= ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ И ПОЛЯ =

СВЯЗЬ ДИПОЛЬНЫХ ПОЛЯРИЗУЕМОСТЕЙ ЗАРЯЖЕННЫХ И НЕЙТРАЛЬНЫХ *π*-МЕЗОНОВ

© 2023 г. Л. В. Фильков^{1)*}

Поступила в редакцию 27.04.2023 г.; после доработки 23.05.2023 г.; принята к публикации 07.06.2023 г.

Используя факт, что вклад состояний с изоспином I = 0 в разность амплитуд процессов $\gamma \gamma \rightarrow \pi^+ \pi^-$ и $\gamma \gamma \rightarrow \pi^0 \pi^0$ очень мал, проанализированы правила сумм для разности между дипольными поляризуемостями заряженных и нейтральных пионов как функции параметров σ -мезона. Принимая во внимание значение киральной теории возмущений для $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^0} = -1.9$, получено $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^\pm} = 9.4 - 8.2$ для значений параметров σ -мезона в области $m_{\sigma} = 400 - 550$ МэВ, $\Gamma_{\sigma} = 400 - 600$ МэВ, $\Gamma_{\sigma \to \gamma\gamma} = 0 - 3$ кэВ. Оценка оптимального значения ширины распада $\sigma \to \gamma\gamma$ дала $\Gamma_{\sigma \to \gamma\gamma} \lesssim 0.7$ кэВ.

DOI: 10.31857/S0044002723060119, EDN: 0TALSW

1. ВВЕДЕНИЕ

Поляризуемости пионов являются фундаментальными структурными параметрами, характеризующими поведение пиона во внешнем электромагнитном поле. Дипольные поляризуемости возникают как $O(\nu_1\nu_2)$ -члены в разложении неборновских амплитуд комптоновского рассеяния по степеням начальной и конечной энергий фотона ν_1 и ν_2 . В терминах электрической α_1 и магнитной β_1 дипольных поляризуемостей соответствующее эффективное взаимодействие имеет форму:

$$H_{\rm eff}^{(2)} = -\frac{1}{2} 4\pi \left(\alpha_1 \mathbf{E}^2 + \beta_1 \mathbf{H}^2 \right).$$
(1)

Эти параметры даны в единицах 10^{-4} фм³.

Значения поляризуемостей пиона очень чувствительны к предсказаниям различных теоретических моделей. Поэтому аккуратное экспериментальное их определение очень важно для исследования обоснованности таких моделей.

Поляризуемость заряженных пионов была впервые экспериментально определена в работе [1] при анализе процесса рассеяния пионов с высокой энергией в кулоновском поле тяжелых ядер ($\pi^- A \to \gamma \pi^- A'$), благодаря эффекту Примакова. Этот эксперимент был проведен при энергии пионов, равной $E_{\text{beam}} = 40$ ГэВ.

Поперечное сечение этого процесса имеет кулоновский пик при $Q^2 = (p_A - p'_A)^2 = 2Q^2_{\min}$ с шириной, равной $\simeq 6.8Q^2_{\min}$, где $Q^2_{\min} = (s - \mu^2)^2 / (4E^2_{\text{beam}})$, и *s* обозначает квадрат полной энергии процесса $\gamma + \pi^{\pm} \rightarrow \gamma + \pi^{\pm}$. В результате было получено $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^{\pm}} = 13.6 \pm \pm 2.8 \pm 2.4$. Этот эксперимент [1] был проведен при $Q_{\text{cut}}^2 < 6 \times 10^{-4} \ (\Gamma \Rightarrow \text{B}/c)^2$. События в области $Q^2(2-8) \times 10^{-3} \ (\Gamma \Rightarrow \text{B}/c)^2$ были использованы для оценки фона сильных взаимодействий.

Полученный результат близок к значениям, наблюденным при радиационном фоторождении пионов на протонах ($\gamma p \rightarrow \gamma \pi^+ n$) [2] и равным 11.6 \pm $\pm 1.5_{\text{stat}} \pm 3.0_{\text{syst}} \pm 0.5_{\text{mod}}$.

С другой стороны, эти значения отличаются от предсказаний киральной теории возмущений ((4.7-6.7)[3]).

Эксперимент Физического института им. П. Н. Лебедева по радиационному фоторождению на протоне [4] дал $\alpha_{1\pi^+} = 20 \pm 12$. Это значение имеет большую ошибку, но тем не менее также показывает расхождение с ChPTпредсказанием.

Результат коллаборации COMPASS [5] для электрической поляризуемости заряженного пиона $\alpha_{\pi} = 2.0 \pm 0.6_{\text{stat}} \pm 0.7_{\text{syst}}$ был получен, также изучая рассеяние π^- -мезона в кулоновском поле тяжелых ядер, предполагая, что $\alpha_1 = -\beta_1$. Это значение противоречит результату, полученному в очень похожем эксперименте в Серпухове [1], а также результату работы [2].

СОМРАЅ S-эксперимент был проведен с энергией $E_{\rm beam} = 190$ ГэВ. Для таких значений $E_{\rm beam}$ величина $Q_{\rm min}^2$ (COMPASS) должна быть в 22.5 раз меньше, чем $Q_{\rm min}^2$ (Serpukhov). В этом эксперименте [5] авторы рассматривали $Q^2 \lesssim 0.0015$ (ГэВ/c)².

¹⁾Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук, Москва, Россия.

^{*}E-mail: filkovlv@lebedev.ru

В работе [6] показано, что интерференция кулоновской амплитуды с когерентной ядерной амплитудой важна для $0.0005 \leq Q \leq 0.0015$ (ГэВ/с)².

В работах [6–8] предполагается, что правильным описанием амплитуды сильных взаимодействий является модель Глаубера (упругое множественное рассеяние в ядре). Условия и ограничения приближения Глаубера обсуждаются в классической статье о дифракции U. Amaldi, M. Jacob и G. Matthiae [9]. При высоких энергиях фазы сильных взаимодействий становятся комплексными и приобретают дополнительную энергетически зависимую фазу.

Это означает, что при высоких энергиях, а энергия налетающего пиона COMPASS-эксперимента 180 ГэВ является высокой, фаза сильного взаимодействия становится комплексной, и суммарная амплитуда требует учета множественного рассеяния и будет комплексной, т.е. неизвестные фазы появляются.

COMPASS-эксперимент должен рассматривать интерференцию кулоновской и сильных амплитуд. Без реального фита данных невозможно оценить эффект модельной зависимости дифракционного фона [7, 10].

Поляризуемость заряженных пионов может быть так же найдена, изучая процесс $\gamma\gamma \rightarrow$ $\rightarrow \pi^+\pi^-$. Исследование процесса $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$ при низких и средних энергиях было проведено в рамках различных теоретических моделей и, в частности, в рамках дисперсионных соотношений (д.с.). В работах [11-15] мы анализировали процессы $\gamma \gamma \to \pi^0 \pi^0$ и $\gamma \gamma \to \pi^+ \pi^-$, используя д.с. с вычитанием для инвариантных амплитуд М₊₊ и M_{+-} без разложения на парциальные волны. Вычитательные константы однозначно определялись в этих работах через поляризуемости пионов. Значения поляризуемостей были получены из фита экспериментальных данных процессов $\gamma\gamma \rightarrow$ $\rightarrow \pi^+\pi^-$ и $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$ в области энергий до 2500 и 2250 МэВ соответственно. Как результат было найдено $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^{\pm}} = 13.0^{+2.6}_{1.9}$ и $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^0} = -1.6 \pm 2.2$. Этот результат для $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^{\pm}}$ находится в хорошем согласии со значениями, полученными в работах [1, 2, 4], и противоречит предсказаниям киральной теории возмущений.

В работах [16—19] дипольные поляризуемости заряженных пионов были определены из анализа экспериментальных данных процесса $\gamma \gamma \rightarrow \pi^+ \pi^-$ в области полной энергии $\sqrt{t} < 700 \text{ M}$ эВ (где t—квадрат полной энергии в $\gamma \gamma$ с.м. системе).

Полученные в этих работах результаты близки к предсказаниям киральной теории возмущений [3, 20]. Однако значения экспериментальных поперечных сечений процесса $\gamma \gamma \rightarrow \pi^+ \pi^-$ в этой области

[21-24] очень неоднозначны и, как было показано в [15, 17], даже изменение этих полученных значений более чем на 100% является еще сравнимо с имеющимся коридором ошибок. Поэтому необходимо рассмотреть другие дополнительные возможности определения $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^{\pm}}$.

Такая информация могла бы быть получена из анализа этих параметров из дисперсионных правил сумм (д.п.с.). Однако большой вклад в д.п.с. для $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^{\pm}}$ дает σ -мезон, который может быть очень широким, и это может приводить к дополнительным неопределенностям при вычислении д.п.с.

С другой стороны, если мы рассмотрим разницу между поляризуемостями заряженных и нейтральных пионов $\Delta((\alpha_1 - \beta_1)) = ((\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^{\pm}} - (\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^0})$, то вклад мезонов с изотопическим спином I = 0 в *t*-канале в эту разницу равен 0 [25, 26], когда массы заряженного и нейтральных мезонов равны друг другу. Как результат, модельная зависимость $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^{\pm}}$ будет существенно уменьшена.

В настоящей работе мы исследуем DSR для $\Delta((\alpha_1 - \beta_1))$ как функцию параметров σ -мезона, когда массы заряженного и нейтрального пионов не равны друг другу. Как будет показано, вклад σ -мезона оказывается также мал и мы можем найти реалистическое ограничение на величину $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^{\pm}}$.

2. ДИСПЕРСИОННЫЕ ПРАВИЛА СУММ ДЛЯ ПОЛЯРИЗУЕМОСТЕЙ ПИОНОВ

Мы будем рассматривать амплитуды M_{++} и M_{+-} . Эти амплитуды не имеют ни кинематических сингулярностей, ни нулей [27]. Между амплитудами процессов $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$, $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$ и амплитудами с изоспинами I = 0 и I = 2 существуют следующие соотношения:

$$F_{C} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(F^{0} + \frac{1}{\sqrt{2}} F^{2} \right), \qquad (2)$$
$$F_{N} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(F^{0} - \sqrt{2} F^{2} \right).$$

Дипольные поляризуемости (α_1 и β_1) определяются [14, 28] в результате разложения неборновских амплитуд комптоновского рассеяния на пионе по степеням t при фиксированном $s = \mu^2$:

$$M_{++} (s = \mu^{2}, t) = 2\pi\mu (\alpha_{1} - \beta_{1}) + \mathcal{O}(t), \quad (3)$$
$$M_{\pm} (s = \mu^{2}, t) = 2\frac{\pi}{\mu} (\alpha_{1} + \beta_{1}) + \mathcal{O}(t),$$

где μ^2 — масса пиона (разные массы для π^0 и π^{\pm}), $t+s+u=2\mu^2$.

Дисперсионные правила сумм для разности дипольных поляризуемостей были получены в работе [13], используя д.с. при фиксированном $u = \mu^2$ без вычитания для амплитуд M_{++} . В этом случае Редже-полюсная модель позволяет использовать д.с. без вычитания [27]. Такие д.с. равны:

$$(\alpha_{1} - \beta_{1}) = (4)$$

$$= \frac{1}{2\pi^{2}\mu} \Biggl\{ \int_{4\mu^{2}}^{\infty} \frac{\operatorname{Im} M_{++} (t', u = \mu^{2}) dt'}{t'} + \int_{4\mu^{2}}^{\infty} \frac{\operatorname{Im} M_{++} (s', u = \mu^{2}) ds'}{s' - \mu^{2}} \Biggr\}.$$

Как очевидно из (2), вклад изоскалярных мезонов в разность $\Delta((\alpha_1 - \beta_1))$ равен 0 (если массы заряженных и нейтральных мезонов равны). Мы будем изучать случай, когда эти массы не равны друг другу.

Дисперсионные соотношения в *s*-канале для заряженных пионов насыщались вкладами $\rho(770)$ -, $b_1(1235)$ -, $a_1(1260)$ - и $a_2(1320)$ -мезонов, а для π^0 -мезона вкладами ρ -, $\omega(782)$ -, ϕ -, $h_1(1170)$ и $b_1(1235)$ -мезонов. В *t*-канале рассматривались вклады σ -, $f_0(980)$ -, $f'_0(1370)$ -мезонов как для заряженных, так и нейтральных пионов.

Кроме того, мы учли нерезонансный *S*-волновой вклад двух заряженных пионов в *t*-канале.

Параметры ρ -, ω -, ϕ -, b_1 - и a_2 -мезонов даны в [29]. Для $a_1(1260)$ -мезона мы взяли $m_{a_1} =$ = 1230 МэВ [29], $\Gamma_{a_1} = 425$ МэВ (среднее значение в [29]), $\Gamma_{a_1 \to \gamma \pi^{\pm}} = 0.64$ МэВ [30].

Параметры $f_0(980)$ - и $f'_0(1370)$ -мезонов взяты следующим образом:

 $f_0(980)$: $m_{f_0} = 980$ МэВ [29], $\Gamma_{f_0} = 70$ МэВ (среднее значение из [29]), $\Gamma_{f_0 \to \gamma\gamma} = 0.56 \times 10^{-3}$ МэВ, $\Gamma_{f_0 \to \pi\pi} = 0.84\Gamma_{f_0}$ [31], $\Gamma_{f_0 \to K\bar{K}} = 0.16\Gamma_{f_0}$;

 $\begin{array}{ll} f_0'(1370): & m_{f_0'(1370)} = 1430 & \text{M} \ni \text{B}, \ \Gamma_{f_0'(1370)} = \\ = 145 \ \text{M} \ni \text{B}, \ \Gamma_{f_0'(1370) \to \gamma \gamma} = 0.54 \times 10^{-5} \ \text{M} \ni \text{B} \ [32], \\ \Gamma_{f_0'(1370) \to \pi \pi} = 0.26 \Gamma_{f_0'(1370)} \ [33]. \end{array}$

Масса и полная ширина распада $h_1(1170)$ мезона взяты из [29]: $m_{h_1} = 1170$ МэВ, $\Gamma_{h_1} = 360$ МэВ. Распад $h_1 \rightarrow \gamma \pi^0$ еще не был наблюден, и мы использовали ширину распада согласно работе [19]:

$$\Gamma_{h_1 \to \gamma \pi^0} = \frac{e^2}{4\pi} C_{h_1} \frac{\left(m_{h_1}^2 - m_{\pi^0}^2\right)^3}{3m_{h_1}^3}, \qquad (5)$$

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 86 № 6 2023

где коэффициент C_{h_1} может быть оценен, используя нонет-симметрию [19, 34]:

$$C_{h_1}(1170) \simeq 9C_{b_1(1235)} \simeq 0.45.$$
 (6)

Как результат получаем $\Gamma_{h_1 \to \gamma \pi^0} \simeq 1.6845 \pm \pm 0.44 \text{ МэВ.}$

Недавно было проведено множество работ по изучению σ -мезона (см., например, [35–39]). Средние значения параметров σ -мезона приведены в работе [39]:

 $m_{\sigma} = 446 \pm 6, \quad \Gamma_{\sigma}/2 = 276 \pm 5.$ (7)

Выражения для мнимых частей резонансных амплитуд приведены в Приложении.

Кроме вклада σ -, f(980) и $f'_0(1370)$ -мезонов мы учли нерезонансный вклад S-волн с изоспином I = 0 и 2, согласно диаграммам на рис. 1.

Следует отметить, что вершины σ , f(980) и $f'_0(1370)$ мезонных полюсов в дисперсионном приближении включают полную динамику переходов на массовой поверхности. В этом случае нет необходимости рассматривать прямой и перерассеянный механизмы в отдельности. Согласно условию унитарности мнимая часть амплитуды M_{++} для $\pi^+\pi^-$ петлевых диаграмм на рис. 1 может быть записана как

Im
$$M_{++}^{(s)} = \mathcal{B} \operatorname{Re} T_{\pi^+\pi^- \to \pi\pi},$$
 (8)

где $\mathcal{B} \equiv \mathcal{B} (\gamma \gamma \to \pi^+ \pi^-)$ является вкладом борновской амплитуды в *S*-волну $\gamma \gamma \to \pi^+ \pi^-$ -амплитуды и равна:

$$\mathcal{B} = \left(\frac{e^2}{4\pi}\right) \frac{m_{\pi^{\pm}}^2}{t^2} \ln\left(\frac{1+q/q_0}{1-q/q_0}\right),$$
 (9)

где $q(q_0)$ есть импульс (энергия) π -мезона. Борновская амплитуда может быть выражена в терминах амплитуд с изоспином I = 0 и I = 2 как

$$\mathcal{B} = \sqrt{2/3}B^{(I=0)} + \sqrt{1/3}B^{(I=2)}.$$
 (10)

Принимая во внимание, что

$$\mathcal{B}(\gamma\gamma \to \pi^0 \pi^0) = \sqrt{2/3}B^{(I=0)} - (11) - 2/\sqrt{3}B^{(I=2)} = 0,$$

получаем [40]

$$B^{(I=0)} = \sqrt{2/3}\mathcal{B}, \quad B^{(I=2)} = \sqrt{1/3}\mathcal{B}.$$
 (12)

Амплитуды $\pi\pi$ -рассеяния выражаются через амплитуды в изотопическом пространстве $T^{(I=0)}$ и $T^{(2)}$ следующим образом:

$$T_{\pi^{+}\pi^{-}\to\pi^{+}\pi^{-}} = \frac{2}{3} \left(T^{(0)} + \frac{1}{2} T^{(2)} \right), \qquad (13)$$
$$T_{\pi^{+}\pi^{-}\to\pi^{0}\pi^{0}} = -\frac{2}{3} \left(T^{(0)} - T^{(2)} \right).$$



Рис. 1. *S*-волновые вклады.

Согласно соотношениям (10) и (13) мнимые части $\pi\pi$ -петель дают вклад в S-волны амплитуды M_{++} как

$$\operatorname{Im} M_{++}^{(s)} \left(\gamma \gamma \to \pi^0 \pi^0 \right) = \tag{14}$$

$$= \frac{4}{9} \mathcal{B} \text{Re} \left(T^{(0)} - \frac{1}{2} T^{(2)} \right),$$

Im $M_{++}^{(s)} \left(\gamma \gamma \to \pi^+ \pi^- \right) =$ (15)

$$= \frac{1}{9} \mathcal{B} \operatorname{Re} \left(4T^{(0)} + T^{(2)} \right).$$
(10)

Амплитуды $T^{(0)}$ и $T^{(2)}$ могут быть представлены как

Re
$$T^{(I)} = \frac{q_0}{q} \eta_I \cos \delta_0^I(t) \sin \delta_0^I(t)$$
, (16)

где $\delta_0^I(t)$ — фазовый сдвиг *S*-волны π -рассеяния с изоспином *I* и η_I — неупругость.

Выражение для сдвига фаз $\delta_0(t)$ определено, используя параметризацию работы [41]. При низких энергиях $t \lesssim 4m_k^2$ имеем

$$\operatorname{ctg} \delta_0^0(t) = \frac{\sqrt{t}}{2q} \frac{\mu^2}{\left(t - \frac{1}{2}\mu^2\right)} \times$$
(17)

$$\times \left\{ \frac{\mu}{\sqrt{t}} + B_0 + B_1 w(t) + B_2 w(t)^2 + B_3 w(t)^3 \right\},$$
где

 $w\left(t\right) = \frac{\sqrt{t} - \sqrt{4m_k^2 - t}}{\sqrt{t} + \sqrt{4m_k^2 - t}}$

и η_0^0 равны 1.

Для энергий $4m_k^2 < t < (1.42$ ГэВ) 2 мы используем [41]

$$\delta_0^0(t) = d_0 + B \frac{q_k^2}{m_k^2} + C \frac{q_k^4}{m_k^4} +$$
(18)
+ $D\theta \left(t - 4m_\eta^2 \right) \frac{q_\eta^2}{m_\eta^2},$

$$\eta_0^0(t) = \exp\left[\frac{-q_k}{\sqrt{t}} \left(\epsilon_1 + \epsilon_2 \frac{q_k}{\sqrt{t}} + \epsilon_3 \frac{q_k^2}{t}\right)^2 - (19)\right]$$

$$-\epsilon_4 \theta \left(t-4m_\eta^2\right) \frac{q_\eta}{\sqrt{t}} \bigg],$$

где $q_k = \sqrt{t/4 - m_k^2}$ и $q_\eta = \sqrt{t/4 - m_\eta^2}$; m_k и m_η являются массами K и η -мезонов соответственно.

Параметры в уравнениях (17)–(19) представлены в табл. 1.

Чтобы описать фазовый сдвиг $\delta_0^2(t)$, мы используем параметризацию [42] в области энергий до 1.5 ГэВ, предполагая $\eta_0^2(t) = 1$ [43]

$$\tan \delta_0^2 = \frac{q}{q_0} \left\{ A_0^2 + B_0^2 q^2 + C_0^2 q^4 + D_0^2 q^6 \right\} \times \quad (20)$$
$$\times \left(\frac{4\mu^2 - s_0^2}{t - s_0^2} \right),$$

где

$$\begin{split} A_0^2 &= -0.044, \quad B_0^2 &= -0.0855/\mu^2, \\ C_0^2 &= -0.00754/\mu^4, \\ D_0^2 &= 0.000199/\mu^6, \quad s_0^2 &= -11.9/\mu^2. \end{split}$$

Следует заметить, что вклад петлевой диаграммы $\gamma \gamma \to K^+ K^- \to \pi \pi$ в $\Delta ((\alpha_1 - \beta_1))$ очень мал и мы не рассматриваем его здесь.

Результаты вычисления вкладов мезонов и $\pi\pi$ петель (кроме вклада σ -мезона) в д.п.с. (4) для заряженных и нейтральных пионов представлены в табл. 2.

Параметры q_0 и q_2 являются вкладами $\pi\pi$ петель с изоспинами I = 0 и I = 2 соответственно.

3. ВЫЧИСЛЕНИЯ $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^{\pm}}$

Значения $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^0}$ были определены при исследовании процесса $\gamma\gamma \to \pi^0\pi^0$ в работах [13, 18, 19]: $-1.6 \pm 2.2, -0.6 \pm 1.8, -1.25 \pm 0.08 \pm 0.15.$

Эти значения находятся в согласии с предсказанием киральной теории возмущений [44] $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^0}^{\text{ChPT}} = -1.9 \pm 0.2$. Поэтому для того чтобы определить $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^\pm}^{\text{сhPT}}$, мы добавили значение $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^0}^{\text{ChPT}}$ к результатам вычислений $\Delta((\alpha_1 - \beta_1))$ с помощью д.п.с. при различных значениях ширины распада $\sigma \to \gamma\gamma$, когда масса и

B_0	7.26 ± 0.23	d_0	$(227.1\pm1.3)^\circ$	ϵ_1	4.7 ± 0.2
B_1	-25.3 ± 0.5	В	$(94.0\pm2.3)^\circ$	ϵ_2	-15.0 ± 0.8
B_2	-33.1 ± 1.2	C	$(40.4 \pm 2.9)^{\circ}$	ϵ_3	4.7 ± 2.6
B_3	-26.6 ± 2.3	D	$(-86.9 \pm 4.0)^{\circ}$	ϵ_4	0.38 ± 0.34

Таблица 1. Значения коэффициентов в выражениях (17), (19) [41]

Таблица 2. Вклады мезонов и $\pi\pi$ -петель в дисперсионные правила сумм (4) для заряженных и нейтральных пионов

	ρ	b_1	a_1	a_2	f_0	f'_0	q_0	q_2
π^{\pm}	-1.14	0.93	1.92	1.98	0.80	0.08	-4.27	0.34
	ρ	ω	ϕ	f_0	f'_0	h_1	q_0	q_2

полная ширина распада σ -мезона брались в интервалах $m_{\sigma} = 400-550 \text{ МэВ}, \Gamma_{\sigma} = 400-600 \text{ МэВ}.$

Результаты вычислений представлены на рис. 2. Кривая 1 соответствует вычислениям с $\sqrt{t_{\sigma}} = m_{\sigma} - i1/2\Gamma_{\sigma} = 446 - i276$. Кривые 2 и 3 соответствуют $m_{\sigma} = 400$ МэВ, $\Gamma_{\sigma} = 600$ МэВ и $m_{\sigma} = 550$ МэВ, $\Gamma_{\sigma} = 400$ МэВ соответственно. Как очевидно из этого рисунка, полученные значения $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^{\pm}}$ слабо зависят от массы и полной ширины распада σ -мезона в рассматриваемой области. Полученные значения $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^{\pm}}$ находятся в пределах 9.5–8.0.

Кривая 4 на рис. 2 является результатом вычисления дисперсионных правил сумм (4) для $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^{\pm}}$ при $m_{\sigma} = 446$ МэВ и $\Gamma_{\sigma} =$ = 552 МэВ, в случае когда не учитывается величина $\Delta ((\alpha_1 - \beta_1))$. Полученные результаты сильно зависят от ширины распада $\Gamma_{\sigma \to \gamma\gamma}$ и указывают, что реалистические значения $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^{\pm}}$ могут быть получены в рассматриваемом подходе, если $\Gamma_{\sigma \to \gamma\gamma} \lesssim 0.7$ кэВ.

Влияние верхнего предела интегрирования (Λ) в дисперсионных правилах сумм (4) на результат вычислений было изучено. Показано, что результаты практически не меняются, если Λ больше (6 ГэВ)². В настоящей работе мы проводили интегрирование до (20 ГэВ)².

4. ЗАКЛЮЧЕНИЯ

Используя факт, что вклад состояний с изоспином I = 0 в разность $\Delta ((\alpha_1 - \beta_1)) = (\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^{\pm}} - (\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^0}$ равен 0, когда массы заряженных и нейтральных π -мезонов равны друг другу, мы проанализировали дисперсионные правила сумм для этой разницы для реальных значений

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 86 № 6 2023

масс пионов. Эти правила сумм вычислялись для параметров σ -мезона в интервалах: $m_{\sigma} =$ = 400-550 МэВ, $\Gamma_{\sigma} =$ 400-600, $\Gamma_{\sigma \to \gamma\gamma} =$ 0-3 кэВ. Для того чтобы определить $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^{\pm}}$, мы добавили $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^0}^{\text{ChPT}} = -1.9 \text{ к } \Delta((\alpha_1 - \beta_1))$. Полученные значения $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^{\pm}}$ слабо зависят от параметров σ -мезона и находятся в пределах $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^{\pm}} = 9.4 - 8.2$. Этот результат согласуется с экспериментальными значениями, полученными в работах [1, 2], и противоречит вычислениям в рамках киральной теории возмущений [3].

Кроме того, анализ дисперсионных правил сумм показал, что значения $((\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^{\pm}} < 15)$ могут быть получены, если ширина распада $\Gamma_{\sigma \to \gamma \gamma} \lesssim$ $\lesssim 0.7$ кэВ. Значения $\Gamma_{\sigma \to \gamma \gamma} \lesssim 1$ кэВ были ранее также получены в работах [13, 14, 45, 46]. Результаты с $\Gamma_{\sigma \to \gamma \gamma} > 1$ кэВ приведены в [37, 47].

Автор благодарит Т. Валчера, В. Л. Кашеварова и А. И. Львова за полезные обсуждения.

Приложение 1

Вклады векторных и псевдовекторных мезонов $(\rho, \omega, \phi, a_1 \mu \ b_1)$ в Im $M_{++} (s, u = \mu^2)$ вычисляются с помощью выражения

$$\operatorname{Im} M_{++}^{(V)} \left(s, u = \mu^2 \right) = (\Pi.1)$$

= $\mp 4g_V^2 s \frac{\Gamma_0}{\left(m_V^2 - s \right)^2 + \Gamma_0^2},$

где m_V — масса мезона, знак "+" соответствует вкладу a_1 - и b_1 -мезонов и

$$g_V^2 = 6\pi \sqrt{\frac{m_V^2}{s}} \left(\frac{m_V}{m_V^2 - \mu^2}\right)^3 \times$$
 (П.2)



Рис. 2. Зависимость $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^{\pm}}$ от $\Gamma_{\sigma \to \gamma\gamma}$. Кривые *1*, *2* и *3* соответствуют вычислению $\Delta((\alpha_1 - \beta_1))$ при $\sqrt{t_{\sigma}} = 446 - i276, 400 - i300$ и 550 - *i*200 МэВ соответственно. Кривая *4* является результатом вычисления дисперсионных правил сумм (4) только для $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^{\pm}}$ при $\sqrt{t_{\sigma}} = 446 - i276$.

$$\times \Gamma_{V \to \gamma \pi} D_1 \left(m_V^2 \right) / D_1 \left(s \right),$$

$$\Gamma_0 = \left(\frac{q_i^2 \left(s \right)}{q_i^2 \left(m_V^2 \right)} \right)^{3/2} \frac{m_V^2}{\sqrt{s}} \times \qquad (\Pi.3)$$

$$\times D_1 \left(m_V^2 \right) / D_1 \left(s \right) \Gamma_V.$$

 D_1 в этих уравнениях связан с центробежным потенциалом и равен $D_1 = 1 + (q_i r)^2$ [48], $r = 1 \quad \phi m$ — эффективный радиус взаимодействия, Γ_V и $\Gamma_{V \to \gamma \pi}$ — полная ширина и ширина распада этих мезонов на $\gamma \pi$. Импульсы q_i^2 для $(\rho, \omega, \phi, a_1 u b_1)$ -мезонов равны $(s - 4\mu^2)/4$, $(s - 9\mu^2)/4$, $(s - 4m_k^2)/4$, $(s - (m_\rho + \mu)^2)/4$ и $(s - 16\mu^2)/4$ соответственно.

Приложение 2

Амплитуда вклада скалярного мезона в процесс $\gamma\gamma \to \pi\pi$ может быть записана как

$$T = \frac{g_s}{\sqrt{t} - M_s - i\frac{1}{2}\Gamma_s}.\tag{\Pi.4}$$

Тогда легко показать, что мнимая часть амплитуды Im $M^{\sigma}_{++}(t)$ вкладов σ -мезона в рассматриваемый процесс может быть представлена как

Im
$$M_{++}^{\sigma}(t) = \frac{g_{\sigma}\left(\sqrt{t} + M_{s}\right)\Gamma_{0}^{\sigma}(t)}{\left(t - M_{\sigma}^{2}\right)^{2} + \left(\Gamma_{0}^{\sigma}(t)\right)^{2}},$$
 (II.5)

где

$$g_{\sigma} = \frac{8\pi}{t} \left[\frac{2}{3} \frac{M_{\sigma} \Gamma_{\gamma\gamma} \Gamma_{\sigma}}{\sqrt{M_{\sigma}^2 - 4\mu^2}} \right]^{1/2}, \qquad (\Pi.6)$$

$$\Gamma_0^{\sigma} = \frac{M_{\sigma} \left(\sqrt{t} + M_{\sigma}\right)}{2\sqrt{t}} \left(\frac{t - 4\mu^2}{M_{\sigma}^2 - 4\mu^2}\right)^{1/2} \Gamma_{\sigma}. \quad (\Pi.7)$$

Эти выражения (П.5)–(П.7) могут быть очень полезными для описания скалярных мезонов с большими ширинами распада.

Так как *K*-мезоны дают большой вклад в ширину распада $f_0(980)$ -мезона и порог реакции $\gamma\gamma \rightarrow K\bar{K}$ очень близок к массе $f_0(980)$ -мезона, мы рассматриваем выражение Флэтта [49] для вклада $f_0(980)$ -мезона в процесс $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$.

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 86 № 6 2023

Для $t > 4m_k^2$:

Im
$$M_{++}^{f_0} = g_{f_0} \frac{\Gamma_{0_{f_0}}}{\left(m_{f_0}^2 - t\right)^2 + \Gamma_{0_{f_0}}^2},$$
 (П.8)

где

$$\Gamma_{0_{f_0}} = \left[\Gamma_{f_0 \to \pi\pi} \left(\frac{t - 4\mu^2}{m_{f_0}^2 - 4\mu^2} \right)^{1/2} + (\Pi.9) + \Gamma_{f_0 \to kk} \left(\frac{t - 4m_k^2}{4m_k^2 - m_{f_0}^2} \right)^{1/2} \right] m_{f_0}.$$

Для $t < 4m_k^2$:

Im
$$M_{++} = g_{f_0} \Gamma_{0_{f_0}} \left(\left\lfloor m_{f_0}^2 - t - (\Pi.10) \right\rfloor \right)$$

$$-\left(\frac{4m_k^2-t}{4m_k^2-m_{f_0}^2}\right)^{1/2}m_{f_0}\Gamma_{f_0\to kk}\left]^2+\Gamma_{0_{f_0}}^2\right)^{-1},$$

/ F

$$\Gamma_{0_{f_0}} = \Gamma_{f_0 \to \pi\pi} m_{f_0} \left(\frac{t - 4\mu^2}{m_{f_0}^2 - 4\mu^2} \right)^{1/2}.$$
 (П.11)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Yu. M. Antipov, V. A. Batarin, V. A. Bessubov, N. P. Budanov, Yu. P. Gorin, S. P. Denisov, I. V. Kotov, A. A. Lebedev, A. I. Petrukhin, S. A. Polovnikov, V. N. Roinishvili, D. A. Stoyanova, P. A. Kulinich, G. V. Mecel'macher, A. G. Ol'shevski, et al., Phys. Lett. B 121, 445 (1983); Yu. M. Antipov, V. A. Batarin, V. A. Bessubov, N. P. Budanov, Yu. P. Gorin, S. P. Denisov, I. V. Kotov, A. A. Lebedev, A. I. Petrukhin, S. A. Polovnikov, V. N. Roinishvili, D. A. Stoyanova, P. A. Kulinich, G. V. Mecel'macher, A. G. Ol'shevski, et al., Z. Phys. C 26, 495 (1985).
- 2. J. Ahrens, V. M. Alexeev, J. R. M. Annand, H. J. Arends, R. Beck, G. Caselotti, S. N. Cherepnya, D. Drechsel, L. V. Fil'kov, K. Föhl, I. Giller, P. Grabmayr, T. Hehl, D. Hornidge, V. L. Kashevarov, M. Kotulla, et al., Eur. Phys. J. A 23, 113 (2005).
- 3. J. Gasser, M. A. Ivanov, and M. E. Sainio, Nucl. Phys. B 745, 84 (2006).
- 4. T. A. Aibergenov, P. S. Baranov, O. D. Beznisko, S. N. Cherepnija, L. V. Fil'kov, A. A. Nafikov, A. I. Osadchiy, V. G. Raevskiy, L. N. Shtarkov, and E. I. Tamm, Czech. J. Phys. B 36, 948 (1986).
- 5. A. Guskov (COMPASS Collab.), Fizika B 17, 313 (2008).
- 6. G. Fäldt and U. Tengblad, Phys. Rev. C 76, 064607 (2007).
- 7. G. Fäldt and U. Tengblad, Phys. Rev. C 79, 014607 (2009); C 87, 029903(E) (2013).
- 8. T. Walcher, Prog. Part. Nucl. Phys. 61, 106 (2008).
- 9. U. Amaldi, M. Jacob, and G. Matthiae, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 26, 385 (1976).

- 10. L.V. Fil'kov and V. L. Kashevarov, Phys. Part. Nucl. 48, 117 (2017).
 - 11. L. V. Fil'kov and V. L. Kashevarov, in Proceedings of the "NSTAR 2007", Bonn, Germany, 05-08 September 2007, p. 179; arXiv:0802.0965 [nucl-th].
 - 12. L. V. Fil'kov and V. L. Kashevarov, in Proceedings of the 6th Workshop on Chiral Dynamics, 06–10 July 2009, Bern, Switzerland, PoS (CD09) 036; arXiv: 0909.4849 [hep-ph].
 - 13. L. V. Fil'kov and V. L. Kashevarov, Eur. Phys. J. A 5, 285 (1999).
 - 14. L. V. Fil'kov and V. L. Kashevarov, Phys. Rev. C 72, 035211 (2005).
 - 15. L. V. Fil'kov and V. L. Kashevarov, Phys. Rev. C 73, 035210 (2006).
 - 16. D. Babusci, S. Bellucci, G. Giordano, G. Matone, A. M. Sandorfi, and M. A. Moinester, Phys. Lett. B 277, 158 (1992).
 - 17. J. F. Donoghue and B. R. Holstein, Phys. Rev. D 48, 137 (1993).
 - 18. A. E. Kaloshin and V. V. Serebryakov, Z. Phys. C 64, 689 (1994).
 - 19. R. Garcia-Martin and B. Moussallam, Eur. Phys. J. C 70, 155 (2010).
 - 20. U. Bürgi, Nucl. Phys. B 479, 392 (1997).
 - 21. C. Berger et al. (PLUTO Collab.), Z. Phys. C 26, 199 (1984).
 - 22. A. Courau et al. (DM1 Collab.), Nucl. Phys. B 271, 1 (1986).
 - 23. Z. Ajaltoni et al. (DM2 Collab.), Phys. Lett. B 194, 573 (1987).
 - 24. J. Boyer et al. (Mark II Collab.), Phys. Rev. D 42, 1350 (1990).
 - 25. A. I. L'vov and V. A. Petrun'kin, Preprint of P.N. Lebedev Physical Institute, No. 170 (1977).
 - 26. L. V. Filkov, I. Guiaşu, and E. E. Radescu, Phys. Rev. D 26, 3146 (1982).
 - 27. H. A. Abarbanel and M. L. Goldberger, Phys. Rev. 165, 1594 (1968).
 - 28. I. Guiaşu and E. E. Radescu, Ann. Phys. (N.Y.) 122, 436 (1979).
 - 29. J. Beringer et al. (PDG Collab.), Phys. Rev. D 86, 010001 (2012).
 - M. Zielinski, D. Berg, C. Chandlee, S. Cihangir, T. Ferbel, J. Huston, T. Jensen, F. Lobkowicz, T. Ohshima, P. Slattery, P. Thompson, B. Collick, S. Heppelmann, M. Marshak, E. Peterson, K. Ruddick, et al., Phys. Rev. Lett. 52, 1195 (1984).
 - 31. V. V. Anisovich, V. A. Nikonov, and A. V. Sarantsev, Phys. At. Nucl. 65, 1545 (2002).
 - 32. D. Morgan and M. R. Pennington, Z. Phys. C 48, 623 (1990).
 - 33. D. V. Bugg, A. V. Sarantsev, and B. S. Zou, Nucl. Phys. B 471, 59 (1990).
 - 34. A. I. L'vov and V. A. Petrun'kin, Sov. Physics-Lebedev Inst. Reports, No 12 (1985).
 - 35. I. Caprini, G. Colangelo, and H. Leutwyler, Phys. Rev. Lett. 96, 132001 (2006); hep-ph/0512364.
 - 36. I. Caprini, Phys. Rev. D 77, 114019 (2008); arXiv: 0804.3504.

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 86 2023 .№ 6

- 37. B. Moussallam, Eur. Phys. J. C 71, 1814 (2011).
- R. Kamiński, R. Garcia-Martin, J. R. Peláes, and J. Ruiz de Elvira, Nucl. Phys. Proc. Suppl. B 234, 253 (2012); arXiv: 1211.2617 [hep-ph].
- 39. J. R. Peláez, J. Nebreda, G. Rios, and J. Ruiz de Elvira, Acta Phys. Polon. Supp. 6, 735 (2013); arXiv: 1304.5121 [hep-ph].
- M. Boglione and M. R. Pennington, Eur. Phys. J. C 9, 11 (1999).
- 41. R. Garcia-Martin, R. Kamiński, J. R. Peláez, J. Ruiz de Elvira, and F. J. Ynduráin, Phys. Rev. D 83, 074004 (2011).
- 42. A. Schenk, Nucl. Phys. B 363, 97 (1991).
- 43. B. Ananthanarayan, G. Colangelo, J. Gasser, and H. Leutwyler, Phys. Rep. **353**, 207 (2001).

- 44. S. Bellucci, J. Gasser, and M. E. Sainio, Nucl. Phys. B **423**, 80 (1994).
- 45. S. Dubnička, A. Z. Dubničková, and M. Sečanský, Acta Phys. Slov. 55, 25 (2005).
- 46. N. N. Achasov and G. N. Shestakov, JETP Lett. 88, 295 (2008).
- 47. M. Hoferichter, D. R. Philips, and C. Schat, Eur. Phys. J. C **71**, 1743 (2011).
- J. M. Blatt and V. F. Weisskopf, *Theoretical Nuclear Physics* (Springer-Verlag, New York, 1979), pp. 359–365, 386–389.
- 49. S. M. Flatté, Phys. Lett. B 63, 228 (1976).

CONNECTION OF THE DIPOLE POLARIZABILITIES OF CHARGED AND NEUTRAL π -MESONS

L. V. Fil'kov¹⁾

¹⁾ P. N. Lebedev Physical Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

Using the fact that the contribution of the states with isospin I = 0 in the difference of the amplitudes of the processes $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ and $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$ is very small, the dispersion sum rules for the difference between the dipole polarizabilities of the charged and neutral pions have been analyzed as a function of the σ -meson parameters. Then taking into account the current chiral perturbation value of $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^0} =$ = -1.9, the value $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^\pm} = 9.4 - 8.2$ has been found for the σ -meson parameter within the region: $m_{\sigma} = 400 - 550$ MeV, $\Gamma_{\sigma} = 400 - 600$ MeV, $\Gamma_{\sigma \rightarrow \gamma\gamma} = 0 - 3$ keV. Estimation of the optimal value of the decay width $\sigma \rightarrow \gamma\gamma$ has given $\Gamma_{\sigma \rightarrow \gamma\gamma} \lesssim 0.7$ keV.