text{min}}, x_1^{\text{max}}) = S(x_{\text{min}}, 1, 1) - S(x_1^{\text{max}}, 1, 1),$$

$$S_\eta(x_{\text{min}}, x_\eta^{\text{max}}, \epsilon) = S(x_{\text{min}}, \eta, \epsilon) - S(x_\eta^{\text{max}}, \eta, \epsilon),$$

где была введена общая вспомогательная функция (38):

$$S(x, \eta, \epsilon) = \frac{\epsilon}{2\eta} \left[\text{erf}\left(\frac{x + \eta}{\epsilon}\right) - \text{erf}\left(\frac{x - \eta}{\epsilon}\right) \right]. \quad (52)$$

На рис. 2 представлена функция (52) в зависимости от x , η и ϵ . Поскольку $x_1^{\text{max}} \equiv x_{\eta=1}^{\text{max}} \simeq 2.5 + 1$, а $x_\eta^{\text{max}} = 2.5 + \eta$, то на графиках максимально допустимые значения x_η^{max} как функции η таковы: {3.5; 4.5; 5.5; 6.5}.

Видно, что при $x \leq 1$ функция (синяя кривая) $S(x_{\text{min}} \leq 1, 1, 1) \geq 0.5$, в то время как при $x \simeq 3.0 \leq x_1^{\text{max}}$ функция $S(x_{\text{max}} > 3, 1, 1) \leq 0.001$. Поэтому в силу монотонного убывания этой функции можно пренебречь ее вкладом при значениях $x > x_1^{\text{max}} = 3.5$, т.е. считать, что $S(x > x_1^{\text{max}} = 3.5, 1, 1) \simeq 0$. Следовательно, всегда будет справедливо приближение:

$$S_1(x_{\text{min}}, x_1^{\text{max}}) = S(x_{\text{min}}, 1, 1).$$

Как видно из рис. 2, функция $S(x, \eta, \epsilon)$ при $\eta, \epsilon \neq 1$ не обращается так стремительно в нуль, как $S(x > 3.5, 1, 1)$. Поэтому будем далее, когда $\eta > 1$, использовать выражение

$$S_\eta(x_{\text{min}}, x_\eta^{\text{max}}, \epsilon) = \quad (53)$$

$$= S(x_{\text{min}}, \eta, \epsilon) - S(2.5 + \eta, \eta, \epsilon) \equiv \Delta S(x_{\text{min}}, \eta, \epsilon),$$

которое при $\eta, \epsilon = 1$ превращается в $S(x_{\text{min}}, 1, 1)$.

Тогда формула (46) для дифференциальной скорости счета событий принимает вид

$$\frac{dR(T_A)_{\text{coh/inc}}}{dT_A} = R_0(A, \chi) Q_{\text{coh/inc}}(A) \times \quad (54)$$

$$\times \Phi(T_A)_{\text{coh/inc}} C_{\text{coh/inc}}(x_{\text{min}}, \eta, \epsilon, T_A),$$

где

$$C_{\text{coh/inc}}(x_{\text{min}}, \eta, \epsilon, T_A) =$$

$$= \left\{ \gamma_1 S(x_{\text{min}}, 1, 1) \Theta(T_{A/A^*, 1}^{\text{max}} - T_A) + \right.$$

$$\left. + \gamma_\eta \Delta S(x_{\text{min}}, \eta, \epsilon) \Theta(T_{A/A^*, \eta}^{\text{max}} - T_A) \right\}.$$

Входящие в “космические” множители $C_{\text{coh/inc}}(x_{\text{min}}, \eta, \epsilon, T_A)$ явные выражения для максимальных энергий отдачи ядра приведены ниже в формуле (66).

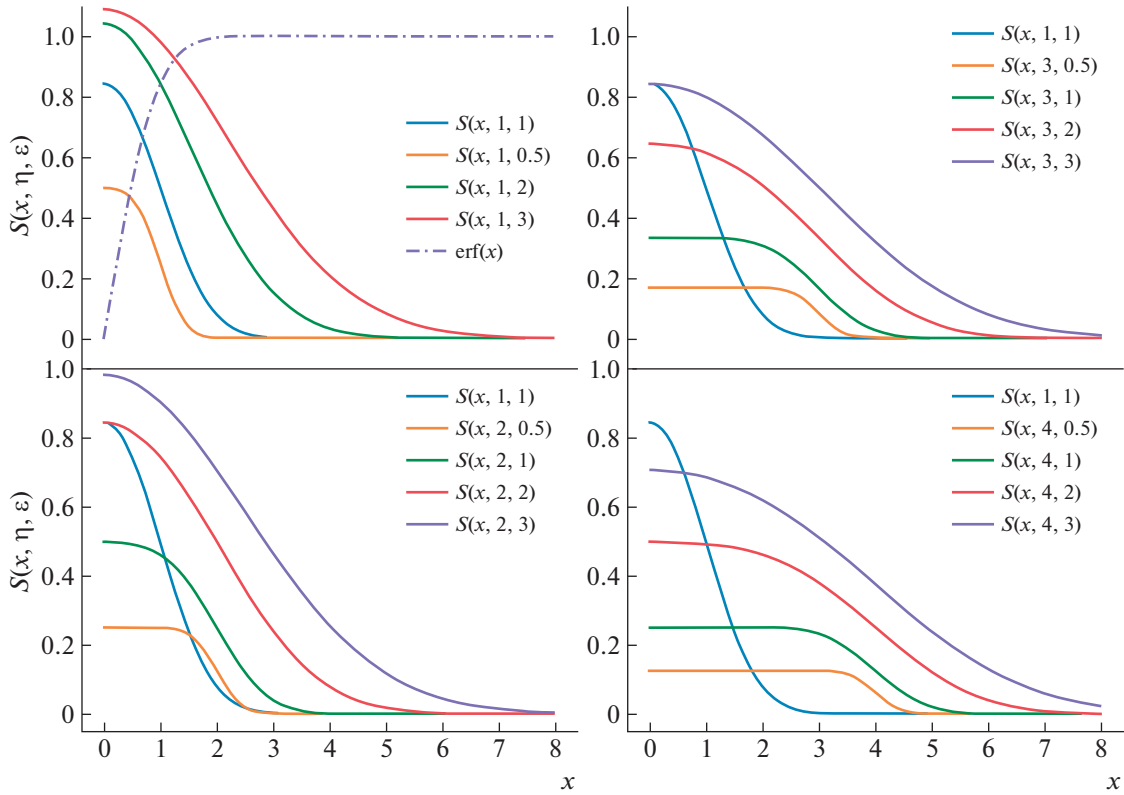


Рис. 2. Зависимость от x функции ошибок $\text{erf}(x)$ и функции (52) при $\eta = \{1; 2; 3; 4\}$ и $\epsilon = \{0.5; 1; 2; 3\}$. При этом $x_{\eta}^{\max}(\eta) = \{3.5; 4.5; 5.5; 6.5\}$.

Аналогично, для полных скоростей счета событий из (49) получается:

$$\begin{aligned} & \frac{R(T_A^{\min})_{\text{coh/inc}}}{R_0(A, \chi)} = \\ & = \gamma_1 S(x_{\min}, 1, 1) Q_{\text{coh/inc}}(A) \times \\ & \times \int_{T_A^{\min}}^{T_{A^{(*)},1}^{\max}} dT_A \Phi(T_A)_{\text{coh/inc}} \Theta(T_{A^{(*)},1}^{\max} - T_A) + \\ & + \gamma_{\eta} \Delta S(x_{\min}, \eta, \epsilon) Q_{\text{coh/inc}}(A) \times \\ & \times \int_{T_A^{\min}}^{T_{A^{(*)},\eta}^{\max}} dT_A \Phi(T_A)_{\text{coh/inc}} \Theta(T_{A^{(*)},\eta}^{\max} - T_A). \end{aligned} \quad (55)$$

Это выражение для скоростей счета событий (или числа событий в данном детекторе за единицу времени) явным образом зависит от порога регистрации ядер отдачи $T_A^{\min}$ через соотношение $x_{\min} =$

$\left[\frac{T_A^{\min}}{T_A^0} \right]^{1/2}$. Поскольку согласно (33)⁵⁾

$$\begin{aligned} T_A^0 & \equiv \mu_A \frac{m_{\chi} v_0^2}{2} = \frac{4r}{(1+r)^2} \frac{m_{\chi} c^2}{2} \left(\frac{v_0}{c} \right)^2 \simeq \\ & \simeq \frac{4r^2 0.269}{(1+r)^2} \left[\frac{m_A}{1 \text{ ГэВ}} \right] \text{кэВ}, \end{aligned}$$

то безразмерная минимальная скорость ДМ-частицы (относительно покоящегося ядра) равна:

$$\begin{aligned} x_{\min} & \simeq \sqrt{\frac{\left[\frac{T_A^{\min}}{1 \text{ кэВ}} \right]}{\frac{1.076r^2}{(1+r)^2} \left[\frac{m_A}{1 \text{ ГэВ}} \right]}} \simeq \\ & \simeq \frac{(1+r)}{1.037r} \sqrt{\frac{\left[\frac{T_A^{\min}}{1 \text{ кэВ}} \right]}{\left[\frac{m_A}{1 \text{ ГэВ}} \right]}}. \end{aligned} \quad (56)$$

Сравнивая рис. 3 с рис. 2, можно заключить, что при весьма малых m_{χ} и достаточно больших m_A

⁵⁾ Так как $\frac{m_{\chi} c^2}{2} \left(\frac{v_0}{c} \right)^2 = \frac{1}{2} \left[\frac{m_{\chi}}{1 \text{ ГэВ}} \right] \left[\frac{220 \text{ км/с}}{300 \times 10^3 \text{ км/с}} \right]^2 \times$
 $\times 10^6 \text{ кэВ} \simeq 0.269 \left[\frac{r m_A}{1 \text{ ГэВ}} \right] \text{кэВ}.$

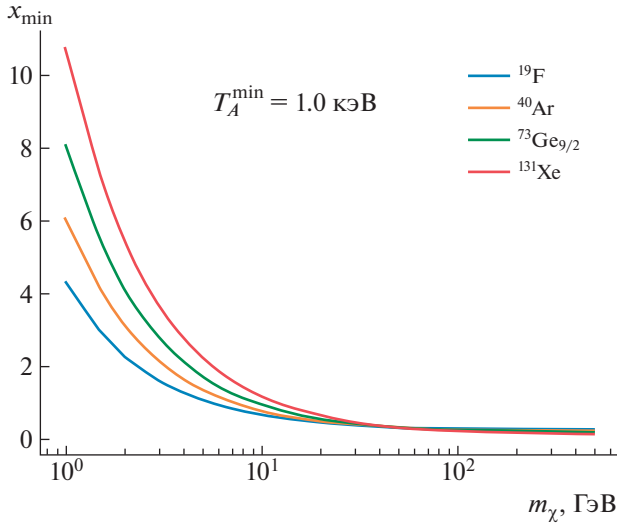


Рис. 3. Зависимость $x_{\min}$ от m_A и m_χ при пороговом значении $T_A^{\min} = 1$ кэВ. При фиксированных m_A и m_χ величина $x_{\min}$ пропорциональна квадратному корню из $T_A^{\min}$ согласно (56).

практически при всех разумных значениях параметров функция $S(x, \eta, \epsilon)$ из (52) обращается в нуль (фактически из-за большого значения $x = x_{\min} \geq 8$). Последнее означает, что все дифференциальные скорости счета как когерентных, так и некогерентных событий обращаются в нуль, согласно формулам (54).

Выражение (55) для полных скоростей счета событий также зависит от максимальных значений безразмерных скоростей ДМ-распределений $x_1^{\max} \simeq 3.5$ и $x_\eta^{\max} = 2.5 + \eta$ (т.е. от скорости потока η) через соотношения (39) и (40).

Итак, для вычислений скоростей счета событий по формулам (54) и (55) необходимо задать следующие параметры: m_χ , $n_\chi = \rho/m_\chi$, v_0^2 , γ_1 , γ_η , η , ϵ , а также m_A , N_A , $T_A^{\min}$ и $\Delta\epsilon_{mn}$. Для оценки T_A -зависящих когерентной и некогерентной формфакторов функций (45)

$$\begin{aligned} \Phi_c(T_A) &\equiv |F(\mathbf{q})|^2 \\ \text{и } \Phi_i(T_A) &\equiv 1 - |F(\mathbf{q})|^2, \\ \text{где } \mathbf{q}^2 &\simeq 2m_A T_A, \end{aligned}$$

далее используется вид ядерного формфактора Хельма [101] для нуклонов:

$$F(\mathbf{q}) = 3 \frac{j_1(qR_0)}{qR_0} e^{-\frac{(sq)^2}{2}}, \quad (57)$$

$$\begin{aligned} j_1(x) &= \frac{\sin x}{x^2} - \frac{\cos x}{x}, \\ s &= 0.9 \text{ фм}, \quad R_0 = 1.14 A^{1/3} \text{ фм}, \end{aligned}$$

а также величины $1 \text{ фм} = (0.197 \text{ ГэВ})^{-1}$, $G_F = 1.166 \times 10^{-5} / \text{ГэВ}^2$ и $m = 0.938 \text{ ГэВ}$.

Согласно определению (14) скалярного произведения для слабых токов [92] в нерелятивистском приближении следующие эффективные константы связи не равны нулю:

$$\alpha_p = +\frac{1}{2} - 2 \sin^2 \theta_W = -\gamma_p \simeq 0.02, \quad (58)$$

$$\delta_p = \frac{g_A}{2} = -\beta_p \simeq 0.64;$$

$$\alpha_n = -\frac{1}{2} = -\gamma_n = -0.5,$$

$$\delta_n = -\frac{g_A}{2} = -\beta_n \simeq -0.64.$$

Здесь их численные значения даны для примера в СМ с учетом $\sin^2 \theta_W = 0.23865$ и $g_A = 1.27$. Эти параметры определяют обобщенные слабые заряды ядер из (44):

$$\begin{aligned} Q_{\text{coh}}(A) &= \quad (59) \\ &= \left[\sum_{f=p,n} \alpha_f A_f \right]^2 + \left[\sum_{f=p,n} \delta_f \Delta A_f \right]^2 = \\ &= [\alpha_p A_p + \alpha_n A_n]^2 + [\delta_p \Delta A_p + \delta_n \Delta A_n]^2, \\ Q_{\text{inc}}(A) &= \sum_{f=p,n} A_f^2 [\alpha_f^2 + 3\delta_f^2] = \\ &= A^p [\alpha_p^2 + 3\delta_p^2] + A^n [\alpha_n^2 + 3\delta_n^2]. \end{aligned}$$

В системе покоя ядра при вычислениях сечений и их отношений варьируются только кинетическая (регистрируемая) энергия отдачи ядра T_A в интервале от $T_A^{\min} > 0$ до некоторого максимального для данного ядра значения $T_A^{\max}$, которое определяется для каждого из принятых ДМ-распределений из условия (40).

В приближении (43) с учетом (44), (45) и “космических” множителей из (54):

$$\begin{aligned} C_{\text{inc/coh}}(x_{\min}, \eta, \epsilon, T_A) &= \quad (60) \\ &= \gamma_1 S(x_{\min}, 1, 1) \Theta(T_{A^*/A,1}^{\max} - T_A) + \\ &+ \gamma_\eta \Delta S(x_{\min}, \eta, \epsilon) \Theta(T_{A^*/A,\eta}^{\max} - T_A), \end{aligned}$$

отношение (47) некогерентной дифференциальной скорости счета к когерентной дифференциальной скорости счета событий принимает вид

$$\begin{aligned} R_l(A, T_A) &= \quad (61) \\ &= \frac{dR_{\text{inc}}}{dT_A} / \frac{dR_{\text{coh}}}{dT_A} = R_l(A) R_A(T_A) R_C(x_{\min}, \eta, \epsilon, T_A), \end{aligned}$$

где

$$R_{\text{In}}(A) = \frac{A Q_{\text{inc}}(A)}{Q_{\text{coh}}(A)}, \quad R_A(T_A) = \frac{1 - |F(T_A)|^2}{A |F(T_A)|^2}$$

и

$$R_C(x_{\min}, \eta, \epsilon, T_A) = \frac{C_{\text{inc}}(x_{\min}, \eta, \epsilon, T_A)}{C_{\text{coh}}(x_{\min}, \eta, \epsilon, T_A)}. \quad (62)$$

Аналогичным образом в приближении (43) с уче-

том (44) и (45) отношение (50) некогерентной пол-

ной скорости счета событий к когерентной полной

скорости счета событий получается в виде

$$\frac{R_{\text{inc}}(T_A^{\min})}{R_{\text{coh}}} = \frac{Q_{\text{inc}}(A)}{Q_{\text{coh}}(A)} \Theta(T_A - T_A^{\min}) \times \frac{\gamma_1 S(x_{\min}, 1, 1) \int_{T_A^{\min}}^{T_{A^*,1}^{\max}} dT_A \Phi_{\text{inc}}(T_A) + \gamma_\eta \Delta S(x_{\min}, \eta, \epsilon) \int_{T_A^{\min}}^{T_{A^*,\eta}^{\max}} dT_A \Phi_{\text{inc}}(T_A)}{\gamma_1 S(x_{\min}, 1, 1) \int_{T_A^{\min}}^{T_{A,1}^{\max}} dT_A \Phi_{\text{coh}}(T_A) + \gamma_\eta \Delta S(x_{\min}, \eta, \epsilon) \int_{T_A^{\min}}^{T_{A,\eta}^{\max}} dT_A \Phi_{\text{coh}}(T_A)}. \quad (63)$$

Отношения $R_A(T_A)$ из (61) не зависят от характера взаимодействия и для каждого конкретного ядра A полностью определяют всю T_A -зависимость формулы (61). Тем не менее, в отличие от рассмотренного в [90] отношения нерелятивистских дифференциальных сечений некогерентного и когерентного χA -рассеяния:

$$\frac{d\sigma_{\text{inc}}^{\text{total}}}{dT_A}(\chi A \rightarrow \chi A^*) = R_{\text{In}}(A) R_A(T_A), \quad (64)$$

$$\frac{d\sigma_{\text{coh}}^{\text{total}}}{dT_A}(\chi A \rightarrow \chi A)$$

отношения скоростей счета событий из (61) имеют смысл только для энергий отдачи ядра в интервале

$$T_A^{\min} \leq T_A \leq T_{A^*,\eta}^{\max}(r, \Delta\epsilon_{mn}). \quad (65)$$

Вне этой области как дифференциальная неупругая, так и полная неупругая скорости счета событий равны нулю (неупругие процессы невозможны). В явном виде правая часть условия (65) с учетом обозначения $r = \frac{m_\chi}{m_A}$ и того, что “упругая” энергия отдачи ядра имеет вид

$$T_{A,\eta}^{\max}(r, 0) \equiv T_{A^*,\eta}^{\max}(r, \Delta\epsilon_{mn} = 0) = \frac{4T_\eta^{\max}r}{(r+1)^2},$$

выражается следующим образом:

$$T_{A^*,\eta}^{\max}(r, \Delta\epsilon_{mn}) = \quad (66)$$

$$= T_{A,\eta}^{\max}(r, 0) \frac{1 - \omega/2 + \sqrt{1 - \omega}}{2} \leq T_{A,\eta}^{\max}(r, 0),$$

где

$$\omega \equiv \frac{(r+1)\Delta\epsilon_{mn}}{T_\eta^{\max}},$$

и согласно сноске 5)

$$T_\eta^{\max} = (x_\eta^{\max})^2 T_\chi^0 \simeq 0.27(2.5 + \eta)^2 \left[\frac{rm_A}{1 \text{ ГэВ}} \right] \text{кэВ}.$$

Видно, что при прочих равных условиях максимально возможная энергия отдачи ядра в упругом столкновении всегда больше аналогичной величины в неупругом столкновении. В формуле (66) безразмерная скорость ДМ-потока $\eta \geq 1$.

Формула (66) имеет смысл, т.е. значение $T_{A^*,\eta}^{\max}(r, \Delta\epsilon_{mn})$ существует как действительное (неотрицательное) число, только при условии (41), записанном в виде⁶⁾

$$\omega = (r+1) \frac{\Delta\epsilon_{mn}}{T_\eta^{\max}} \leq 1 \quad (67)$$

$$\text{или } 0.27(2.5 + \eta)^2 \geq \left(1 + \frac{1}{r}\right) \frac{\left[\frac{\Delta\epsilon_{mn}}{1 \text{ кэВ}}\right]}{\left[\frac{m_A}{1 \text{ ГэВ}}\right]}.$$

Случай $\omega = 1$ означает, что только максимальной (при данном ДМ-распределении) энергии ДМ-частицы, $T_\eta^{\max}$, хватает для перевода ядра-мишени на возбужденный уровень с энергией $\Delta\epsilon_{mn}$, если отношение масс ДМ-частицы и ядра равно r . Причем эта максимальная энергия однозначно определяется как раз данной энергией возбуждения ядра $T_\eta^{\max} = (r+1)\Delta\epsilon_{mn}$. Или, наоборот, если ядру-мишени “посчастливилось” иметь уровень возбуждения с энергией $\Delta\epsilon_{mn}$, строго связанной с максимальной энергией ДМ-частиц формулой $\Delta\epsilon_{mn} = T_\eta^{\max}/(r+1)$, то

⁶⁾Если $\omega > 1$, то некогерентный процесс при таких m_A , m_χ , η и $\Delta\epsilon_{mn}$ невозможен.

Таблица 1. Характеристики некоторых ядер-мишеней ($Z = A_p$, $N = A_n$ и $\Delta A_p \equiv \Delta Z = Z_+ - Z_-$, $\Delta A_n \equiv \Delta N = N_+ - N_-$; величины $R_{SM}(A)$ из формулы (71) получены при эффективных константах связи (58))

$^A\text{Ядро}(Z, N)$	Z_+	Z_-	ΔZ	N_+	N_-	ΔN	$\Delta\epsilon$, кэВ	$R_{SM}(A)$
$^4\text{He}^{0+}(2, 2)$	1	1	0	1	1	0	$20210^{0+}, 21010^{0-}, 21840^{2-}$	23.44
$^6\text{Li}^{1+}(3, 3)$	2	1	1	2	1	1	$2186^{3+}, 3563^{0+}, 4310^{2+}$	23.44
$^{12}\text{C}^{0+}(6, 6)$	3	3	0	3	3	0	$4438^{2+}, 7654^{0+}, 9641^{3-}$	23.44
$^{19}\text{F}^{\frac{1}{2}+}(9, 10)$	5	4	1	5	5	0	$110^{\frac{1}{2}-}, 197^{\frac{5}{2}+}, 1346^{\frac{5}{2}-}, 1459^{\frac{3}{2}-}$	20.69
$^{23}\text{Na}^{\frac{3}{2}+}(11, 12)$	6	5	1	7	5	2	$440^{\frac{5}{2}+}, 2076^{\frac{7}{2}+}, 2391^{\frac{1}{2}+}$	21.18
$^{35}\text{Cl}^{\frac{3}{2}+}(17, 18)$	9	8	1	10	8	2	$1220^{\frac{1}{2}+}, 1763^{\frac{5}{2}+}, 2693^{\frac{3}{2}+}$	21.06
$^{40}\text{Ar}^{0+}(18, 22)$	9	9	0	11	11	0	$1461^{2+}, 2121^{0+}, 2524^{2+}$	19.22
$^{48}\text{Tl}^{0+}(24, 24)$	12	12	0	12	12	0	$984^{2+}, 2296^{4+}, 2421^{2+}$	19.84
$^{69}\text{Ga}^{\frac{3}{2}-}(31, 38)$	16	15	1	20	18	2	$319^{\frac{1}{2}-}, 574^{\frac{5}{2}-}, 872^{\frac{3}{2}-}, 1029^{\frac{1}{2}-}$	19.14
$^{73}\text{Ge}^{\frac{9}{2}+}(32, 41)$	16	16	0	25	16	9	$13.3^{\frac{5}{2}+}, 67^{\frac{1}{2}-}, 69^{\frac{7}{2}+}, 354^{\frac{5}{2}-}$	17.00
$^{74}\text{Ge}^{0+}(32, 42)$	16	16	0	21	21	0	$596^{2+}, 1204^{2+}, 1483^{0+}$	18.00
$^{127}\text{I}^{5/2+}(53, 74)$	27	26	1	39	35	4	$58^{\frac{7}{2}+}, 203^{\frac{3}{2}+}, 375^{\frac{1}{2}+}, 418^{\frac{5}{2}+}$	17.01
$^{129}\text{Xe}^{\frac{1}{2}+}(54, 75)$	27	27	0	38	37	1	$40, 236, 318^{\frac{3}{2}+}, 322^{\frac{5}{2}+}, 412^{\frac{1}{2}+}$	17.13
$^{131}\text{Xe}^{\frac{3}{2}+}(54, 77)$	27	27	0	40	37	3	$80^{\frac{1}{2}+}, 164^{\frac{11}{2}+}, 365^{\frac{5}{2}+}, 405^{\frac{3}{2}+}$	16.72
$^{133}\text{Cs}^{\frac{7}{2}+}(55, 78)$	28	27	1	46	32	6	$81, 161^{\frac{5}{2}+}, 384^{\frac{3}{2}+}, 437^{\frac{1}{2}+}, 633^{\frac{11}{2}+}$	16.72
$^{207}\text{Pb}^{\frac{1}{2}-}(82, 125)$	41	41	0	63	62	1	$570^{\frac{5}{2}-}, 898^{\frac{3}{2}-}, 1633^{\frac{13}{2}+}, 2340^{\frac{7}{2}-}$	15.86

возможно возбуждение ядра на этот “уникальный уровень”. Тогда кинетическая энергия отдачи ядра, неизбежно сопровождающая возбуждение именно этого уровня ядра, согласно (66) равна:

$$T_{A^*,\eta}^{\omega=1}(r) = \frac{T_{A,\eta}^{\max}(r, 0)}{4} = \left[\frac{r}{r+1} \right]^2 0.27(2.5 + \eta)^2 \left[\frac{m_A}{1 \text{ ГэВ}} \right] \text{кэВ}. \quad (68)$$

Из формулы (68) находится “пороговое” значение r (и m_χ), при котором имеет место описанный выше процесс “уникального возбуждения”:

$$\frac{1}{r} = \sqrt{\frac{\left[\frac{m_A}{1 \text{ ГэВ}} \right]}{\left[\frac{T_{A^*,\eta}^{\omega=1}}{1 \text{ кэВ}} \right]}} \sqrt{0.27(2.5 + \eta)} - 1 \quad (69)$$

или $m_\chi^{\min}(T_A^*) = \frac{m_A}{\frac{\sqrt{0.27(2.5 + \eta)}}{\sqrt{\left[\frac{T_{A^*,\eta}^{\omega=1}}{1 \text{ кэВ}} \right] \left[\frac{m_A}{1 \text{ ГэВ}} \right]^{-1}}} - 1}$

Обращение знаменателя последнего выражения в нуль означает, что возбуждение ядра на уровень $\Delta\epsilon_{mn} = T_\eta^{\max} \frac{1}{r+1}$, сопровождающееся энергией

отдачи возбужденного ядра $T_{A^*,\eta}^{\omega=1}$ из (68), возможно лишь в пределе бесконечно большой массы $m_\chi \simeq \infty$. Иными словами, ни при каких m_χ такой процесс не идет.

На рис. 4 показано поведение выражения (66) для максимально возможной энергии отдачи возбужденного ядра, $T_{A^*,\eta}^{\max}$, как функции отношения масс ДМ-частицы и ядра, r , для некоторых типичных максимальных энергий ДМ-частиц, $T_\eta^{\max}$, и энергий возбуждения ядерных уровней ΔE . Видно, что при прочих равных условиях максимально возможная энергия отдачи возбужденного ядра, $T_{A^*,\eta}^{\max}$, достигается при “оптимальной кинематике”, когда массы ДМ-частицы и ядра совпадают ($r = 1$). С дальнейшим ростом отношения r максимально возможная энергия отдачи возбужденного ядра весьма быстро уменьшается (примерно в 5 раз) и входит в зону регистрации энергии упругой отдачи ядра.

Резкое падение ряда кривых в нуль происходит в момент, когда $\omega = \frac{(r+1)\Delta\epsilon_{mn}}{T_\eta^{\max}}$ из (67) возрастает и достигает единицы. Например, когда $T_\eta^{\max} = 250 \text{ кэВ}$ и $\Delta E = 50 \text{ кэВ}$ это происходит при $r = 4$. Имеются заметные области параметров r и $T_\eta^{\max}$ (например, при достаточно больших энергиях

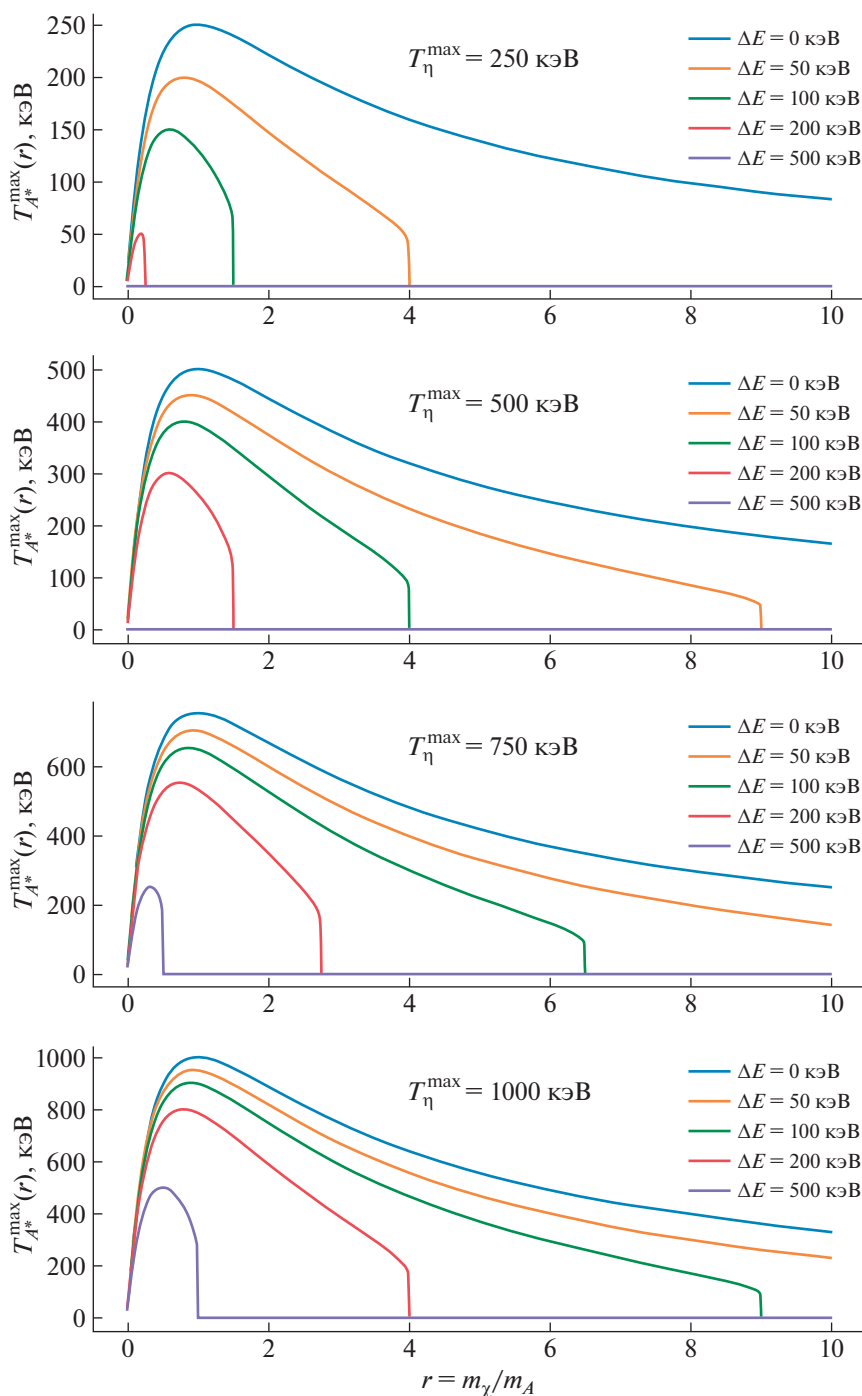


Рис. 4. Теоретическая зависимость максимально возможной энергии отдачи возбужденного ядра, $T_{A*,\eta}^{\max}$ (выражение (66)) от отношения масс ДМ-частицы и ядра, r , для четырех “пробных” максимальных энергий ДМ-частиц, $T_\eta^{\max}$, и пяти возможных энергий возбуждения ядерных уровней ΔE .

возбуждения ядерных уровней, $\Delta E \geq 200$ кэВ), где $\omega > 1$. В этих областях $T_{A*,\eta}^{\max}$ “положено” равным нулю, что отражает полное отсутствие возможности возбуждения ядра. На рис. 5 зависимость (66) показана в “практической плоскости”. Здесь максимально возможная энергия отдачи возбужденного ядра представлена в виде функции массы ДМ-

частицы при некоторых значениях безразмерной скорости ДМ-потока η для ряда типичных ядер-мишеней (с конкретными значениями их масс и энергий возбуждения первых уровней, приведенных в табл. 1).

Видно, что в случае Стандартной модели ДМ-гало ($\eta = 1$) только на тяжелых ядрах йода и

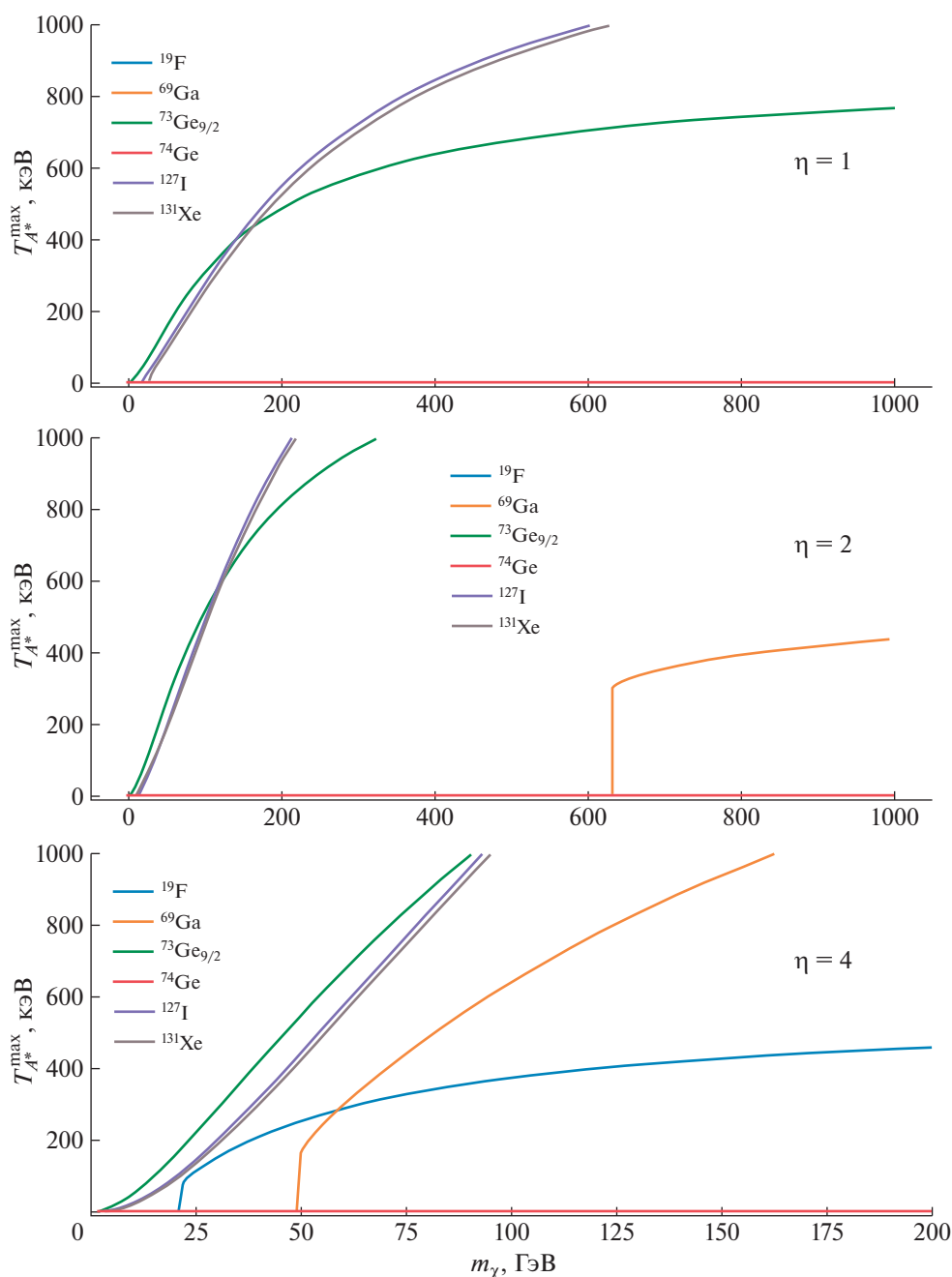


Рис. 5. “Практическая” зависимость максимально допустимой энергии отдачи возбужденных ядер $T_{A^*, \eta}^{\max}(r, \Delta \varepsilon_{mn})$ из (66) от DM-массы m_χ для типичных ядер-мишеней и скоростей DM-потока $\eta = 1; 2; 4$. Случай $\eta = 1$ отвечает Стандартной гало модели (SHM).

ксенона (в силу относительно небольших энергий возбуждения их первых уровней) возможны неупругие процессы возбуждения этих ядер DM-частицами любых масс. При этом значения энергии отдачи этих (возбужденных) ядер возможны вплоть до МэВ-ного масштаба. Для более легких ядер, таких как фтор, галлий и германий, несмотря на заметное различие в энергиях их уровней воз-

буждения DM-частицы, подчиняющиеся SHM-распределению, не способны вызвать неупругий процесс ни при каких значениях m_χ .

При относительно слабом DM-потоке ($\eta = 2$) ситуация меняется незначительно. Заметно возрастает лишь масштаб энергий отдачи для тяжелых ядер, и открывается неупругий канал на галлиевой мишени при достаточно больших массах m_χ .

Наконец, в случае достаточно сильного ДМ-потока ($\eta = 4$) энергии ДМ-частиц вполне хватает для возбуждения всех ядер с весьма заметными энергиями отдачи, быстро растущими с ростом m_χ -массы. Небольшое исключение составляет фтор, где рост энергии отдачи в силу малости массы ядра фтора не такой “быстрый”, и германий, для которого неупругий канал χA -реакции открывается при нескольких больших ДМ-массах ($m_\chi \geq 90$ ГэВ) из-

за большой энергии возбуждения первого уровня (равной 596 кэВ).

“Обращение” соотношения (66) дает T_{A^*} -зависимость минимально допустимого значения масс ДМ-частицы, $m_\chi^{\min}$, начиная с которого становится возможно возбуждение A -ядра, сопровождающееся энергией отдачи ядра T_{A^*} . Эта зависимость имеет вид

$$m_\chi^{\min}(T_{A^*}, A, \eta) = \frac{m_A T_{A^*}}{\sqrt{2m_A T_{A^*} (x_\eta^{\max})^2 v_0^2 - (T_{A^*} + \Delta\epsilon_{mn})}} = \quad (70)$$

$$= \frac{m_A}{2(2.5 + \eta)\sqrt{0.27} \sqrt{\left[\frac{m_A}{1 \text{ ГэВ}}\right] \left[\frac{T_{A^*}}{1 \text{ кэВ}}\right]^{-1} - 1 - \frac{\Delta\epsilon_{mn}}{T_{A^*}}}}.$$

Для нескольких ядер и четырех вариантов ДМ-распределений с максимальными скоростями ДМ-потока $\eta = 1$ (зеленая кривая), $\eta = 2$ (красная кривая), $\eta = 3$ (фиолетовая кривая) и $\eta = 4$ (черная кривая) зависимость (70) показана на рис. 6 и рис. 7. Из рис. 6 на примере ядра ^{131}Xe видно, что при максимальной скорости ДМ-потока $\eta = 2$ (красная кривая) энергию отдачи (у возбужденного) ядра ^{131}Xe , равную $T_A \simeq 50$ кэВ, могут вызвать только ДМ-частицы, массы которых превышают значение $\simeq 25$ ГэВ/ c^2 . При максимальной скорости ДМ-потока $\eta = 1$ (зеленая кривая — SHM) та же энергия отдачи ядра $T_A \simeq 50$ кэВ может быть вызвана только ДМ-частицами, массы которых больше $\simeq 40$ ГэВ/ c^2 . В целом, для этих ядер (за исключением, быть может, малых T_A) практически отсутствуют серьезные ограничения на возможные значения m_χ , при которых открываются неупругие каналы взаимодействия.

На рис. 7 показаны аналогичные зависимости для легкого ядра ^{19}F ($\Delta\epsilon_{mn} = 110$ кэВ) и ядра ^{69}Ga ($\Delta\epsilon_{mn} = 319$ кэВ). По сравнению с рис. 6 имеется заметное отличие в поведении кривых⁷⁾. При $\eta = 1$ (SHM) для обоих ядер зеленая кривая “лежит” полностью при нулевых значениях m_χ (ее не видно на рисунке). Это означает, что ни при каких значениях ДМ-массы m_χ в этом случае ядра ^{19}F и ^{69}Ga не поддаются возбуждению (с образованием хоть какого-нибудь значения энергии отдачи

в указанных на графиках интервалах). При возрастании максимальной скорости ДМ-потока (фиолетовая и черная кривые) уже становится возможным возбуждение ядра ^{19}F в сопровождении энергии отдачи T_A в интервале 25–575 кэВ (40–320 кэВ) при $\eta = 4(3)$ соответственно. При этом для достижения энергии отдачи ядра T_{A^*} на краях этих интервалов необходима бесконечная кинетическая энергия ДМ-частиц, что эквивалентно $m_\chi \simeq \infty$. Об этом свидетельствуют резкие полюсные пики кривых и запрещенные области для T_A вне этих пиков как при малых T_A , так и при больших T_A . Эти (в данном случае два) полюса отвечают обращению в нуль знаменателя в формуле (70). Аналогичное полюсное поведение можно заметить на рис. 6 для ^{129}I и ^{131}Xe в области очень малых значений T_A (которую можно обрезать, введя большее значение $T_A^{\min}$).

Возбуждение ядра ^{69}Ga “открывается” уже при $\eta = 2$ и тоже возможно лишь в ограниченных интервалах значений энергии отдачи ядра. Однако, как видно из рис. 7, в отличие от ^{19}F , эти разрешенные интервалы T_A практически полностью лежат при (очень) больших значениях T_A , где когерентный (упругий) вклад давно уже равен нулю, о чем свидетельствует обращение в нуль квадрата формфактора.

Итак, на примере ^{19}F и ^{69}Ga видно, что область возможных значений энергии отдачи, T_{A^*} , сопровождающих возбуждение этих ядер на их первые уровни, во-первых, ограничена, а во-вторых, ее ширина зависит от максимально допустимой скорости ДМ-частиц.

⁷⁾ Оно фактически обусловлено меньшей величиной отношения $\frac{m_A}{\Delta\epsilon_{mn}}$ для ^{19}F и ^{69}Ga , чем для ^{131}Xe и ^{73}Ge , соответственно, несмотря на относительно малую разность по энергии возбуждения первого уровня.

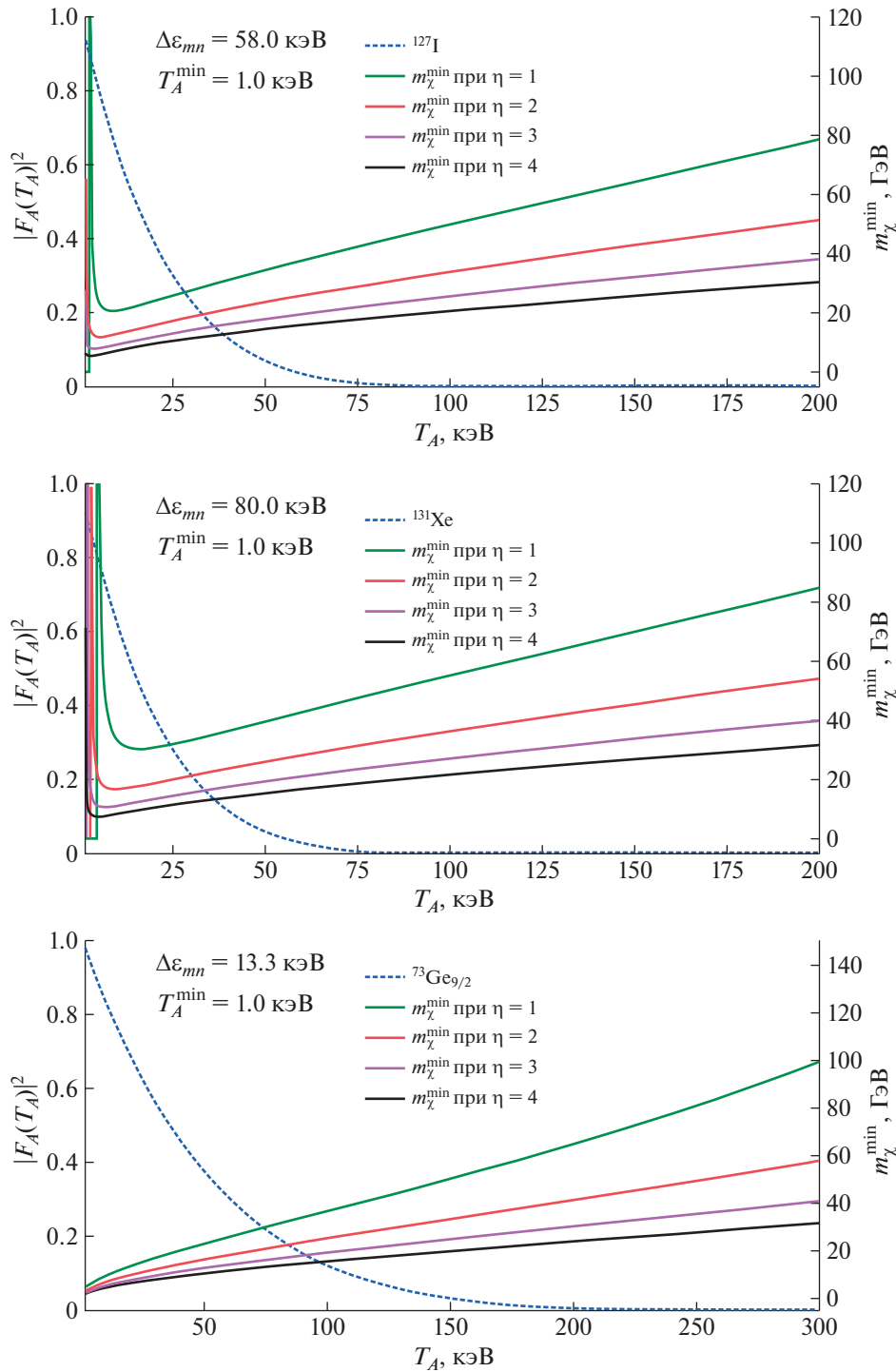


Рис. 6. Минимально допустимые значения масс $m_{\chi}^{\min}$ как функции энергии отдачи, T_A , (возбужденных) ядер ^{131}Xe , ^{127}I и ^{73}Ge показаны (правая вертикальная ось) для ДМ-распределений с максимальными скоростями потока $\eta = 1$ (зеленая кривая), $\eta = 2$ (красная кривая), $\eta = 3$ (фиолетовая кривая) и $\eta = 4$ (черная кривая). Левая вертикальная ось иллюстрирует поведение квадрата модуля формфактора соответствующего ядра.

Иными словами, если на ядре-мишени из ^{19}F регистрируются γ -кванты с характерной энергией $\simeq 110$ кэВ совместно с энергией отдачи этого ядра, например, при $T_A^* \simeq 370$ кэВ, то это означает, что

масса ДМ-частицы, вызвавшей такое излучение, превышает $100 \text{ ГэВ}/c^2$ и имеет место интенсивный ДМ-поток, максимальная скорость которого нахо-

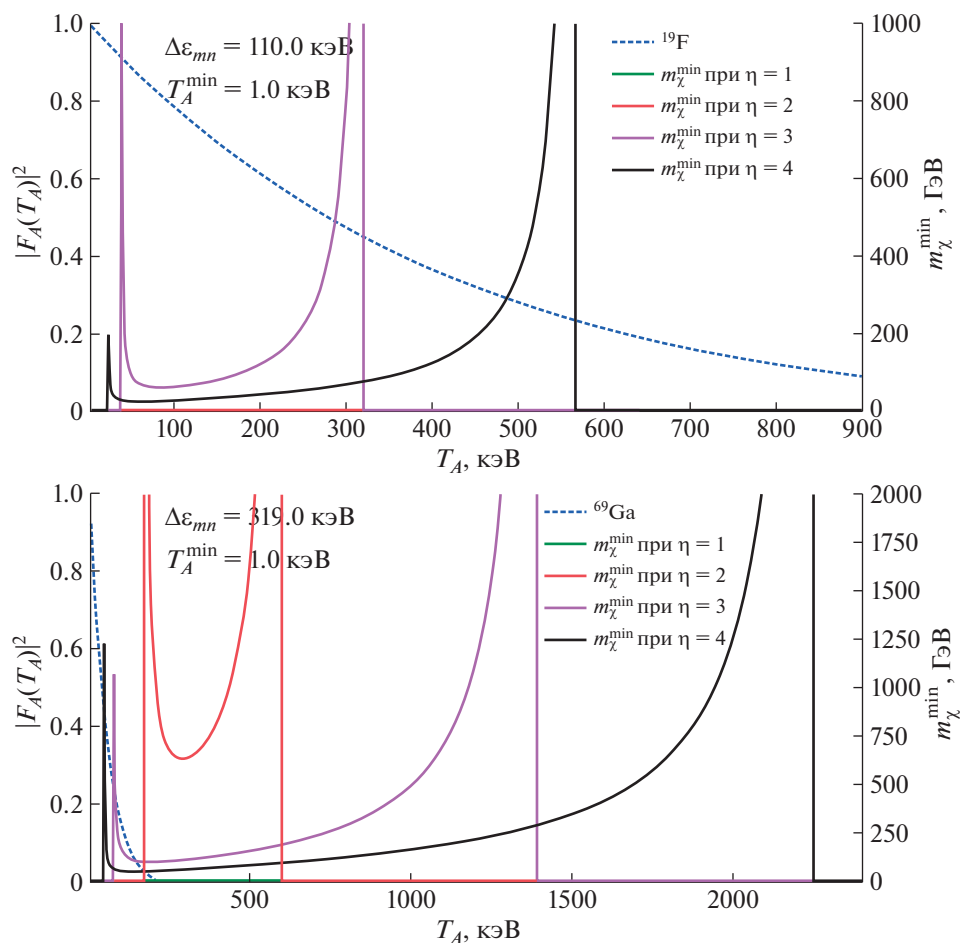


Рис. 7. То же, что на рис. 6, но для ядер ^{19}F и ^{69}Ga .

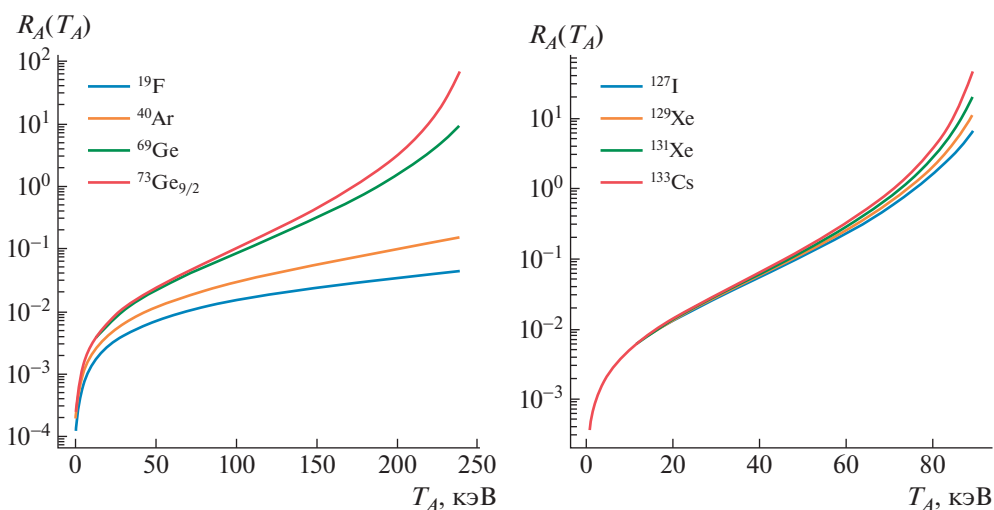


Рис. 8. “Ядерные” отношения $R_A(T_A)$ (61) в зависимости от энергии отдачи ядра T_A .

дится на уровне $\eta \simeq 4$. Аналогичное количественное заключение можно сделать для ядра ^{69}Ga .

На рис. 8 для нескольких типичных ядер-

мишеней показано T_A -поведение ядерного множителя $R_A(T_A)$ из формулы для отношения скоростей счета событий (61), который иллюстрирует эффект

“чисто ядерной некогерентности” и полностью задается поведением квадрата формфактора ядра с ростом T_A . Из формулы (61) видно, что выражение $R_A(T_A)$ имеет полюс, когда $|F(T_A)|^2 \simeq 0$. Именно из этого условия были выбраны максимальные значения энергии отдачи ядра $T_A^{\max}$ на графиках. Ядерный множитель $R_A(T_A)$ определяет возможность использования того или иного ядра-мишени (с конкретными m_A и $\Delta\epsilon_{mn}$) для регистрации неупругого процесса возбуждения этого ядра при взаимодействии с ним ДМ-частиц. Зависимость дифференциального “эффекта некогерентности”, т.е. отношения некогерентной скорости счета к когерентной скорости счета событий, от характера взаимодействия χ -частицы с нуклонами полностью задает первый, “зарядово-ядерный”, множитель из формулы (61), записанный в виде

$$R_{\text{In}}(A) = A \frac{Q_{\text{inc}}(A)}{Q_{\text{coh}}(A)} = \quad (71)$$

$$= \frac{(A_p + A_n)[A^p(\alpha_p^2 + 3\delta_p^2) + A^n(\alpha_n^2 + 3\delta_n^2)]}{(\alpha_p A_p + \alpha_n A_n)^2 + (\delta_p \Delta A_p + \delta_n \Delta A_n)^2}.$$

В рассматриваемом нерелятивистском случае он определяется только эффективными константами связи лептон-нуклонных слабых токов $\alpha_{p,n}$ и $\delta_{p,n}$, “взвешенными” с соответствующими им параметрами протон-нейтронной структуры конкретного ядра. Множитель $R_{\text{In}}(A)$ может как усиливать, так и ослаблять “чистый” эффект ядерной структуры, представленный на рис. 8. Значения этого множителя в рамках СМ для ряда ядер-мишеней приведены в табл. 1. Видно, что наличие “зарядово-ядерных” факторов $R_{\text{SM}}(A)$ из (71) приводит к более чем 10-кратному усилению “эффекта некогерентности”. Доминирование неупругого вклада начинается почти при вдвое более низких энергиях отдачи T_A , т.е. возбуждение (низших) уровней этих ядер может сопровождаться энергиями отдачи T_A , как правило, уже близкими к традиционному интервалу регистрации сигналов ДМ-детекторов $T_A \leq 50$ кэВ (для тяжелых ядер).

Третий, “космический” множитель в формуле (61), т.е. отношение $R_C(x_{\min}, \eta, \epsilon, T_A)$ из (62), всегда равно единице, если принимается во внимание только одна возможность для ДМ-распределения по скоростям (например, SHM). Когда учитываются, как это представлено в формуле (62), одновременно два возможных ДМ-распределения (SHM и $\eta > 1$), то отношение $R_C(x_{\min}, \eta, \epsilon, T_A)$ также практически во всей доступной области параметров равно единице или нулю. Обращение его в нуль происходит тогда, когда увеличивающееся значение T_A становится больше $T_{A^*,\eta}^{\max}$, но все еще меньше $T_{A,\eta}^{\max}$, что приводит к обращению в нуль

некогерентного вклада, т.е. числителя этого отношения и самого отношения.

Влияние множителя $R_C(x_{\min}, \eta, \epsilon, T_A)$ на поведение полного отношения некогерентной скорости счета событий к когерентной скорости счета событий (61) заметно только для достаточно малых значений $m_\chi = 10\text{--}35$ ГэВ/ c^2 . В целом это влияние практически полностью исчезает с ростом m_χ и η . Конкретные специальные случаи отдельных ядер (m_A и $\Delta\epsilon_{mn}$) и значений m_χ , где это не так, требуют более внимательного анализа. По существу, отсутствие заметного влияния фактора $R_C(x_{\min}, \eta, \epsilon, T_A)$ означает, что с ростом m_χ и η кинетической энергии ДМ-частиц становится достаточно, чтобы начать возбуждать низколежащие уровни ядер мишени в сопровождении с достаточно большими (и хорошо измеряемыми) значениями энергий отдачи этих ядер, T_A . Это делает неупругую скорость счета событий постоянно присутствующей компонентой взаимодействия ДМ-частиц с ядрами, в отличие от упругой компоненты, которая с ростом T_A быстро исчезает.

Ограничимся в дальнейшем учетом только одного типа распределения ДМ-частиц вблизи поверхности Земли с возможными максимальными безразмерными скоростями $\eta = 1, 2, 4$ и весом $\gamma_\eta = 1$. Тогда “космические” множители (60) становятся одинаковыми по величине и различаются только “протяженностью” по T_A :

$$C_{\text{coh/inc}}(x_{\min}, \eta, \epsilon, T_A) =$$

$$= C(x_{\min}, \eta, \epsilon) \Theta(T_{A/A^*,\eta}^{\max} - T_A),$$

поскольку $T_{A,\eta}^{\max}$ всегда не меньше $T_{A^*,\eta}^{\max}$. (см. рис. 9). Здесь введено обозначение

$$C(x_{\min}, \eta, \epsilon) \equiv S(x_{\min}, \eta, \epsilon) - S(2.5 + \eta, \eta, \epsilon). \quad (72)$$

Полная (сумма когерентного и некогерентного вкладов) дифференциальная скорость счета событий (54) принимает в результате вид

$$\frac{dR(T_A)}{R_0^w dT_A} = C(x_{\min}, \eta, \epsilon) \frac{m_A}{Am_\chi} \times \quad (73)$$

$$\times [Q_{\text{coh}}(A) \Phi_{\text{coh}}(T_A) \Theta(T_{A,\eta}^{\max} - T_A) +$$

$$+ Q_{\text{inc}}(A) \Phi_{\text{inc}}(T_A) \Theta(T_{A^*,\eta}^{\max} - T_A)],$$

$$\text{где } R_0^w \equiv \frac{G_F^2 \rho_\chi N_{\text{Av}}}{4\pi v_0} \simeq 10^3 \frac{\text{событий}}{\text{кг кэВ год}}. \quad (74)$$

Отношения (61) и (63) также упрощаются (т.к. $T_{A,\eta}^{\max} \geq T_{A^*,\eta}^{\max}$):

$$R(A, T_A, T_A^{\min}) = \quad (75)$$

$$= \frac{dR_{\text{inc}}}{dT_A} \bigg/ \frac{dR_{\text{coh}}}{dT_A} = \frac{Q_{\text{inc}}(A)}{Q_{\text{coh}}(A)} \frac{1 - |F(T_A)|^2}{|F(T_A)|^2} \times$$

$$\times \Theta(T_A - T_A^{\min}) \Theta(T_{A^*,\eta}^{\max} - T_A),$$

$$R(A, T_A^{\min}) \equiv \frac{R_{\text{inc}}}{R_{\text{coh}}}(T_A^{\min}) = \frac{\int_{T_A^{\min}}^{T_{A^*,\eta}^{\max}} dT_A [1 - |F(T_A)|^2]}{\int_{T_A^{\min}}^{T_{A^*,\eta}^{\max}} dT_A |F(T_A)|^2} \cdot \frac{Q_{\text{inc}}(A)}{Q_{\text{coh}}(A)} \Theta(T_A - T_A^{\min}).$$

Полная, интегральная скорость счета событий как функция энергетического порога $T_A^{\min}$, массы ядра-мишени A и энергии первого уровня возбуждения этого ядра, а также в зависимости от параметров $m_\chi, \eta, \gamma_\eta, \epsilon$ получается в виде

$$R_{\text{inc+coh}}(T_A^{\min}) = C(x_{\min}, \eta, \epsilon) \times \left[Q_{\text{inc}}(A) \int_{T_A^{\min}}^{T_{A^*,\eta}^{\max}} dT_A \Phi_{\text{inc}}(T_A) + Q_{\text{coh}}(A) \int_{T_A^{\min}}^{T_{A^*,\eta}^{\max}} dT_A \Phi_{\text{coh}}(T_A) \right]. \quad (76)$$

Формулы (73), (75) и (76) являются основными для дальнейшего рассмотрения.

Как известно, результаты “классических” экспериментов по прямому поиску частиц темной материи [8, 12, 16, 18, 28, 31, 32, 90, 93, 94, 102–104] обычно интерпретируются в терминах спин-независимого и спин-зависимого сечений взаимодействия ДМ-частицы с нуклонами, поэтому остановимся подробнее именно на этих двух типах χA -взаимодействия. Случай нерелятивистского лептон-нуклонного слабого ($V \pm A$) взаимодействия Стандартной модели рассмотрен в [105].

4.2. Спин-независимые скорости счета событий

Скалярное, в терминологии прямого поиска темной материи спин-независимое, взаимодействие в нерелятивистском приближении подхода [86–88] имеет такой же вид, как и чисто векторное, когда в общей формуле для скалярного произведения (14) отличными от нуля остаются только эффективные константы связи α_p и α_n [90]. Тогда обе аксиальные константы связи следует взять нулевыми $\delta_p = \delta_n = 0$ в выражении (71), и формулу (61) можно записать в виде

$$R_{\text{Scalar}}(A, T_A) = R_A(T_A) A \frac{A_p \alpha_p^2 + A_n \alpha_n^2}{(A_p \alpha_p + A_n \alpha_n)^2} \times \Theta(T_A - T_A^{\min}) \Theta(T_{A^*,\eta}^{\max}(r, \Delta \varepsilon_{mn}) - T_A). \quad (77)$$

В изоскалярном случае, когда $\alpha_p = \alpha_n$, зависимость от констант полностью сокращается, и эта формула с ростом T_A ведет себя как “чисто ядерное отношение” $R_A(T_A)$, т.е. $R_I(A) = 1$:

$$R_{\text{Scalar}}^{\text{iso}}(A, T_A) = R_A(T_A) \Theta(T_A - T_A^{\min}) \times \Theta(T_{A^*,\eta}^{\max}(r, \Delta \varepsilon_{mn}) - T_A). \quad (78)$$

Если один из параметров значительно меньше другого, например, как это имеет место в СМ, где $\alpha_p \ll \alpha_n$ (или, для простоты, $\alpha_p \simeq 0$), то

$$R_{\text{Scalar}}^{\alpha_p=0}(A, T_A) = R_A(T_A) \frac{A_p + A_n}{A_n} = \frac{1 - F_A^2(T_A)}{A_n F_A^2(T_A)},$$

что также не зависит от α_n и отличается от $R_A(T_A)$ только множителем порядка 2.

Для ^{73}Ge и ^{127}I отношение (78) показано на рис. 10 вместе с соответствующими дифференциальными полными (когерентный плюс некогерентный) скоростями счета событий, вычисленными на основе формул (73) с равными скалярными константами связи $a_p = a_n = 0.5$. В данном случае скалярное неупругое (некогерентное) χA -взаимодействие практически не дает заметного вклада в суммарную дифференциальную скорость счета событий. Отношение $R_{\text{Scalar}}^{\text{iso}}(A, T_A)$ практически везде меньше единицы.

В антиизоскалярном варианте, когда как и в СМ имеет место $\alpha_n = -\alpha_p$, получается

$$R_{\text{Scalar}}^{\text{SM}}(A, T_A) = R_A(T_A) (A_p + A_n) \frac{A_p \alpha_p^2 + A_n \alpha_n^2}{(A_p \alpha_p - A_n \alpha_n)^2} = R_A(T_A) \left(\frac{p+1}{p-1} \right)^2, \quad \text{где } p = \frac{A_n}{A_p}.$$

Из табл. 1 видно, что для самых легких ядер в данном случае когерентный вклад отсутствует, поскольку число протонов совпадает с числом нейтронов и $p = 1$. Для фтора, натрия и хлора когерентный (упругий) вклад сильно подавлен, неупругий зарядовый множитель на порядок превышает упругий. И далее, чем тяжелее ядро-мишень, тем больше величина p , и тем меньше отличие $R_{\text{Scalar}}^{\text{SM}}(A, T_A)$ от $R_A(T_A)$, представленного на рис. 10.

Рис. 11 иллюстрирует данный случай на примере ядер ^{73}Ge и ^{127}I . Полная, интегральная, скорость счета событий как функция m_χ для ядер ^{73}Ge и ^{127}I в приближении (76) и чисто скалярного взаимодействия СМ представлена на рис. 12, где для простоты взято $\alpha_n = -\alpha_p$, $R_0 = 1.0$.

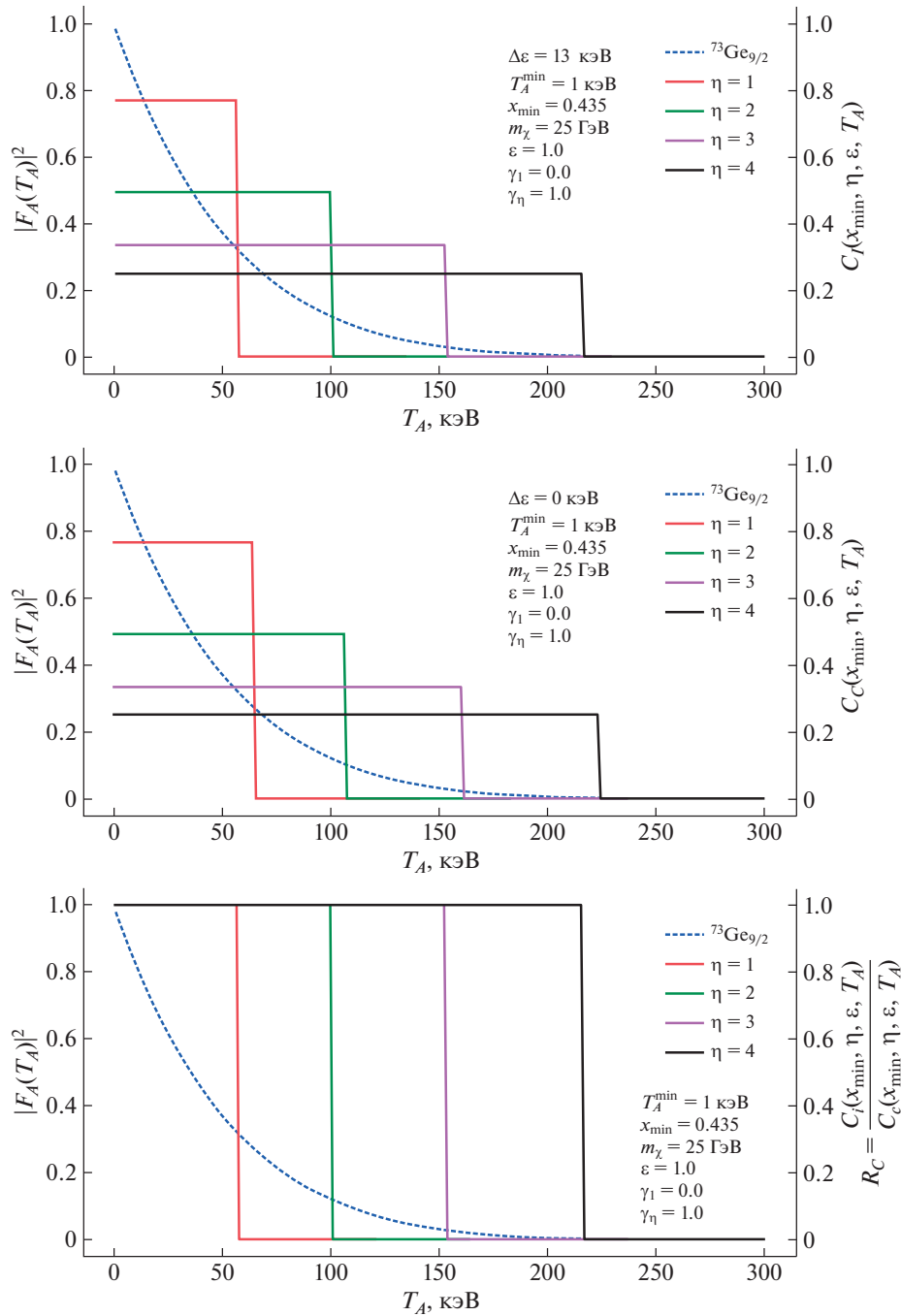


Рис. 9. На примере ядра ^{73}Ge показано поведение “космических” множителей и множителя $R_C(x_{\min}, \eta, \epsilon, T_A)$ в случае одного DM-распределения с различными параметрами η . Синей пунктирной кривой показан квадрат ядерного формфактора $|F_A(T_A)|^2$.

Из рис. 10 и 11 видна основная тенденция: с ростом T_A происходит плавная смена “наполнения” измеряемой скорости счета событий — упругий вклад в скорость счета событий заменяется неупругим (некогерентным) вкладом. При этом суммарная скорость счета событий уменьшается, однако не более чем на порядок величины. Из рис. 12 видно, что неупругий вклад в полную ин-

тегральную скорость счета событий доминирует с увеличением m_χ ($m_\chi > 30\text{--}50$ ГэВ/ c^2).

Если детектор настроен на регистрацию только упругого рассеяния, то при возрастании T_A он начинает терять возможность вообще что-либо регистрировать, поскольку упругих процессов становится все меньше и меньше. Одновременно заметно растет число неупругих процессов, которые

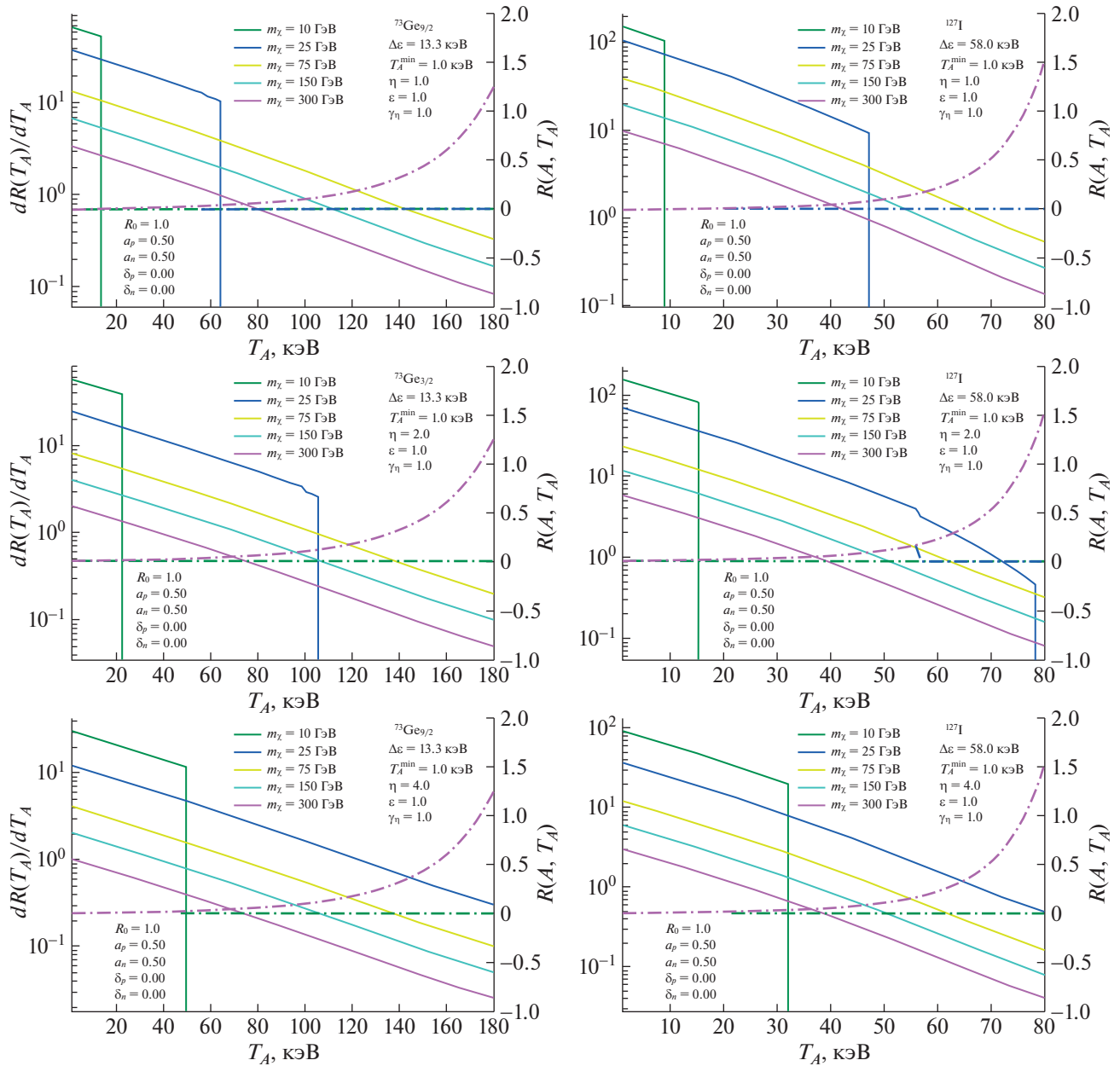


Рис. 10. Для ^{73}Ge и ^{127}I представлены отношения $R_{\text{Scalar}}^{\text{iso}}(A, T_A)$ из (78) некогерентной к когерентной скорости счета событий (правая ось) и (левая ось) полная дифференциальная скорость счета событий (73) (в относительных единицах, пропорциональных $\frac{\text{события}}{\text{кэВ год кг}}$) как функции энергии отдачи ядра T_A в случае скалярного χA -взаимодействия с $\alpha_p = \alpha_n = 0.5$.

такой прибор не способен “видеть” (скажем, он не может регистрировать фотоны от девозбуждения ядер). Его способность зарегистрировать ДМ-частицы достаточно большой массы также сильно падает. Получается ситуация, когда искомые χA -взаимодействия потенциально возможны, но типовой детектор их не может зарегистрировать. Отметим, что в отличие от утверждений авторов работ [99, 106], скалярное χA -взаимодействие в рассмотренном варианте вполне может давать

заметный вклад в неупругие χA -процессы (см. рис. 11–12).

4.3. Спин-зависимые скорости счета событий

Обратимся к чисто аксиал-векторному χA -взаимодействию, которое в терминологии прямого поиска темной материи носит название спин-зависимого. Тогда в формуле (71) векторные

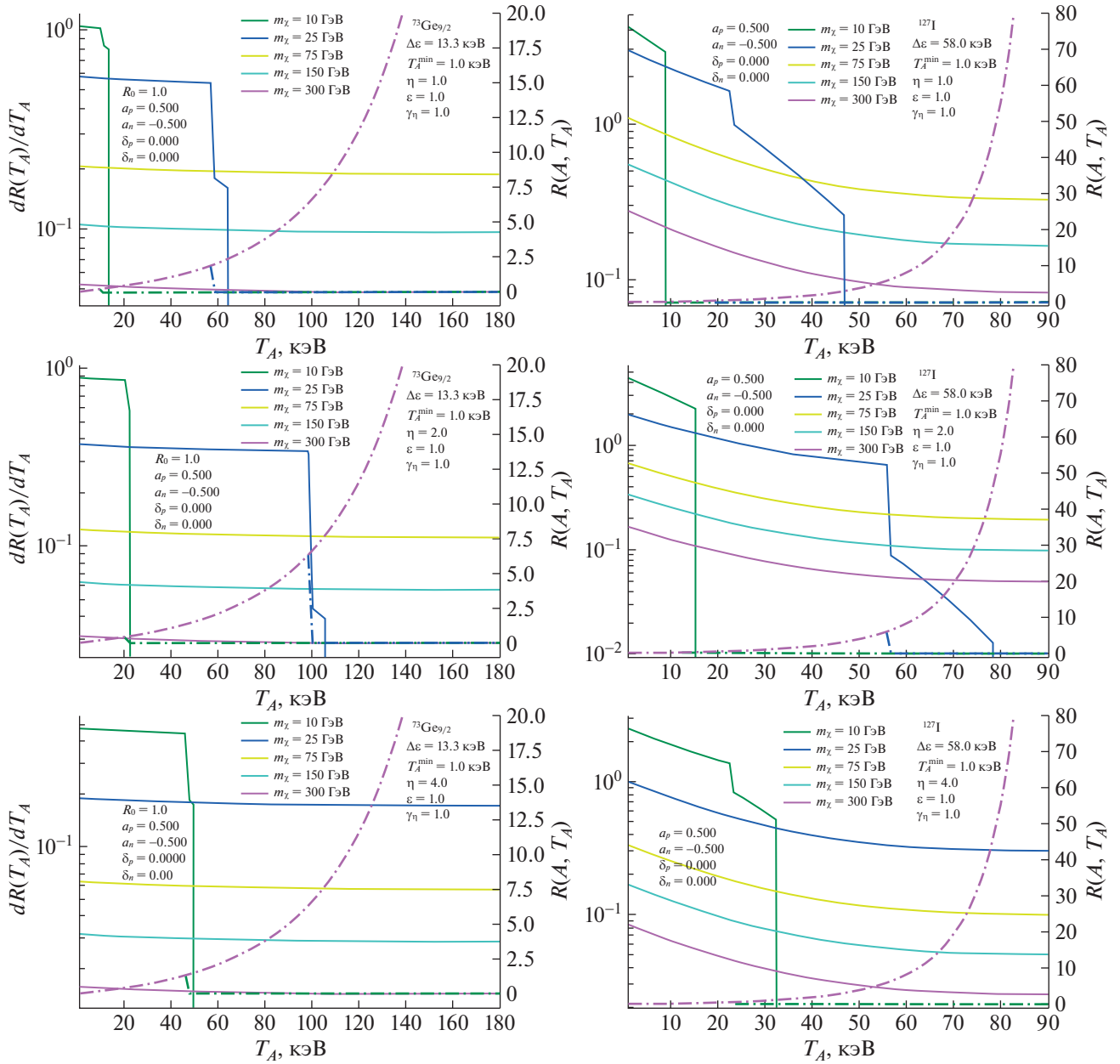


Рис. 11. То же, что и на рис. 10, но для скалярного χA -взаимодействия с $\alpha_p = -\alpha_n = 0.5$.

эффективные константы связи протона и нейтрона $\alpha_p = \alpha_n = 0$, и отношение (61) принимает вид

$$R_{\text{Axial}}(A, T_A) = \quad (79)$$

$$= R_A(T_A) \frac{3A(A^p \delta_p^2 + A^n \delta_n^2)}{(\delta_p \Delta A_p + \delta_n \Delta A_n)^2} \times$$

$$\times \Theta(T_A - T_A^{\min}) \Theta(T_{A^*, \eta}^{\max}(r, \Delta \epsilon_{mn}) - T_A).$$

Видно, что для ядер с нулевым спином (точнее, когда $\Delta A_{p/n} = 0$) когерентный вклад в полное сечение от чисто аксиал-векторного взаимодействия отсутствует, и это отношение теряет смысл. Поскольку в СМ аксиальные эффективные константы

протона и нейтрона связаны соотношением $\delta_n = -\delta_p$, то отношение

$$R_{\text{Axial}}^{\text{SM}}(A, T_A) = \frac{3R_A(T_A)A^2}{(\Delta A_p - \Delta A_n)^2}$$

не зависит от значения самой аксиальной константы связи δ_p и, что более значимо, не только не подавлено величиной A , а, наоборот, прямо пропорционально ей, при условии, что $\Delta A_p \neq \Delta A_n$ (см. рис. 13). В противном случае отношение (79) теряет смысл.

Полная интегральная скорость счета событий (76) на ядрах ^{73}Ge и ^{127}I как функция m_χ для

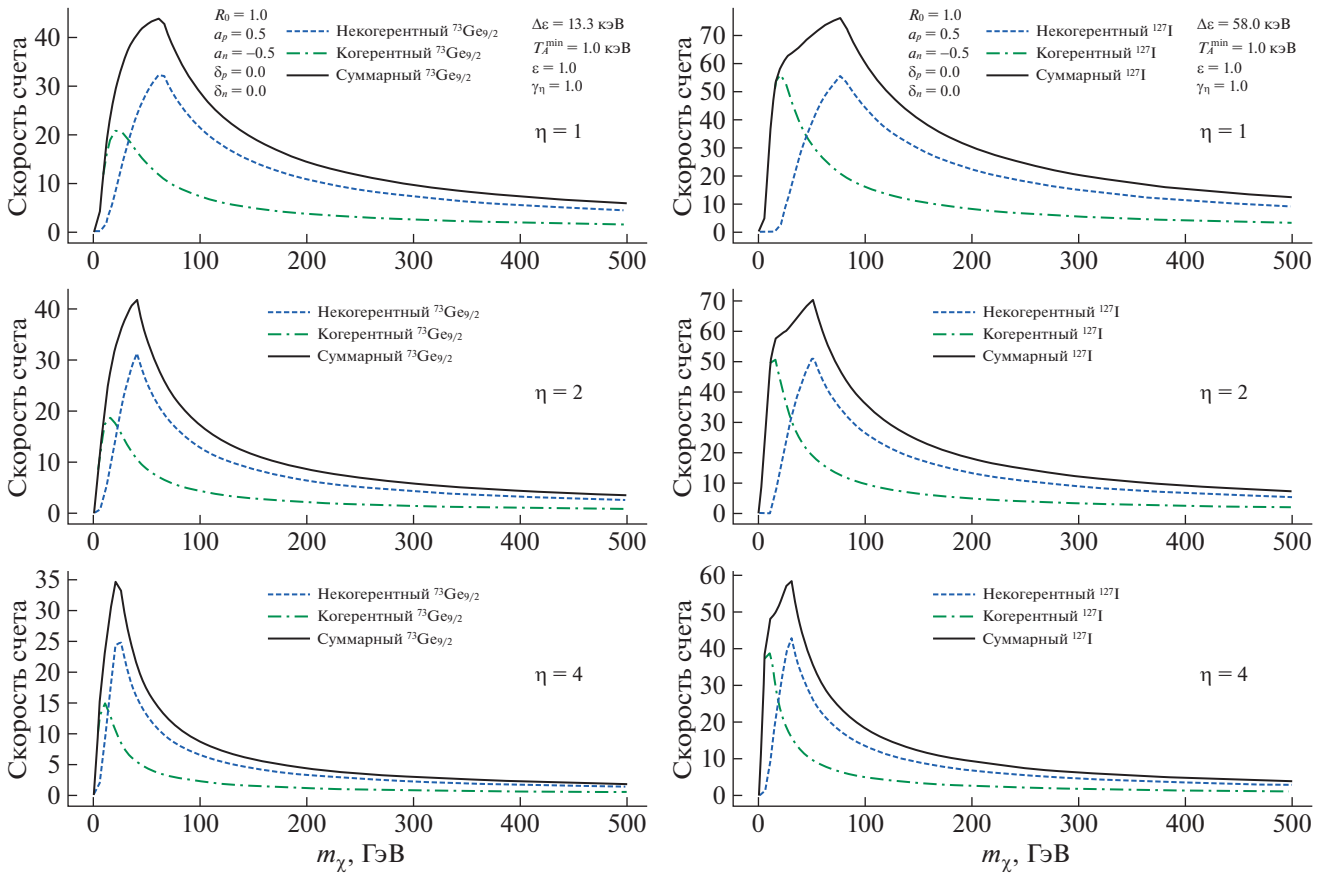


Рис. 12. Интегральная скорость счета событий (в единицах $\frac{\text{события}}{\text{год кг}}$) на ядах ^{73}Ge и ^{127}I как функция массы m_χ и других “космических характеристик” в случае скалярного χA -взаимодействия с $\alpha_p = -\alpha_n = 0.5$. Показаны также когерентный и некогерентный вклады в полную скорость счета событий.

аксиал-векторного взаимодействия СМ (когда $\delta_n = -\delta_p$ и для простоты $R_0 = 1.0$) представлена на рис. 14. Из этих рисунков видно, что доля когерентного вклада либо очень мала, либо полностью отсутствует.

Когда $\delta_n = \delta_p$, из отношения (79) также полностью выпадает зависимость от конкретного значения аксиальной константы связи, и оно принимает похожий вид:

$$R_{\text{Axial}}^{\text{spin}}(A, T_A) = \frac{3R_A(T_A)A^2}{(\Delta A_p + \Delta A_n)^2},$$

где $\Delta A \equiv \Delta A_p + \Delta A_n$ играет роль полного спина ядра A . Этот случай можно считать полным аналогом традиционного спин-зависимого взаимодействия χ -частицы (темной материи) с веществом детектора, поскольку когерентное сечение здесь пропорционально квадрату спина ядра. На рис. 15 представлены отвечающие этому случаю графики. Полная интегральная скорость счета событий (76) для ядер ^{73}Ge и ^{127}I как функция m_χ в случае изоскалярного аксиал-векторного взаимодей-

ствия, когда $\delta_n = \delta_p$ (а также $R_0 = 1.0$), представлена на рис. 16.

Из рис. 13 и 15 упомянутая выше для случая скалярного взаимодействия “общая тенденция” в балансе когерентности и некогерентности становится ярко выраженной. Действительно, если χ -частица взаимодействует с нуклонами ядра только аксиал-векторным образом, то на мишени, состоящей из ядер с нулевым спином, невозможно обнаружить взаимодействие этой частицы по когерентному (упругому) каналу. Его просто нет. Единственный путь регистрации ДМ-частицы лежит через обнаружение ее неупругого (некогерентного) взаимодействия с нуклонами. Более того, даже если мишень состоит из ядер с ненулевым спином, то когерентный (упругий, пропорциональный квадрату спина ядра) вклад в ожидаемую полную скорость счета полезных событий “не виден” на фоне некогерентного (неупругого, пропорционального атомной массе ядра A) вклада практически во всем интервале возможных значений энергии отдачи ядра мишени T_A .

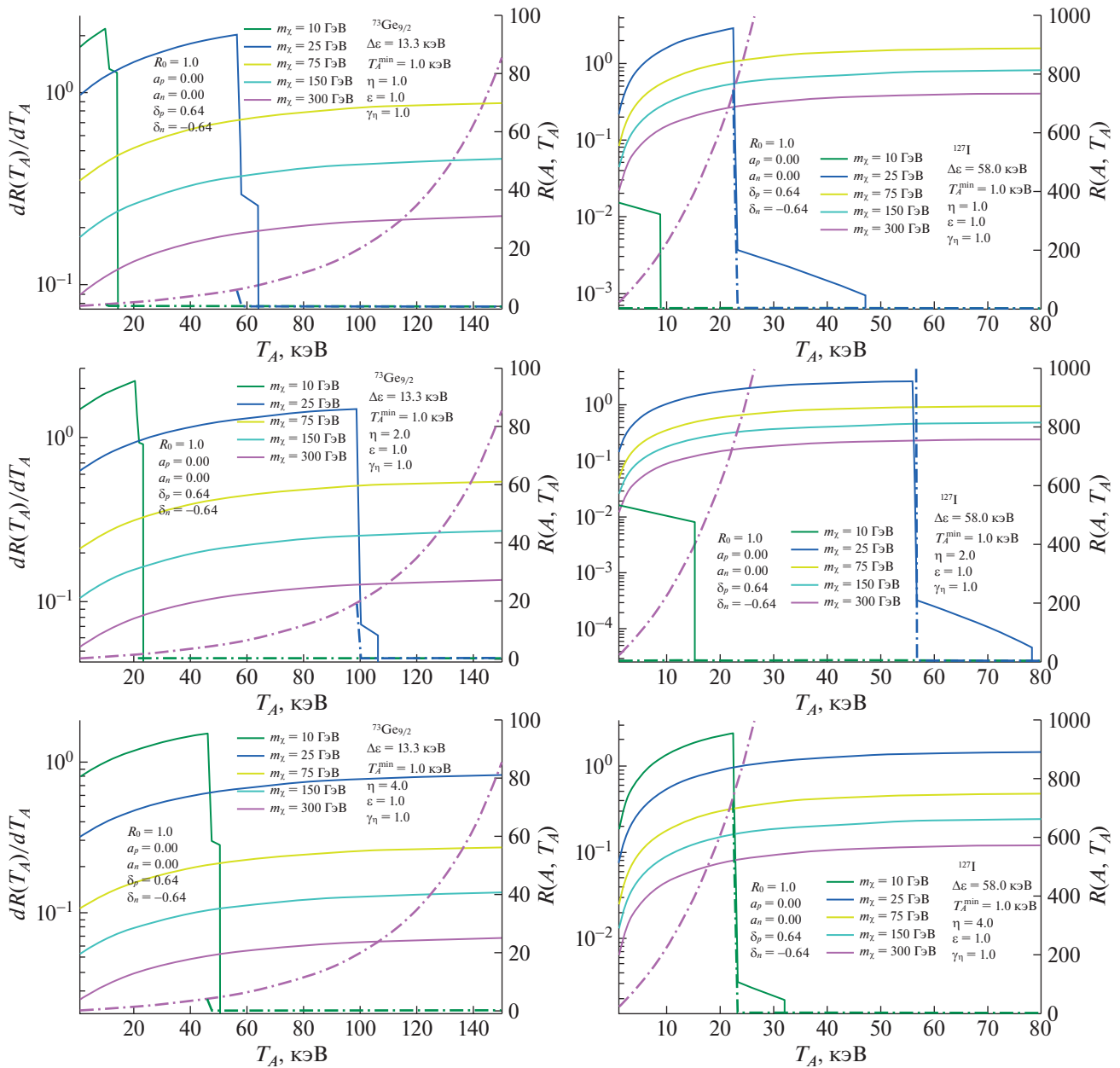


Рис. 13. Отношение $R_{\text{Axial}}^{\text{SM}}(A, T_A)$ (79) полной некогерентной к когерентной скорости счета событий (правая ось) и дифференциальная полная скорость (левая ось) счета событий (73) как функции энергии отдачи ядра T_A в случае аксиал-векторного взаимодействия, когда $\delta_n = -\delta_p$ для ^{73}Ge и ^{127}I (в относительных единицах, пропорциональных событиям / (кэВ год кг)).

Таким образом, в случае чисто аксиал-векторного χA -взаимодействия зависящий от ненулевого спина ядра упругий канал рассеяния, на который традиционно ориентируются детекторы в поиске спин-зависимого сигнала темной материи, обречен ничего “не увидеть” практически при всех T_A , поскольку все “сигналообразующее” взаимодействие идет через неупругий канал [107], к которому такого сорта детекторы, как правило, нечувствительны. Обычно детекторы, нацеленные на прямой поиск

темной материи, обладают максимальной чувствительностью в области энергетического порога регистрации энергии отдачи ядра. У них нет, как правило, возможности адекватно регистрировать высокоэнергичное (по сравнению с указанным порогом) излучение, обусловленное снятием возбуждения ядер, вызванного неупругой природой χA -взаимодействия. Опять вполне возможна ситуация, когда искомые взаимодействия могут иметь

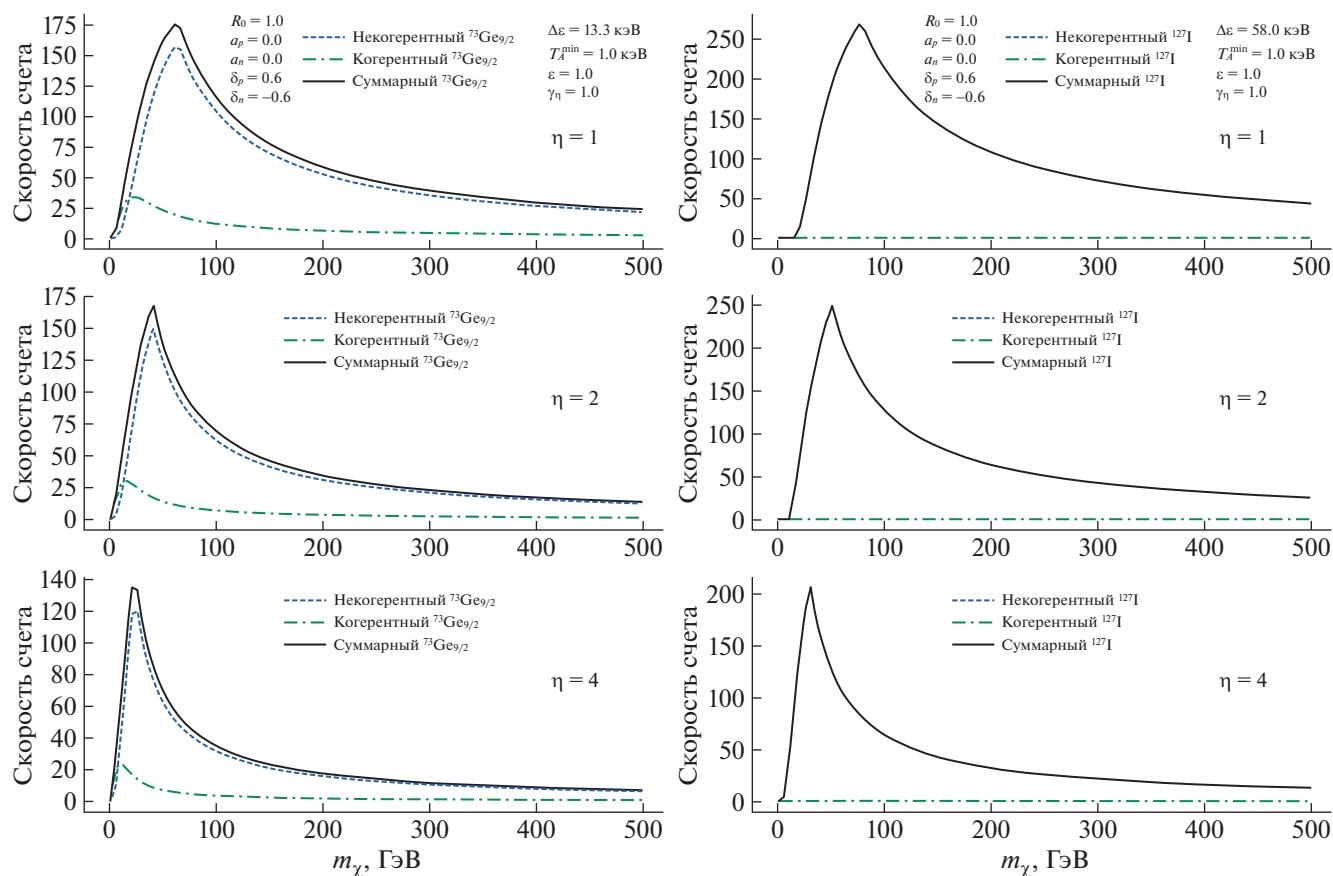


Рис. 14. Интегральная скорость счета событий (в единицах $\frac{\text{события}}{\text{год кг}}$) на ядах ^{73}Ge и ^{127}I как функция массы m_χ и других “космических характеристик” в случае аксиал-векторного χA -взаимодействия при $\delta_n = -\delta_p$. Показаны также когерентный и некогерентный вклады в полную скорость счета событий.

заметную (потенциально регистрируемую) интенсивность, но прибор, используемый для их поиска, просто не способен их обнаружить.

Итак, в заключение данного раздела отметим следующее. Если переход на возбужденное состояние ядра энергетически возможен и имел место, т.е. произошло именно неупругое взаимодействие⁸⁾, то рано или поздно ядро должно возвратиться в свое исходное (основное) состояние. Это неизбежное снятие возбуждения ядра должно сопровождаться выделением энергии, например, в виде γ -излучения. Примечательно, что возможность регистрации гамма-квантов от такого неупругого взаимодействия была предложена еще в 1975 г. [109]. Энергетический спектр таких

фотонов определяется структурой уровней возбуждения ядра и строго фиксирован для каждого конкретного ядра-мишени. Эти фотоны вполне способны производить детектируемый сигнал [109], который, вообще говоря, будет скоррелирован со временем облучения мишени, если источником χ -лептонов является, например, ускоритель. Согласно приведенным выше рисункам (см., например, рис. 15) перспектива регистрации заметного (для аксиал-векторного случая, подавляющего) числа событий с γ -квантами от некогерентного χA -взаимодействия не выглядит бесперспективной, при условии, что само χA -взаимодействие будет иметь регистрируемую современными детекторами интенсивность.

Подчеркнем, что для каждого конкретного ядра-мишени эти фотоны будут характеризоваться тремя важными параметрами. Во-первых, их энергия во многих случаях заметно больше кинетической энергии ядра отдачи ($T_{127\text{I}} \leq 20$ кэВ на рис. 15). Во-вторых, испускание фотонов с энергией, определенной разностью уровней

⁸⁾ Не следует путать этот “классический” неупругий подход с “неупругостью”, вызванной переходом падающего на ядро χ_1 -лептона (темной материи) в более массивный χ_2 -лептон (тоже из темного сектора). При этом ядро считается неизменным, т.е. взаимодействующим когерентно. См., например, [23, 24, 35, 38, 40, 43, 44, 108].

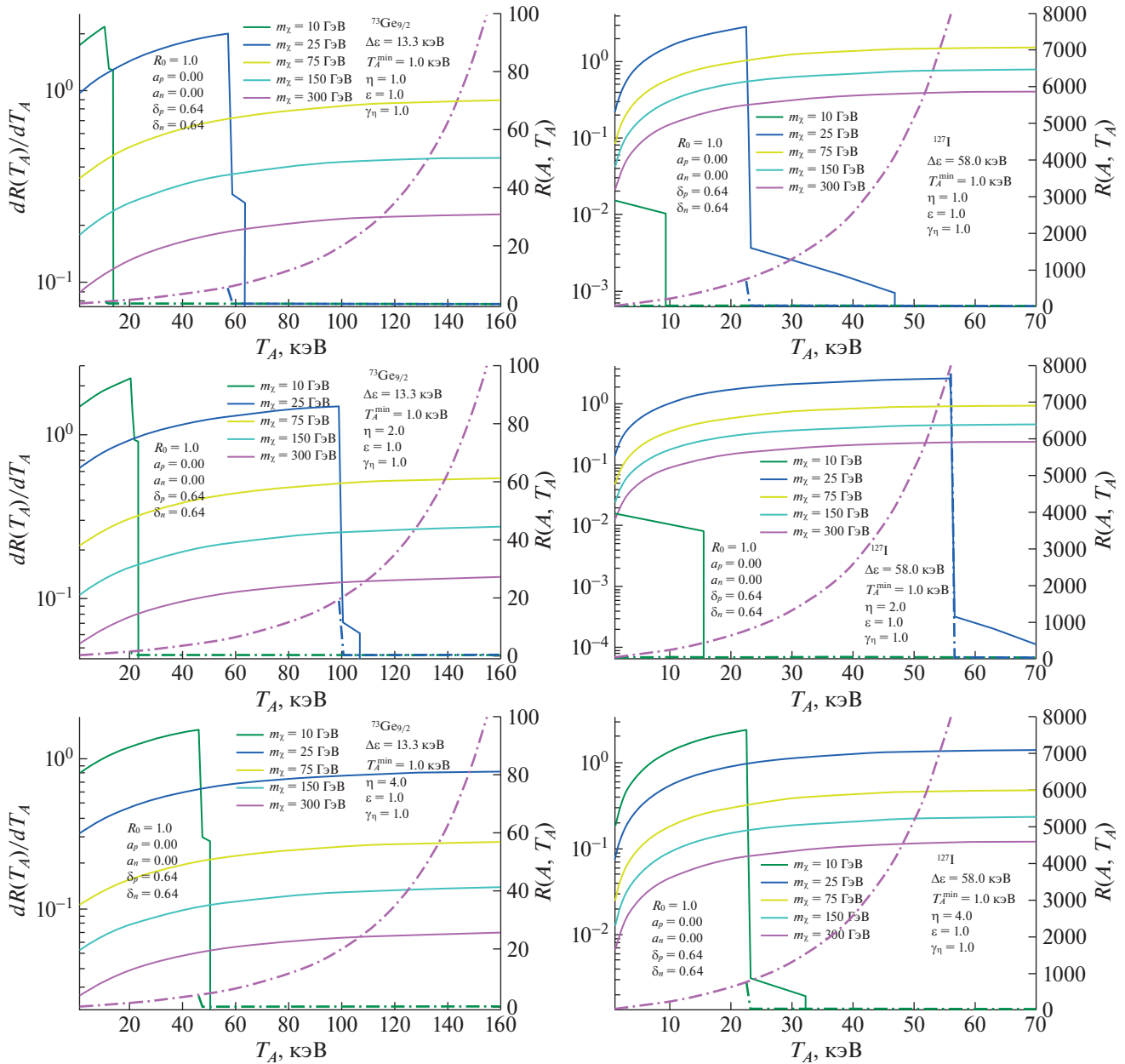


Рис. 15. То же, что и на рис. 13, но для аксиал-векторного взаимодействия, когда $\delta_n = \delta_p$.

возбуждения ядра будет сдвинуто по времени (относительно тем или иным способом заданного начала взаимодействия) на характерное для уровня конкретного ядра время снятия возбуждения. В-третьих, скорость счета таких γ -квантов будет пропорциональна отношению $N_{\text{inc}}/N_{\text{coh}}$, где

$$N_{\text{inc/coh}} = \int dE_\nu \Phi(E_\nu) \int_{T_A^{\min}}^{T_A^{\max}} dT_A \frac{d\sigma_{\text{inc/coh}}}{dT_A} \varepsilon(T_A),$$

и $\varepsilon(T_A)$ — эффективность детектора. Возможность конструктивного использования этих свойств для

выделения из фона искомого неупругого χA -взаимодействия представляется, однако, темой отдельного рассмотрения.

Вопрос о точности оценки сечения (а значит, и скорости счета событий) неупругого χA -взаимодействия, в том числе с учетом обоснованности использования параметризации Хельма (57), обсуждался в работе [90]. Было отмечено, что использованное неупругое сечение представляет собой верхнюю границу для вкладов в полное сечение χA -взаимодействия всех допустимых (в данной кинематической области) неупругих подпроцессов. Этот верхний предел следует только

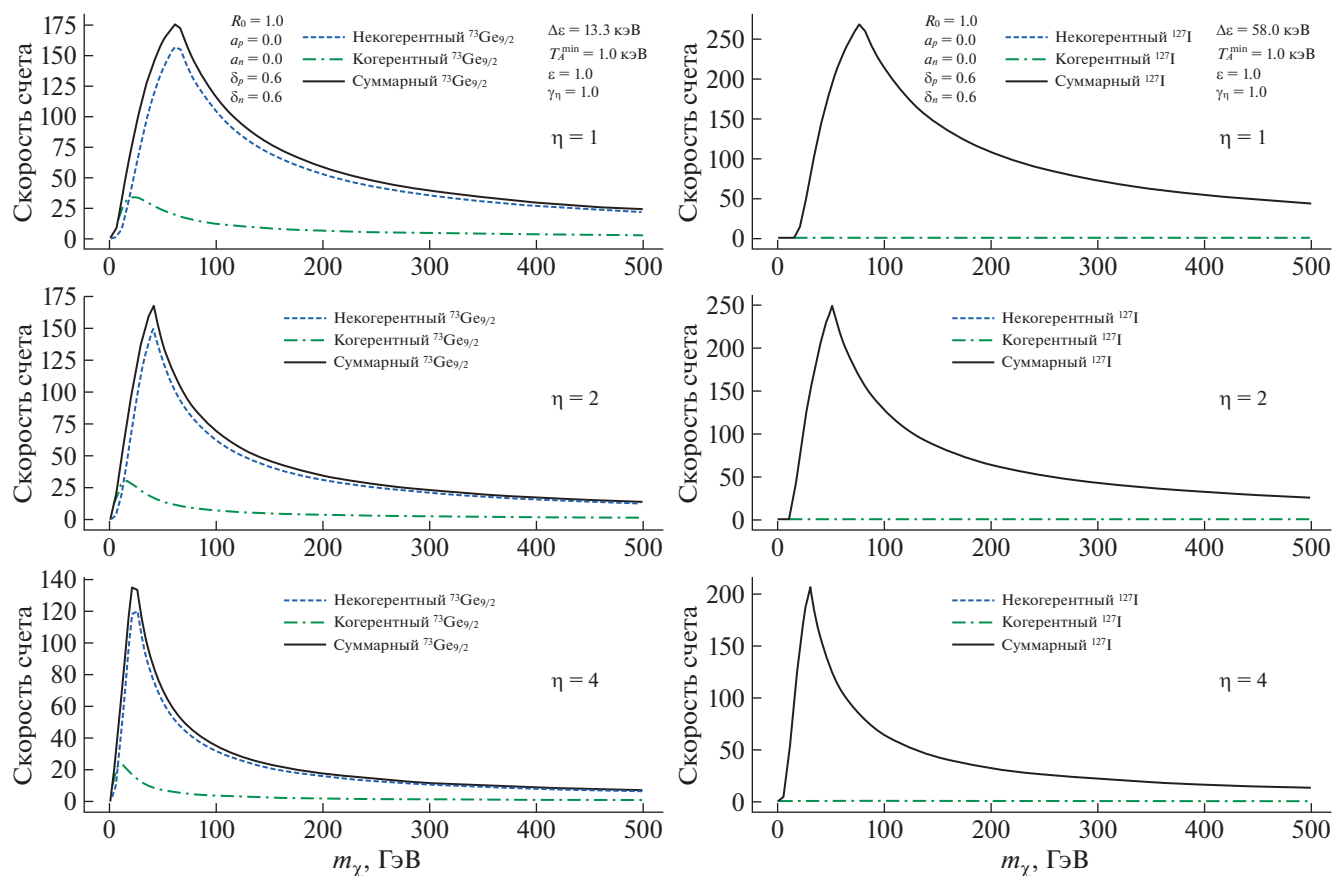


Рис. 16. То же, что и на рис. 14, но для аксиал-векторного χA -взаимодействия, при $\delta_n = \delta_p$.

из правила сохранения вероятности, когда сумма вероятностей всех неупругих подпроцессов и вероятности упругого процесса равна единице. Полнота “насыщения” этого совокупного неупругого сечения отдельными неупругими каналами (вкладами от переходов на различные разрешенные уровни) зависит от структуры уровней возбуждения конкретного ядра и энергии падающей частицы. Понятно, что такое насыщение не может быть численно воспроизведено со 100%-ой точностью. Было также отмечено, что примененная в данной работе формула Хельма заметно отличается от прецизионных расчетов в современных ядерных моделях [110] лишь в области достаточно больших энергий отдачи ядра, где абсолютные величины квадратов ядерных формфакторов не превышают значений 0.001, что делает это различие совершенно несущественным. Видно, что использование современных ядерных моделей для вычисления неупругих сечений дает результат, который всегда меньше полученных в данной работе оценок. Причина, как уже отмечалось, в том, что формализм [86–88] дает верхнюю границу полного неупругого сечения (т.е., где учтены все возможные неупругие каналы), поскольку вероятность всех вместе

взятых неупругих каналов рассеяния получается путем вычитания из единицы вероятности одного упругого канала реакции.

Отметим, что прецизионные расчеты неупругого сечения (и скорости счета событий) в рамках современных ядерных моделей не позволяют (пока) количественно контролировать переход от “когерентности к некогерентности”. Например, если “условие когерентности” удовлетворяется “с хорошей точностью”, то можно уверенно использовать “когерентные формулы”. В противном случае можно уверенно использовать “некогерентные формулы”. При этом никто не знает, что делать, если “условие когерентности” выполняется “с плохой точностью”. В формализме [86–88] нет необходимости в проверке “условия когерентности”, поскольку имеет место плавный переход от одного режима к другому.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Кратко сформулируем основные результаты. Напомним, что формализм [86–88], впервые предложенный для описания нейтрино-ядерного

взаимодействия, был обобщен в работе [90] на случай нерелятивистского⁹⁾ слабого взаимодействия массивной нейтральной частицы (χ -лептона) с ядром как составной системой. Это взаимодействие параметризовано в виде четырех эффективных констант связи, определяющих вклады в амплитуду вероятности процесса. Четырех различных типов скалярных произведений лептонных и нуклонных токов.

Благодаря прямому учету условия полноты квантовых состояний ядра независимо от конкретных деталей ядерной модели в рамках подхода [86–88, 90] удастся получить единое описание упругих (когерентных) и неупругих (некогерентных) процессов взаимодействия нейтрального χ -лептона с ядром.

Поведение когерентного и некогерентного вкладов в скорость счета событий искомого χA -взаимодействия определяется зависимостью от переданного ядру импульса нуклонных формфакторов ядра $F_{p/n}(\mathbf{q})$. Эти формфакторы регулируют плавный переход от режима упругого к режиму неупругого взаимодействия. С ростом энергии отдачи ядра T_A имеет место хорошо контролируемый переход от доминирования упругого χA -взаимодействия к доминированию неупругого χA -взаимодействия при нерелятивистском рассеянии массивной χ -частицы на ядре. Иными словами, с ростом T_A регистрируемые события будут менять свое “происхождение”. Если прибор настроен на регистрацию событий только упругого рассеяния, то при возрастании T_A он начинает терять возможность вообще что-либо регистрировать, так как упругих процессов становится все меньше и меньше. При этом заметно растет число неупругих процессов, которые такой прибор не способен детектировать. Например, если он не может регистрировать фотоны от снятия возбуждения ядер, или если энергия этих фотонов лежит вне зоны чувствительности детектора. Получается ситуация, когда есть искомые взаимодействия, но прибор их “не замечает”.

Возможна иная ситуация. Если после χA -рассеяния энергия отдачи ядра оказывается ниже порога регистрации детектора, т.е. $T_A < T_A^{\min}$, то упругий сигнал невозможно обнаружить. При таких “невидимых” T_A единственным свидетельством произошедшего χA -взаимодействия становится излучение от снятия возбуждения ядра, т.е. неупругий сигнал, хотя его интенсивность (при $T_A < T_A^{\min}$) может быть на порядок меньше интенсивности упругого сигнала. В целом, когда регистрируется только энергия отдачи ядра T_A ,

невозможно понять, какой процесс, упругий или неупругий, имел место.

В наиболее критическом виде это явление может проявляться в задаче прямого поиска темной материи, результаты которого обычно представляют в терминах спин-независимого и спин-зависимого сечений взаимодействия частицы темной материи с нуклонами.

В настоящей работе общие положения из [90] были трансформированы в конкретные предсказания для задачи прямого поиска частиц темной материи в земных условиях. При этом в иллюстративных целях помимо Стандартной модели распределения темной материи вблизи Земли (SHM) было рассмотрено влияние других модельных распределений, обладающих более высокими максимальными скоростями частиц темной материи. В отличие от работы [90] впервые в формализме [86–88] при расчете вклада неупругих процессов χA -взаимодействия было явным образом учтено влияние ненулевого значения энергии возбуждения (первого уровня) ядра-мишени. Возникающая жесткая кинематическая корреляция между этой энергией возбуждения и допустимыми значениями кинетической энергии отдачи возбужденного ядра заметным образом ограничивает возможности детектирования неупругого канала рядом ядер-мишеней.

Рассмотрены два основных варианта взаимодействия частицы темной материи с нуклонами [90]. Для спин-независимого скалярного взаимодействия частиц темной материи, одинакового для протонов и нейтронов, упомянутая выше плавная смена “наполнения” полной измеряемой скорости счета событий с ростом T_A представлена рис. 10. Она в этом (изоскалярном) случае не выглядит доминирующей. Более интересным оказывается скалярное χA -взаимодействие, где константы связи протона и нейтрона отличаются только знаком. Здесь, согласно рис. 11, плавная смена “наполнения” измеряемой скорости счета событий с ростом T_A хорошо видна. Неупругий вклад уже полностью доминирует при $T_A \geq 50\text{--}60$ кэВ. При этом суммарная дифференциальная скорость счета событий уменьшается незначительно. Это доминирование, особенно с ростом m_χ , хорошо видно на графиках полных скоростей счета событий на рис. 12.

Если частица темной материи взаимодействует с нуклонами ядра только спин-зависимым (аксиал-векторным) образом, то на ядрах с нулевым спином невозможно обнаружить взаимодействие этой частицы по упругому каналу. Единственный путь регистрации лежит через обнаружение ее неупругого взаимодействия с нуклонами. Более того, даже

⁹⁾Релятивистский вариант такого описания рассмотрен в работе [98].

если ядро имеет ненулевой спин, то упругий (пропорциональный квадрату спина ядра) вклад в скорость счета событий слабо виден на фоне неупругого (пропорционального атомной массе ядра A) вклада практически во всем интервале возможных значений T_A (см. рис. 13 и 15). Для суммарных интегральных скоростей счета событий, зависящих только от массы частицы темной материи m_χ , когерентный вклад практически не играет здесь никакой роли (рис. 16). Таким образом, в случае чисто аксиал-векторного χA -взаимодействия детекторы, традиционно ориентированные на регистрацию упругого спин-зависимого сигнала темной материи, ничего не смогут зарегистрировать, поскольку все потенциально “сигналообразующее” взаимодействие возможно только через неупругий канал, к которому такого сорта детекторы, как правило, нечувствительны. Здесь не исключена ситуация, когда искомые взаимодействия вполне могут иметь заметную (потенциально регистрируемую) интенсивность, но прибор, используемый для их поиска, к ним нечувствителен.

Истинный характер взаимодействия частиц темной материи с протонами и нейтронами лежит вне рамок Стандартной модели, и его еще только предстоит экспериментально определить. Поэтому помимо рассмотренных “классических” двух типов этого взаимодействия с константами связи $\alpha_{p/n}$ и $\delta_{p/n}$ вполне допустимы иные варианты взаимодействия, способные обеспечивать доминирование неупругого вклада в полную скорость счета событий. Они также могли бы представлять интерес с точки зрения регистрации темной материи.

Итак, по вышеприведенным причинам следует планировать эксперименты по прямому детектированию частиц темной материи в такой постановке, когда возможно одновременно детектирование двух сигналов. Первый сигнал — это энергия отдачи ядра T_A от упругого взаимодействия, второй — γ -кванты с вполне определенной энергией от снятия ядерного возбуждения в сопровождении с энергией отдачи (возбужденного) ядра T_{A^*} , которая, как правило, заметно больше, чем T_A . Результат такого эксперимента даст наиболее полную информацию о произошедшем χA -взаимодействии.

Напомним также, что решающее значение для действительной регистрации взаимодействия частиц темной материи из нашей галактики с ядерной мишенью имеет положительная сигнатура этого процесса [19, 29], выраженная сегодня только в виде годовой модуляции наблюдаемого сигнала, причем в контексте настоящего обсуждения как его упругого (когерентного), так/или его неупругого (некогерентного) вкладов [99, 100].

Автор выражает глубокую благодарность Д.В. Наумову, Е.А. Якушеву, Н.А. Русаковичу и

И.В. Титковой за обсуждения, важные замечания и помощь в оформлении рукописи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. T. Bringmann and C. Weniger, *Phys. Dark Univ.* **1**, 194 (2012); arXiv: 1208.5481.
2. Y. Sofue, arXiv: 1504.05368.
3. R. Feldmann and D. Spolyar, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **446**, 1000 (2015); arXiv: 1310.2243.
4. M. Madhavacheril *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **114**, 151302 (2015); arXiv: 1411.7999.
5. J. L. Feng, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **48**, 495 (2010); arXiv: 1003.0904.
6. B. Famaey, arXiv: 1501.01788.
7. S. Cebrián, *J. Phys.: Conf. Ser.* **2502**, 012004 (2023); arXiv: 2205.06833.
8. R. Bernabei *et al.*, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **114**, 103810 (2020).
9. R. Bernabei, *Physics* **15**, 10 (2014); arXiv: 1412.6524.
10. N. Arkani-Hamed, D. P. Finkbeiner, T. R. Slatyer, and N. Weiner, *Phys. Rev. D* **79**, 015014 (2009); arXiv: 0810.0713.
11. B. Hoeneisen, arXiv: 1502.07375.
12. M. Livio and J. Silk, *Nature* **507**, 29 (2014); arXiv: 1404.2591.
13. R. Bernabei *et al.*, *Int. J. Mod. Phys. A* **37**, 2240015 (2022).
14. T. R. Slatyer, *SciPost Phys. Lect. Notes* **53**, 1 (2022); arXiv: 2109.02696.
15. J. Cooley, *SciPost Phys. Lect. Notes* **55**, 1 (2022); arXiv: 2110.02359.
16. G. Bertone, D. Hooper, and J. Silk, *Phys. Rept.* **405**, 279 (2005); hep-ph/0404175.
17. A. K. Drukier, K. Freese, and D. N. Spergel, *Phys. Rev. D* **33**, 3495 (1986).
18. G. B. Gelmini, arXiv: 1502.01320.
19. V. A. Bednyakov, *Phys. Part. Nucl.* **47**, 711 (2016); arXiv: 1505.04380.
20. C. Boehm, D. G. Cerdezo, P. A. N. Machado, A. Campo, D. Olivares, and E. Reid, *JCAP* **1901**, 043 (2019); arXiv: 1809.06385.
21. D. K. Papoulias, R. Sahu, T. S. Kosmas, V. K. B. Kota, and B. Nayak, *Adv. High Energy Phys.* **2018**, 6031362 (2018); arXiv: 1804.11319.
22. W. H. Dai *et al.*, arXiv: 2209.00861.
23. M. J. Zurowski, E. Barberio, and G. Busoni, *JCAP* **12**, 014 (2020); arXiv: 2005.10404.
24. A. Aboubrahim, L. Althueser, M. Klasen, P. Nath, and C. Weinheimer, arXiv: 2207.08621.
25. F. Kahlhoefer, F. Reindl, K. Schaffner, K. Schmidt-Hoberg, and S. Wild, *JCAP* **05**, 074 (2018); arXiv: 1802.10175.
26. V. Bednyakov, *Phys. Part. Nucl.* **44**, 220 (2013); arXiv: 1207.2899.
27. K. Freese, J. A. Frieman, and A. Gould, *Phys. Rev. D* **37**, 3388 (1988).
28. N. Spooner, *J. Phys. Soc. Jap.* **76**, 111016 (2007); arXiv: 0705.3345.
29. V. A. Bednyakov, arXiv: 2003.09422.

30. G. E. Lawrence, A. R. Duffy, C. A. Blake, and P. F. Hopkins, arXiv: 2207.07644.
31. P. Cushman, C. Galbiati, D. McKinsey, H. Robertson, T. Tait, *et al.*, arXiv: 1310.8327.
32. T. Saab, arXiv: 1203.2566.
33. N. Hurtado, H. Mir, I. M. Shoemaker, E. Welch, and J. Wyenberg, Phys. Rev. D **102**, 015006 (2020); arXiv: 2005.13384.
34. P. Du, D. Egana-Ugrinovic, R. Essig, and M. Sholapurkar, Phys. Rev. X **12**, 011009 (2022); arXiv: 2011.13939.
35. M. Baryakhtar, A. Berlin, H. Liu, and N. Weiner, JHEP **2206**, 047 (2022); arXiv: 2006.13918.
36. A. Majumdar, D. K. Papoulias, and R. Srivastava, arXiv: 2112.03309.
37. G. Afek, D. Carney, and D. C. Moore, Phys. Rev. Lett. **128**, 101301 (2022); arXiv: 2111.03597.
38. G. F. Giudice, D. Kim, J.-C. Park, and S. Shin, Phys. Lett. B **780**, 543 (2018); arXiv: 1712.07126.
39. J.-W. Wang, A. Granelli, and P. Ullio, Phys. Rev. Lett. **128**, 221104 (2022); arXiv: 2111.13644.
40. J.-C. Feng, X.-W. Kang, C.-T. Lu, Y.-L. S. Tsai, and F.-S. Zhang, JHEP **2204**, 080 (2022); arXiv: 2110.08863.
41. T. Emken, J. Frerick, S. Heeba, and F. Kahlhoefer, Phys. Rev. D **105**, 055023 (2022); arXiv: 2112.06930.
42. A. Granelli, P. Ullio, and J.-W. Wang, arXiv: 2202.07598.
43. A. Filimonova, S. Junius, L. Lopez Honorez, and S. Westhoff, JHEP **2206**, 048 (2022); arXiv: 2201.08409.
44. N. F. Bell, J. B. Dent, B. Dutta, J. Kumar, and J. L. Newstead, arXiv: 2208.08020.
45. S. Tsuchida, N. Kanda, Y. Itoh, and M. Mori, Phys. Rev. D **101**, 023005 (2020); arXiv: 1909.00654.
46. A. Coskuner, T. Trickle, Z. Zhang, and K. M. Zurek, Phys. Rev. D **105**, 015010 (2022); arXiv: 2102.09567.
47. E. E. Boos, V. E. Bunichev, and S. S. Trykov, arXiv: 2205.07364.
48. V. V. Flambaum, B. T. McAllister, I. B. Samsonov, and M. E. Tobar, arXiv: 2207.14437.
49. X. Fan, G. Gabrielse, P. W. Graham, R. Harnik, T. G. Myers, H. Ramani, B. A. D. Sukra, S. S. Y. Wong, and Y. Xiao, arXiv: 2208.06519.
50. C. Blanco, R. Essig, M. Fernandez-Serra, H. Ramani, and O. Slone, arXiv: 2208.05967.
51. J. Billard, M. Pyle, S. Rajendran, and H. Ramani, arXiv: 2208.05485.
52. H. M. Araújo *et al.*, arXiv: 2207.08284.
53. D. Bardhan, S. Bhowmick, D. Ghosh, A. Guha, and D. Sachdeva, arXiv: 2208.09405.
54. G. Krnjaic *et al.*, arXiv: 2207.00597.
55. A. Fuss, M. Kaznatcheeva, F. Reindl, and F. Wagner, arXiv: 2202.05097.
56. E. Armengaud *et al.*, arXiv: 2203.03993.
57. H. Lattaud *et al.*, PoS VEPS-HEP2021, 153 (2022).
58. E. Armengaud *et al.*, Phys. Rev. D **99**, 082003 (2019); arXiv: 1901.03588.
59. E. Aprile *et al.*, Phys. Rev. Lett. **123**, 251801 (2019); arXiv: 1907.11485.
60. C. Cheng *et al.*, Phys. Rev. Lett. **126**, 211803 (2021); arXiv: 2101.07479.
61. D. Kim and K. T. Matchev, Phys. Rev. D **98**, 055018 (2018); arXiv: 1712.07620.
62. J. Berger *et al.*, arXiv: 2207.02882.
63. T. Bringmann and M. Pospelov, Phys. Rev. Lett. **122**, 171801 (2019).
64. Z.-H. Lei, J. Tang, and B.-L. Zhang, Chin. Phys. C **46**, 085103 (2022); arXiv: 2008.07116.
65. C. Xia, Y.-H. Xu, and Y.-F. Zhou, Nucl. Phys. B **969**, 115470 (2021); arXiv: 2009.00353.
66. C. V. Cappiello and J. F. Beacom, Phys. Rev. D **100**, 103011 (2019); arXiv: 1906.11283; Phys. Rev. D **104**, 069901 (Erratum) (2021).
67. Y. Ema, F. Sala, and R. Sato, Phys. Rev. Lett. **122**, 181802 (2019); arXiv: 1811.00520.
68. J. B. Dent, B. Dutta, J. L. Newstead, and I. M. Shoemaker, Phys. Rev. D **101**, 116007 (2020); arXiv: 1907.03782.
69. X. Cui *et al.*, Phys. Rev. Lett. **128**, 171801 (2022); arXiv: 2112.08957.
70. P. Gondolo and J. Silk, Phys. Rev. Lett. **83**, 1719 (1999); arXiv: astro-ph/9906391.
71. K. Agashe, Y. Cui, L. Necib, and J. Thaler, JCAP **10**, 062 (2014); arXiv: 1405.7370.
72. C. Kouvaris, Phys. Rev. D **92**, 075001 (2015); arXiv: 1506.04316.
73. H. An, M. Pospelov, J. Pradler, and A. Ritz, Phys. Rev. Lett. **120**, 141801 (2018); arXiv: 1708.03642; Phys. Rev. Lett. **121**, 259903 (Erratum) (2018).
74. T. Emken, C. Kouvaris, and N. G. Nielsen, Phys. Rev. D **97**, 063007 (2018); arXiv: 1709.06573.
75. C. Xia, Y.-H. Xu, and Y.-F. Zhou, arXiv: 2206.11454.
76. R. Xu *et al.*, arXiv: 2201.01704.
77. S. Bhowmick, D. Ghosh, and D. Sachdeva, arXiv: 2301.00209.
78. W. Wang, L. Wu, J. M. Yang, H. Zhou, and B. Zhu, JHEP **2012**, 072 (2020); arXiv: 1912.09904; JHEP **2102**, 052 (Erratum) (2021).
79. G. Elor, R. McGehee, and A. Pierce, arXiv: 2112.03920.
80. P.-K. Hu, A. Kusenko, and V. Takhistov, Phys. Lett. B **768**, 18 (2017); arXiv: 1611.04599.
81. L. Singh *et al.*, Phys. Rev. D **99**, 032009 (2019); arXiv: 1808.02719.
82. Y. Cui, D. E. Morrissey, D. Poland, and L. Randall, JHEP **0905**, 076 (2009); arXiv: 0901.0557.
83. S. Kang, S. Scopel, and G. Tomar, Phys. Rev. D **99**, 103019 (2019); arXiv: 1902.09121.
84. N. F. Bell, J. B. Dent, B. Dutta, S. Ghosh, J. Kumar, J. L. Newstead, and I. M. Shoemaker, Phys. Rev. D **104**, 076020 (2021); arXiv: 2108.00583.
85. J. L. Feng, arXiv: 2212.02479.
86. V. A. Bednyakov and D. V. Naumov, Phys. Rev. D **98**, 053004 (2018); arXiv: 1806.08768.
87. V. A. Bednyakov and D. V. Naumov, Phys. Part. Nucl. Lett. **16**, 638 (2019); arXiv: 1904.03119.

88. V. A. Bednyakov and D. V. Naumov, Phys. Part. Nucl. **52**, 39 (2021); arXiv: 2021.0000.
89. V. A. Bednyakov, D. V. Naumov, and I. V. Titkova, Phys. At. Nucl. **84**, 314 (2021).
90. V. A. Bednyakov, Phys. Part. Nucl. **54**, 273 (2023); arXiv: 2023.11201.
91. J. D. Lewin and P. F. Smith, Astropart. Phys. **6**, 87 (1996).
92. V. A. Bednyakov, Phys. Part. Nucl. **52**, 847 (2021).
93. J. D. Vergados, J. Phys. G **22**, 253 (1996); hep-ph/9504320.
94. L. Baudis, Phys. Dark Univ. **1**, 94 (2012); arXiv: 1211.7222.
95. M. Tanabashi *et al.*, Phys. Rev. D **98**, 030001 (2018).
96. N. W. Evans, C. A. J. O'Hare, and C. McCabe, Phys. Rev. D **99**, 023012 (2019); arXiv: 1810.11468.
97. C. A. J. O'Hare, C. McCabe, N. W. Evans, G. Myeong, and V. Belokurov, Phys. Rev. D **98**, 103006 (2018); arXiv: 1807.09004.
98. V. A. Bednyakov, Phys. Part. Nucl. **54**, 803 (2023); arXiv: 2303.10943.
99. R. Sahu, D. K. Papoulias, V. K. B. Kota, and T. S. Kosmas, Phys. Rev. C **102**, 035501 (2020); arXiv: 2004.04055.
100. R. Sahu, V. K. B. Kota, and T. S. Kosmas, Particles **4**, 75 (2021); arXiv: 2009.10522.
101. R. H. Helm, Phys. Rev. **104**, 1466 (1956).
102. P. F. Smith and J. D. Lewin, Phys. Rept. **187**, 203 (1990).
103. V. Bednyakov and H. Klapdor-Kleingrothaus, Phys. Part. Nucl. **40**, 583 (2009); arXiv: 0806.3917.
104. R. Bernabei *et al.*, arXiv: 2209.00882.
105. V. A. Bednyakov, arXiv: 2305.02050.
106. C. McCabe, JCAP **05**, 033 (2016); arXiv: 1512.00460.
107. L. Baudis, G. Kessler, P. Klos, R. F. Lang, J. Menéndez, S. Reichard, and A. Schwenk, Phys. Rev. D **88**, 115014 (2013); arXiv: 1309.0825.
108. E. Aprile *et al.*, Phys. Rev. D **103**, 063028 (2021); arXiv: 2011.10431.
109. T. W. Donnelly and J. D. Walecka, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **25**, 329 (1975).
110. B. Dutta, W.-C. Huang, J. L. Newstead, and V. Pandey, arXiv: 2206.08590.

ON IMPORTANCE OF THE INELASTIC INTERACTIONS IN THE DIRECT DARK MATTER SEARCH

V. A. Bednyakov¹⁾

¹⁾ *Dzhelepov Laboratory of Nuclear Problems, JINR, 141980, Dubna, Russia*

Based on the previously proposed description of weakly interacting massive particles' scattering off nuclei explicit expressions are obtained for the event rates expected in experiments aimed at direct detection of dark matter (DM) particles. These expressions allow one to estimate the rates taking into account simultaneously elastic (coherent) and inelastic (incoherent) channels of DM particle interaction with target nucleus. For the first time in this approach nonzero nuclear excitation energies are used in the calculation of the inelastic scattering contributions. A strong correlation between the excitation energy and the recoil energy of the excited nucleus limits the possibility of the inelastic channel detection with a number of nuclei. Together with the standard model of the DM distribution in the Galaxy some other models are considered, which allow higher velocities of the DM particle. As the recoil energy of the nucleus, T_A , increases, the dominance of the elastic interaction channel is smoothly replaced by the dominance of the inelastic one. Therefore, if a DM detector is set up to detect only elastic scattering events, it starts to lose capability of "seeing" anything. The only way to "notice" the interaction remains the γ radiation from the deexcitation of the target nucleus. In the case of spin-independent DM interaction, as T_A increases, the inelastic contribution quickly dominates, while the observable differential event rate decreases quite insignificantly. If the DM particle interacts with (zero-spin) nuclei only spin-dependently, the detectors focused on registration of the elastic spin-dependent DM signal will see nothing, since the entire signal "goes through" the inelastic channel. It looks like the desired DM interaction could have a noticeable intensity, but the DM detector is unable to detect it. Therefore, a setup aimed at the direct DM detection should register two signals. The first is the nuclear recoil energy and the second is the γ -quanta with a certain energy from the target nucleus deexcitation. The experiment will provide the complete information about the DM interaction.